

50639

~~G 44.~~

50639

MATHEMATIKAI  
ÉS  
TERMÉSZETTUDOMÁNYI  
ÉRTESITŐ.



A M. TUD. AKADEÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

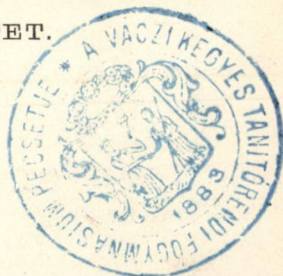
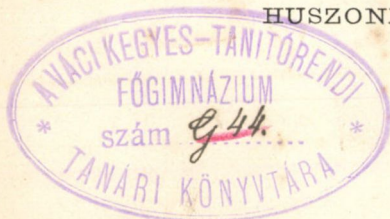
SZERKESZTI

KÖNIG GYULA

OSZTÁLYTITKÁR.

HUSZONHARMADIK KÖTET.

1905.



BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEÉMIA.

1905.





## TARTALOM.

	Lap
BAUER MIHÁLY: Az algebrai mennyiségek általános elméletéhez ...	127
BERNÁTSKY JENŐ: A hazai Asparagus-félék monographiája ...	177
BUGARSZKY ISTVÁN: A közeg befolyása a reactionsebességre és a chemiai egyensúly-állapatra ...	417
DADAY JENŐ: Paraguay mikrofaunájának alaprajza ...	312
DADAY JENŐ: Halakban élősködő új ázalékállatka ...	555
DIENES PÁL: A Taylor-sor az összetartási körön ...	505
FEJÉR LIPÓT: Az Oswald-féle mechanikai elvről ...	155
HÁRI PÁL: Vizsgálatok a trypsinemésztésről ...	582
HOLLÓS LÁSZLÓ: Magyarország földalatti gombái ...	230
HOOR MÓR: Újabb megfigyelések a dielektromos utóhatások köréből	263
HÖNIG SAMU: Az atomvonzás törvénye ...	512
ISTVÁNEFFI GYULA: Vizsgálatok a Botrytis-sporák életképességéről (I. és II. tábla) ...	1
KISS GYULA: Vizsgálatok az erjedésgátló hatásnak összefüggéséről az elemek vegytani csoportjaival ...	385
KÖNIG GYULA: A halmazok elméletének alapjai és a continuum pro- blémája ...	410
KÖVESLIGETHY RADÓ: Földrengési elemek számolása ...	32
KÜRSCHÁK JÓZSEF: Az általánosított kinetikai potenciál létezésének feltételei ...	401
LENGYEL LORÁND: Adat a pepsinemésztés thermodynamikájához ...	255
LENHOSSEK MIHÁLY: A periferikus idegrostok fejlődéséről ...	190
LICHTENBERG SÁNDOR: Adatok a férfi húgycsővének fejlődéséhez és szövettanához ...	381
SCHLESINGER LAJOS: A lineár-differentiálrendszerek elméletéhez ...	102
SCHLESINGER LAJOS: Az izolált értékű függvényekről ...	121

	Lap
SCHLESINGER LAJOS: A lineár-differenciálrendszerek elméletéhez	139
SCHLESINGER LAJOS: A kétnéretű sokaságok intrinseca geometriájához	356
SZILI SÁNDOR: Az érett magzat vérének hydroxylion- és titrálható alkali-tartalmáról	593
TANGL FERENCZ és WEISER ISTVÁN: A vér glycerin-tartalmáról	182
TELLYESNICZKY KÁLMÁN: A nyugvó mag és a magoszlás	69
TOBORFFY ZOLTÁN: Epidot a Val di Viüből (III. tábla)	364
ZEMPLÉN GYÖZŐ: A gázok belső súrlódási együtthatójának új kísér- leti módszerrel való meghatározása	561
ZIMÁNYI KÁROLY: Az alsósajói cinnabarit kristálytani vizsgálata és az almadeni cinnabarit fénytörése (IV.—VI. tábla)	484

---

## VIZSGÁLATOK A BOTRYTIS SPORÁK ÉLETKÉPESSÉGÉRŐL.

ISTVÁNFFI GYULA 1. tagtól.

A *Botrytis cinerea* vagyis a *Sclerotinia Fuckeliana* conidiumtermő állapota, mely sokáig önálló fajnak tartatott, rendkívül közönséges az édes gyümölcsökön.

A szőlőn :

1. a szürke rothadást okozza, mely a termést nedves ősszel megtizedeli ;

2. kedvező időben pedig elősegíti a bogyók aszusodását. Ez az ú. n. nemes rothadás.

Németország legnemesebb borai (Rajna völgye) s a francia Sauternes vidéki stb. borok a kiváló szőlőfajtákon, tenyészeti kedvező viszonyokon s helyes kezelésen kívül még a *Botrytis cinerea*-nak köszönik méltán megérdemlett híruket. Mert a bogyók töppedése, a czukros lének besűrűsödése stb. mind a száraz hosszú ősszel, tehát kedvező időben, a *Botrytis*től előidézett «nemes rothadásra» vezethető vissza. A *Botrytis* a bogyók savtartalmának egy részét fölemésztí, még pedig aránylag többet fogyaszt el a savból mint a czukorból.

Mint MÜLLER-THURGAU \* kísérletileg bebizonyította, már pusztán e révén is az érett, de még meglehetősen savtartalmú bogyók «nemesebbekké» válnak ; de miután a *Botrytis* tenyészet még a vízpárolgást is fokozza, s így a bogyók leve kedvező időjáráskor megsűrűsödik, s miután a rothadás folytán a szőlő

---

\* MÜLLER-THURGAU H. Die Edelfäule der Trauben. Landwirtschaftl. Jahrbücher (Thiel) 1888. 83. 145. l.

százalékos cukortartalma nagyobb, ellenben savtartalma csekélyebb lesz, mind a két irányban javul a szőlő. — Tartós kedvező időjáráskor aszúsodó nemes rothadásos mazsolából nyert must gyakran az egészséges érett bogyók mustjának megfelelő savtartalmú, ellenben cukortartalma egészen a háromszorosára is emelkedhetik. Azonban kivéve a Rajna völgyét s a Sautes-i borvidéket, a szőlőtermelő ellenségének tekinti a Botrytist, s a jelzett területeken is csak nagyon kedvező viszonyok közt élvezi a Botrytis segítségének gyümölcsét, mert bizony rossz években pusztít az ott is nagyon, s az eredmény a silányabb minőségű «rossz évjáratú» bor.

Tehát a mily nagy jelentőségű a Botrytis a maga helyén kedvező időjárási viszonyok mellett, ép oly veszedelmessé válik nedves esős időben, a mikor elhatalmasodva megrontja, elrothasztja a termést. Ezért a szőlős gazda — az oly vidéken, a hol nem számít a Botrytis segítségére — azon van, hogy esetleges kártételét elhárítsa, megelőzze vagy orvosolja. Már csak azért is, mert a Botrytis ha nagyon befészkel magát: a szőlőiskolákban, a vesszőkön, az oltás körül stb. szintén tetemes károkat okozhat.

A Botrytis cinerea nagy elterjedése s fontos szerepe indított arra, hogy már évek óta foglalkozzam tenyészteti viszonyaival.

Jelen vizsgálataim tehát folytatása gyanánt tekinthetők eddigi idevágó mikrobiológiai munkálataimnak.\*

Dolgozatomban a Botrytis cinerea sporáinak viselkedését vizsgálom a különböző külbehatásokkal szemben. Az ily irányú élet-tani vizsgálatok felette szükségesek a növényvédelem szempontjából, mert a növényi betegségek okozóknak minél behatóbb mikrobiológiai tanulmányozása révén lesz csak lehetséges a leküzdésükre szolgáló módok megállapítása, illetőleg a használatban levőknek javítása és a felmerülő esetekhez alkalmazása.

---

\* ISTVÁNNFFI GY. A Botrytis, Monilia és Coniothyrium sporáinak életképességéről. Math. és Természettud. Értesítő. XXI. 3. 1903. 222—235. 1.

ISTVÁNNFFI GY. Recherches microbiologiques sur quelques maladies des arbres fruitiers et de la vigne. VII-e Congrès International d'Agriculture. Rome 1903. 1—12. 1.



A sporáknak fejlődési feltételeit gátló hatások értékelésével s megállapításával foglalkozva, természetesen, hogy módszertanilag nagyon sok nehézséget kellett leküzdeni s így a folytatólagos vizsgálatok csak hosszú idő múltán voltak legalább részben lezárhatók. A módszertani nehézségek fokként való legyőzése magával hozta azt, hogy némely régebbi eredmények helyesbítettek lettek s hogy a további vizsgálatok számára már sokkal jobb eljárásokkal rendelkezünk.

A Botrytis sporák magatartását vizsgálva a külbehatásokkal szemben, összefoglalom most:

1. a szárítás, vízelvonás hatását;
2. az ú. n. bordói lének hatását, tekintettel a csávázásra, beszáradásra, a vízzel feláztatásra stb.;
3. aztán vizsgálom a Botrytis sporák megölésének módjait új védekező szerek alkalmazása révén;
4. s végül a Botrytis sporák sajátosságos fejlődését szerves savak stb. vizes oldataiban, keverékeiben.

## I. Előleges kísérletek.

### *Érett Botrytis sporák csirázóképessége mustban és vízben.*

Első feladat volt tájékozást szerezni az érett Botrytis sporák csirázó erejéről, vagyis kísérletileg megállapítani, hogy adott számú érett sporából hány szokott csirázni a rendes közegben, vízben, meg édes gyümölcslében.

Érett barna Botrytis sporák (12 napos culturából) mustban vagy vezetéki vízben jól szétrázva, hálózatos tárgylemezekre cseppenként elosztattak s nedves harang alá helyeztetek (szoba-hőmérséken). Eredmény:

1. Mustban 24 óra alatt 98—99% csirázik és a mikroszkop egész látterét elfoglaló nagy terebélyes, dúsan elágzó mycelium-szálak fejlődnek, melyeken a sclerotium-bojtok képződése megindul, sőt sclerotium-gomolyok is jelentkeznek.

2. Vízben 24 óra alatt 90% csirázik, de a csirázási tömlők hossza csak 40—120  $\mu$ , átlagosan 80  $\mu$ ; 48 óra múlva még új csirák is láthatók (átlag 4%), de a régi tömlők nem fejlődnek tovább.

Ez a két irányú ellenőrző csiráztatási sorozat minden további kísérlet előtt végrehajtatott a vizsgálati anyagból vett próbákön.

S csak ha a csiráztatási arány megfelelő volt, vettettek alá a sporák a szándékolt kísérletnek. A tenyésztési közeg vezetéki víz, vagy sterilizáltan eltett nem erjedt must volt minden ellenőrző próbacsiráztatás alkalmával. Ugyanoly must használtattott aztán a továbbfejlődés vizsgálására.

*Botrytis sporák csiráztatása borkősavas musttal feloldott bordói lében.*

(Mérgezett tápanyag.)

A különféle védekező szerek vagy közegek vizsgálása alkalmával a sporák összehozatván az illető szerrel, különválasztásuk legtöbb esetben lehetetlenné válik. Nem marad tehát más mód a további fejlődésképeség meghatározására, mint a sporákat tartalmazó közegnek (védekező szer stb.) összekeverése fejlődésre alkalmas tápláló anyagokkal. Módszertanilag tehát fontos eldönteni azt, hogy a továbbfejlődés vizsgálására használt tápláló anyagba mennyi mérgező összeköttetés juttatható (a hozzákeverés alkalmával) a fejlődés nyilvánvaló hátráltatása vagy meggátolása nélkül?

Vizsgálataimban a bordói lének feloldására borkősavat használtam, mert a bordói lében közvetlenül a sporák nem vizsgálhatók, a lében foglalt kiválások miatt. Azonkívül a tárgylemezekre rászáradt bordói lének a sporákkal való eltávolítása (átoltás), a fejlődés hátráltatása nélkül így volt legkönnyebben végrehajtható.

Következő kísérletek végeztek:

I. 10 cm<sup>3</sup> 1%-os bordói lé 1% borkősavat tartalmazó musttal feloldatott s 10-szeres térfogatra hígítattott, úgy hogy a réztartalom  $CuSO_4$ -re vonatkoztatva 0.1%-nak feleljen meg. Ezen mustos oldat Freudenreich-féle lombikokba töltetett.

Az érett Botrytis sporák csiráztatás végett ebbe a mustos oldatba vettettek el s a cseppek hálózatos tárgylemezekre szétosztva, nedves harang alá helyeztetek. Eredmény: 24 óra múlva a sporákból 99% csirázik.

Ezenkívül 5 FREUDENREICH-féle lombik is feltöltetett ilyen keverékkel s a sporák fejlődése 25 C°-nál megfigyeltetett.

1 nap	2 nap	3 nap
fejlődés nem jelentkezik	erős fejlődés vékony hártya	erős fejlődés vastag hártya és sclerotium képzés
vékony mycelium hártya	mycelium kéreg	sclerotium gyümölcsözés
2 nap alatt	3 nap alatt	3 nap alatt

II. 10 cm<sup>3</sup> 2%-os bordói lé oldatott úgy mint az 1-ső kísérletben, hogy a réztartalom  $CuSO_4$ -re vonatkoztatva 0.2% legyen.

III. 10 cm<sup>3</sup> 3%-os bordói lé oldatott mint az 1-ső kísérletben, hogy a réztartalom  $CuSO_4$ -re vonatkoztatva 0.3% legyen.

Mindkét mustos oldatban a sporák ép úgy csiráztak és fejlődtek, mint az I-ső kísérlet alkalmával.

Ezen megállapítások mutatják a borkósavval dolgozás módszereinek helyességét. A most tárgyalt kísérletek főbb eredményei:

a) Az érett Botrytis sporákból mustban 99%, vízben 90% csirázik egy nap alatt 20 C° mellett, vízben nemcsak hogy a csirázási erély csekélyebb, de a fejlődés megáll; míg mustban a sporák a dús táplálás révén 2 nap alatt gyümölcsözésig jutnak.

b) Az 0.1—0.3%-os réztartalom nem gátolja a Botrytis sporák rendes fejlődését. Ez gyakorlatilag is fontos, azért, mert ha az 1—3%-os bordói lé 10-szeresen felhigul az édes szőlőbogyók kiszivárgó levével, akkor legkevésbé sem hátráltatja a hozzákeveredő Botrytis sporák csirázását. Miután szőlőbogyókon csak nagyon kevés bordói lé tapad meg, érthető, hogy a szürke rothadás miért hatalmasodik el oly könnyen nedves időben, mikor a bordói lé lemosatik nagyrészt s az édes kiszivárgó gyümölcslé meg az esővíz a bordói lé megmaradt részét aztán felhigitja.

Ezen kísérletekből még egy más fontos következtetés is vonható, az t. i., hogy miután az édes gyümölcslevekben a Botry-

tis sporái gyorsan csiráznak (25 C°-nál 6—8 óra alatt) s igen erőteljesen fejlődnek: a sérült bogyók valóságos fészkei lehetnek a Botrytisnek, mely a sebekre telepedve gyorsan elhatalmasodik. Miután pedig a jégverés sebzi meg leginkább a bogyókat, nem lehet eléggé ajánlani a jégeső utáni gyors védekezést. Azon kell lennünk, hogy a sérült bogyókból kiszivárgó lé a rájuttatott védekező szerrel keveredhessék s alkalmatlanná válják a Botrytis tenyészésére. Így sporáinak a bogyó levében való kicsirázása s a bogyó husába való behatolása fog meggátoltatni vagyis elkerülhető az infectió, a fürtök fertőzése. Mint láttuk az előbbi kísérletekből, 0.1—0.3 % réztartalom nem akadályozza meg a bogyók levében való fejlődést. Ezért jégverés után nagyon is bőséges permetezésre volna szükség. A bordói lé azonban nehezen marad meg a bogyókon; alább előadandó kísérleteim alapján a porozás, még pedig a natriumbisulfittal porozás jobb eredményeket nyújthatna. Ennek pora jól tapad s a sebeket úgyszólván fertőtleníti, azonkívül a meg nem sebzett, csak zuzódott részeket is védi a Botrytis befuródásától.

## II. A szárítás hatása a Botrytis sporák csirázó képességére.

A száraz időjárásnak korlátozó hatása a kryptogamos betegségekre tapasztalatilag eléggé ismeretes, de általában a csirázáshoz szükséges víz hiányából magyaráztott.

Kísérletek végeztek az iránt, hogy hosszabb vagy rövidebb szárazság esetén a megszáradt Botrytis sporákból mennyi fejlődhet tovább, vagyis hogy a betegség mennyire terjedhet vagy ujulhat meg a megszáradt sporákból?

Itt kettős feladattal állunk szemben. Kutatni kell egyrészt azt, hogy a *rendes uton való megszáradás és szárazon állás vagyis beszáradás*, mily mértékben befolyásolja a sporák csirázó erejét; másrészt pedig vizsgálni kell a lehetőleg *tökéletes vízelvonás vagy kiszárítás hatását*, mind a két esetben vízre és tápláló folyadékra (például mustra) vonatkoztatva s összekötve a fejlődő sporák megszámlálásával.

A sporák beszárítása. Hogy a természetes állapotot minél hívebben utánozzuk, a sporákat előbb vízben áztattuk s aztán



1 óra alatt hagytuk beszáradni. Ez a nedves időjárás után átmenet nélkül beálló száraz meleg időnek felelne meg.

A lassúbb beszáritás nem volt indokolt, mert ez alatt a sporák egy része már ki is csirázhat s a kísérlet egész más irányba tereltetnék; de nem volt indokolt azért sem, mert az alkalmazott rövidebb idő alatt végbemenő vízelvonás a sporák plasmaszerkezetét mindenesetre jobban megtámadja s épen az esetleges nagyobb-fokú pusztító hatás megállapítása volt a tulajdonképeni feladat.

**A sporák kiszáritása.** A kiszáritás, hogy minél tökéletesebb legyen 1—2 $\frac{1}{2}$  óráig tartott s ez alatt a kiszáritáshoz használt kénsavnak mohó vízelnyelő képessége igen hathatósan érvényesülhet. Ezen sporák is előbb vízzel kevertettek, hogy minél vízdúsabbak legyenek a kiszáritás előtt.

Tapasztalván azt, hogy a szárított sporák csirázási erélye gyengül s hogy utólag 2—3 nap múlva még egy részük kihajt, az összes kísérletek 3 napig tartottak, mi által a természetes viszonyok még jobban megközelítették.

### *Nedves Botrytis sporák életképessége beszáritás után.*

Érett Botrytis sporák steril destillált vízzel összerázva hálózatos tárgylemezekre cseppenként elosztattak. A cseppeket szabadon (levegőn) 1 óra alatt beszáritva, a lemezek száraz harang alá helyeztetek s úgy adatott a beszáradt sporákhoz must vagy víz, a csirázó képesség megállapítása végett.

### *Kísérletek beszáritott sporákkal.*

1 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve:

	musttal	vízzel
24 óra múlva... ..	35 %,	20 % csirázott
48—72 " " " "	40 %,	25 % "

2 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve:

	musttal	vízzel
24 óra múlva... ..	26 %,	10 % csirázott
48—72 " " " "	30 %,	15 % "

3—4 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve :

	musttal	vízzel
24 óra mulva ... ..	15 %,	10 % csirázott
48—72 " " ... ..	20 %,	15 % "

6—8 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve :

	musttal	vízzel
24 óra mulva ... ..	8 %,	8 % csirázott
48—72 " " ... ..	10 %,	10 % "

12—15 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve :

	musttal	vízzel
24 óra mulva ... ..	8 %,	6 % csirázott
48—72 " " ... ..	10 %,	8 % "

20 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve :

	musttal	vízzel
24 óra mulva ... ..	6 %,	5 % csirázott
48—72 " " ... ..	8 %,	7 % "

25 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve :

	musttal	vízzel
24 óra mulva ... ..	1 %,	1 % csirázott
48—72 " " ... ..	2 %,	2 % "

36 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve :

	musttal	vízzel
24 óra mulva	nem csirázott	egy sem
48—72 " " " "	" "	" "

*Nedves Botrytis sporák életképessége kiszárítás után.*

Az érett Botrytis sporák steril destillált vízzel összerázva hálózatos beosztású tárgylemezeken, exsiccatorban kénsav fölött kiszárítottak (1—2<sup>1</sup>/<sub>2</sub> óra alatt). A tárgylemezek az exsiccatorban hagytak s mindig csak az utolsó pillanatban vették ki.

1 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve:

	musttal	vízzel
24 óra múlva	25 %,	15 % csirázott
48—72 " " "	30 %,	20 % "

2 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve:

	musttal	vízzel
24 óra múlva	16 %,	3 % csirázott
48—72 " " "	20 %,	5 % "

3 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve:

	musttal	vízzel
24 óra múlva	4 %,	3 % csirázott
48—72 " " "	6 %,	5 % "

4—6—8 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve:

	musttal	vízzel
24 óra múlva	3 %,	1 % csirázott
48—72 " " "	4 %,	2 % "

15 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve:

	musttal	vízzel
24 óra múlva	1 %,	1 % csirázott
48—72 " " "	1 %,	1 % "

30 napig szárazon tartva, majd megnedvesítve:

	musttal	vízzel
24 óra múlva	egy spora sem csirázott	
48—72 " " " " "	" " " " "	" " " " "

A kiszáritott sporákból vízben igen ritkán elágazó nagyon hosszú tömlők fejlődnek, melyek bunkós végükön 2 nap múltán sclerotiumképző ágakat hajtanak.

Mustban a fejlődés sokkal erőteljesebb, 2 nap múlva rendkívül dús, gazdagon elágazott mycelium fejlődik, mely a tárgylemezen mint barnás, pihés tömeg látható, nagy sclerotium-bojtokkal s a levegőre kinövő szálakkal.



*Botrytis sporák életképessége sötétben ki- és beszárítás után.*

A sötétben szárításnak ugyanolyan hatása van, mint a szét-szórt világosságon való szárításnak. A kettő között észrevehető különbség nem mutatkozott.

Ebből tehát arra lehet következtetni, hogy a száradás pusztító hatása (ha nedvesség közbe nem jön) éjjel is folytatódik ugyanolyan mértékben, mint a borús felhőzetes nappalokon.

★

A sporaszárítási kísérletekből kitűnt:

1. hogy a beszárított s 1 napig szárazon tartott sporákból vízben 75 %, mustban 6 % nem csirázik;
  2. hogy a beszárított s 2—3—4 napig szárazon tartott sporákból vízben 85 %, mustban pedig 70—80 % nem csirázik;
  3. hogy a 8—12 napig szárazon tartott beszárított sporák közti csirázási eltérés elenyésző s hogy vízben, mustban átlag 90 % csirázása kimarad;
  4. hogy a 20 napig szárazon tartott, beszárított sporákból még 7—8 % kicsirázhat;
  5. hogy 25 nap múlva a beszárított sporáknak csak 1—2 %-a csirázik;
  6. hogy 36 nap múlva az összes sporák elhaltak;
  7. hogy a kiszárítás a sporák életképességét feltűnő módon korlátozza, mert míg 1 napi szárazon állás után vízben 80 %, mustban 70 % csirázása marad ki, a 2—8 napig terjedő szárazon tartással a nem csirázó sporák száma rohamosan emelkedik s 95 %—98 %-nak felel meg vízre vonatkoztatva.
- Vagyis 3 napnál tovább szárazon tartott kiszárított sporák gyakorlatilag mind elhaltaknak tekinthetők, mert csirázási arányuk vízre vonatkoztatva 1—2 %-nak felel meg.
8. hogy a 15 napig szárazon tartott kiszárított sporákból vízben, mustban egyaránt csak 1 % csirázik;
  9. s hogy 20 nap múlva a kiszárított sporák mind elhalnak.
- A gyakorlatra vonatkoztatva az eredményeket:
1. A nedves vagy harmatos napokra beálló néhány teljesen száraz nap után, a valóban beszáradt érett *Botrytis* sporák közül



vizben csak 25 %, az édes gyümölcslevelekben pedig 40 % csirázására számíthatunk. Vagyis néhány teljesen száraz nap után a sporáknak 75 %-a, illetve 60 %-a elhaltnak tekinthető;

2. mivel száraz, harmatmentes időjárás esetén is a sporák fentjelzett része édes gyümölcslevelekben (sérült bogyók levében például) kicsirázhat, ezért ilyenkor sem szabad elhanyagolni a védekezést, mert a betegség a szőlőre száradt s a bogyók levével keveredő sporákból is megújulhat;

3. a Botrytis és más ellentálló sporájú kryptogamos betegségek ellen a védekezés még gyengébb százaléku védekező szerrel is akkor a leghatásosabb, ha egy pár száraz nap előzte meg a védekezést, mert a sporák a száradástól szenvednek s így az életben maradó rész elpusztítása annál inkább meg van könnyítve.

Az időjárási viszonyok folytán a szőlő lombzatán, fürtjein, a földön stb. elterjedt sporáknak feláztatása s gyors kiszáradása gyakori eset, s ennek lehet tulajdonítani nagyrészt, hogy még az ellentállóbb betegségek okozó penészek sporái nyomán sem jön létre oly sok betegség, mint a hogy azt óriási számban való termelésük után gondolni vagy várni lehetne. *Ha azonban a száraz és a nedves idő váltakozása nem rögtönös, hanem lassú átmenetekkel megy végbe*, akkor sokkal több spora maradhat életben s így a betegségek terjedése is nagyon előmozdítatik. A most kiderített tények magyarázatát nyújtják ezen általános tapasztalatoknak. A sporák életképességének megmaradásán kívül a nedvesebb időjárás aztán még a kicsirázott sporák további fejlődését, befuródását, tehát az infectiót is nagyon előmozdítja. A sporákból fejlődő kis csirák akár napokig is életben maradhatnak, mint azt másutt kimutattam, pld. a szőlő fakórothadására nézve.

### III. A bordói lében csávázás és beszáradás hatása.

Hogy a különböző erősségű bordói lé alkalmazása minő hatással van a sporákra, egyike a legfontosabb kérdéseknek. Hisz e fölött folyton vitatkoznak a gyakorlat emberei s méltán, mert költség tekintetében nagyon is számot tevő dolog.

Az idevágó kérdések megvizsgálása végett többrendbeli kísérlet végeztetett s valamennyi többször megismételtetett s egybekötöttetett a sporaszámlálással, a mi az eredmények százalékos felvételét lehetővé tette. Az első sorozat még a régebbi módszerrel hajtattott végre, a többi pedig a vizsgálatok folyamán megállapítottam új móddal eszközöltetett, mely a sporák számlálását s az eredmények százalékos fölvételét is lehetővé tette. Most csak ennek közlésére szorítkozom.

*Bordói lében ázás (csávázás) hatása a Botrytis sporákra, százalékokban kifejezve.*

Barna színű érett, 12 napos culturából vett Botrytis sporák 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10%-os bordói lében 24 óráig csáváztattak; 24 óra múlva 1% borkósavat tartalmazó musttal kevertetett a bordói lé, úgy hogy az oldat rézgálicztartalma ne haladja túl a 0.3%-ot (mert, mint láttuk, ennyi rézgálicz még nem akadályozza a sporák csirázását). Ezen keverékből a cseppek hálózatos beosztású tárgylemezeken nedves harang alá helyeztettek. Ugyanekkor a továbbfejlődés megfigyelése céljából ezen mustos keverékből FREUDENREICH-féle lombikokba is elosztott mindíg 5—10 cm<sup>3</sup>.

A tárgylemezekre tett cseppekben 24 óra múlva az :

1 %	-os	bordói	lével	kezelt	sporákból	38—40 %	csirázott
2 %		"	"	"	"	33—35 %	"
3 %		"	"	"	"	33—35 %	"
4 %		"	"	"	"	28—30 %	"
5 %		"	"	"	"	25—29 %	"
6 %		"	"	"	"	23—25 %	"
7 %		"	"	"	"	18—20 %	"
8 %		"	"	"	"	12—15 %	"
9 %		"	"	"	"	12—15 %	"
10 %		"	"	"	"	10—12 %	"

Mint e sorozat mutatja, a bordói lé erőssége s a csirázási arány között bizonyos, gyakorlatilag nagyon fontos összefüggés ismerhető fel.

A tárgylemezeken 48 óra multán valamennyi cseppben megindult a csirázási tömlőkön a sclerotiumbojtok képződése. Újabb kis csirák — melyekről feltételezhető lett volna, hogy a második 24 óra alatt keletkeztek — nem mutatkoztak.

Egy más kísérleti sorozatban a FREUDENREICH-féle lombikokban első nap kis pelyhek, másodnap erős fejlődés jelentkezett. A sclerotiumbojtok az 1—8%-os bordói lével kezelt sporák tömlőin másnap, a 9—10%-os bordói lével kezelték tömlőin pedig csak harmadnap mutatkoztak.

*Bordói lével való lassú beszáradás hatása.*

Ezek a kísérleti sorozatok a végből hajtattak végre, hogy kipuhatható legyen a védekezés alkalmával a bordói lébe kerülő Botrytis sporák sorsa, föltéve azt, hogy a bordói lé beszáradása 6 óra alatt ment végbe s további 18 óra alatt csapadék nem volt. Vagyis egy igen közönséges eset utánóztatott kísérletileg. A kérdés már most az volt, hogy az ilyen 6 óra hosszúig bordói lében csávázott sporákból, ha a bogyók édes levével keverednek, hány fog kicsirázni? Vagyis a szürke rothadás mily mértékben korlátozható az adott feltételek mellett egyszeri permetezés által?

A bordói lével beszárított Botrytis sporák csirázóképességének megállapítására a következő kísérleti sorozat szolgált.

Barna színű érett, 14 napos tiszta culturából vett Botrytis sporák 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10%-os bordói lében szétrázva s tárgylemezre cseppenként elosztva, száraz harang alatt beszárítottak 6 óra alatt; 18 órai szárazon tartás után, borkősavas musttal feloldattak a száraz bordói lé foltok. A folyadék cseppenként tárgylemezre szétosztott s a lemezek nedves harang alá helyeztetek.

A tárgylemezre tett cseppekben 24 óra múlva az :

1 %-os bordói lével kezelt sporákból	25 % csirázott
2 %        "        "        "        "        "	} 20—23 %        "
3 %        "        "        "        "        "	
4 %        "        "        "        "        "	
	} 15—18 %        "

5 %-os bordói lével kezelt sporákból	}	15—18 % csirázott
6 %        "        "        "        "		
7 %        "        "        "        "	}	10—13 %        "
8 %        "        "        "        "		
9 %        "        "        "        "		
10 %       "        "        "        "		

Megjegyzendő azonban, hogy az ily módon kezelt sporák nem tekinthetők egészen szárazaknak, mert a bordói lé cseppje így nem szárad meg tökéletesen, felületén ugyanis bekérgezés képződik, mely némi nedvességet visszatart. Ez különösen az erősebb, tehát egyben sűrűbb bordói lénél jelentkezik s innen van az, hogy a 8—10 %-os bordói lé után kapott eredmények igen egyeznek a csávázási eredményekkel.

*Bordói lében ázó Botrytis sporák életképessége  
teljes kiszáritás után.*

Érett Botrytis sporák 2 %-os bordói lében szétrázva s ezen keverékből kis cseppek tárgylemezeken exsiccatorban teljesen kiszáritva, borkősavas musttal leoldattak s tárgylemezre megint cseppenként elosztattak.

A tárgylemezek átvizsgálásából kitűnt, hogy:

1 nap mulva egy spora sem csirázott,
2    "        "        "        "        "        "
3    "        "        "        "        "        "

*Beszáritott és utána bordói lével kezelt sporák életképessége.*

Ez a száraz időben végrehajtott védekezést utánozza, azzal, hogy nyirkos nedves idő következik rá.

Botrytis sporák vízben szétrázva beszáritattak s 24 óráig maradtak száraz harang alatt s ezután 1 %-os, illetőleg 3 %-os bordói lével megnedvesítve, nedves harang alatt tartattak 24 óráig, erre pedig borkősavas musttal keverve újból szétosztattak tárgylemezre s nedves harang alá helyeztettek.



Eredmény:

24 óra alatt egy spora sem csirázott.

Tehát ha a kísérlet feltételeinek megfelelnek a szabadban jelentkező közeg viszonyok, s az így végrehajtott védekezés után a sporák a bogyók kiszivárgó édes levével keverednek, nem fejlődnek tovább. Azok a sporák ellenben, melyekhez nem jutott el a védekező szer, vagy a melyek nem száradtak meg (mert védve voltak valamely nedvesebb zúgban), azok rendesen tovább fejlődhetnek.

De az ilyen nehézségekkel a gyakorlatban mindig számolni kell s ezért nagyon is meg lehetünk elégedve, ha gyakorlatilag a sporák tetemes részét sikerül ártalmatlanná tenni.

A kísérlethez használt sporák életképessége, mint mindig, úgy ebben az esetben is előlegesen megvizsgáltatott ellenőrzés céljából.

De hogy a beszárítás hatása magában véve is megállapítható legyen — bordói lé alkalmazása nélkül t. i. —, ugyanebből a sporaanyagból vett próbákön más kísérleti sorozatban a beszárítás is végrehajtatott. A sporák vízben szétrázva beszárítottak s aztán a *mustban csirázók* megszámláltattak.

Eredmény:

24 óra alatt a sporák 40%-a csirázott, a beszárítás folytán tehát 60% elpusztult.

### *Következtetések.*

1. A Botrytis sporák csirázó képességét a beszáradás s egy napi szárazon tartás átlag ép annyira korlátozza, mint az 1—3%-os bordói lében 24 óráig való csávázás.

2. A bordói lével való beszáradása a sporáknak 8—13%-kal többet öl, mint a 24 óráig tartó csávázás.

3. A beszáradás utáni 24 óráig tartó bordói lében ázás megöli az összes sporákat.

A gyakorlatra nézve tehát ebből a kísérleti sorozatból kitűnik:

1. hogy az 1—3%-os bordói lé sporaölő hatása egyformának tekinthető a szürke rothadás (Botrytis) sporáival szemben;

2. épúgy mint a 4—6%-os bordói lé sporaölő ereje is nagyon megegyező.

3. A bordói lé hatása a benne foglalt sporákra nagyon fokozódik; ha a permeteg lassan, legalább 6 óra alatt minél teljesebben beszárad, mert akkor az 1—3%-os bordói lé a Botrytis sporák 77%-át megöli.

4. Még nagyobb a pusztulás akkor, ha a bordói lé cseppjei a bennük foglalt sporákkal beszáradnak (24 óra alatt) s ezzel föláznak, mert ekkor 90% elpusztul.

5. Legerősebb a bordói lé hatása akkor, ha a sporák teljesen beszáradtak s aztán 24 óráig csávázódnak bordói lében, mert akkor a sporák mind elpusztulnak.

A gyakorlatban legkönnyebben a 3. pont alatt jelzett feltételek valósulhatnak meg, a 4. és 5. pontban jelzettekre már kevésbé lehet számítani.

A sporák teljes beszáradása egyáltalán nem jön létre oly könnyen, mert a bogyók meg a lombozat vizet párologtat el s így a sporák bizonyos fokig nedvességet szívhatnak föl. *Tehát valószínűen csak a tartós állandó száraz napok alatt, vagyis huzamosabb szárazság mellett száradhatnak meg a sporák annyira, hogy e beszáradás fejlődési képességüket is korlátozza.*

*Bordói lével kezelt, utána beszárított s újból bordói lével kezelt Botrytis sporák csirázó képességének meghatározása.*

(Ismételt permetezés.)

14 napos tiszta culturából vett érett, barna Botrytis sporák 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10%-os bordói lében szétrázva s tárgylemezekre nagy cseppekben elosztva, száraz harang alatt beszárítottak 6 óra alatt s aztán 18 óráig szárazon tartva másodszori permetezés utánzása céljából 1%-os bordói lével nedvesítették meg, 24 óra múlva pedig borkősavas mustban feloldva az egészet, a mustcseppek hálózatos tárgylemezekre szétosztva nedves harang alá tétettek. A bordói lé cseppek e kísérleti sorozatban erősen nagyok voltak.

A tárgylemezekre tett cseppekben 24 óra múlva az:

1 %-os bordói lével kezelt sporáknak				
2 %	"	"	"	"
3 %	"	"	"	"
4 %	"	"	"	"
5 %	"	"	"	"
6 %	"	"	"	"
7 %	"	"	"	"
8 %	"	"	"	"
9 %	"	"	"	"
10 %	"	"	"	"

mintegy 10 %-a csirázott.

A sporák csirázási módja itt is mutatott némely érdekes eltérést; kiemelem mint legszembetűnőbbet a 10 %-os bordói lével kezelt sporák csirázását. Ezek a sporák sajátos kihegyezett csirázó tömlőket hajtottak s a további oldali mellékágak is többnyire kihegyezettek voltak.

E kísérlet a szabadban a szőlőnövényen stb. permetezés után összefutó nagyobb bordói lécseppek hatását utánozza (ezért vették a bordói lé cseppjei nagyobbra) azzal a hozzáadással, hogy az ily cseppekbe beleszáradt sporák aztán kellő mennyiségű édes gyümölcslével jutnak érintkezésbe, melyben a még életképes sporák mind fejlődésnek indulhatnak. Mint láttuk már az előbbi kísérletekben, ez igen fontos a kísérlet számbeli eredményének eldöntésére, mivel a vízzel szemben a dús táplálásban részesülő, vagyis mustba kerülő sporák csirázási aránya jóval tekintélyesebb.

Ezen kísérletek végrehajtása alkalmával igen fontos megfigyeléseket tettem, nevezetesen, hogy a bordói lé nagyobb cseppjei igen lassan száradnak meg tökéletesen, mivel felületükön vékony összefüggő hártya képződik. A levegővel érintkező részen ugyanis igen apró ( $30\mu$ ) csipkés szélű gömbölyded calciumcarbonat szemek válnak ki, melyek a carbonizálás folyamán mind nagyobb számmal jelentkeznek, összeverődnek s elzárják a csepp tartalmát. Ezen hártya képződése tetemesen lassítja a csepp beszáradását, s ezért a nagyobb összefutott bordói lé cseppek a növény felületén szabadban még sokáig nedvesek maradnak.

A kísérleteket nagyobb fajtájú cseppekkel végezve a tökéletlenül végrehajtott permetezést utánoztuk. Hogy mily különbség van a nagyon finom egyenletes permetezés meg a durva hanyag munka közt (mikor a kiszórt cseppek összefutnak), azt a következő kísérlet bizonyítja.

*Botrytis sporák életképessége 3%-os bordói lével  
kipermetezve és beszárítva.*

(Kis cseppekben.)

Hogy a helyes tökéletes permetezéssel nyerhető finom apró cseppek alakjában kiszórt s így könnyen teljesen megszáradó bordói lé hatását is tanulmányozhassam, a Botrytis sporák a bordói lébe keverve azonnal kipermeteztettek s a gyors megszáradás után (száraz időjárást tételezván föl) vizsgáltatott életképességük. A bordói lébe keverés folytán a sporák tökéletesen érintkeztek a lével a kipermetezés alkalmával s így oly föltételek teljesültek, melyek a természetben alig valósulhatnak meg ily tökéletesen. Ellenkezően az ilyen erősen cutinos hártájú sporák könnyen kitolatnak a cseppek felületére.

De ez nem von le semmit a kísérlet értékéből, ellenkezően a sporákra nézve legkárosabb módon érvényesültek a hatások s így a legtökéletesebb permetezés utánzásának tekinthetők az alábbi kísérletek.

1. Az érett barna Botrytis sporákat 3%-os bordói lében szétválasztva kipermeteztük tárgylemezekre; a tárgylemezeken a bordói lé 1 óra alatt száradt be; 24 óra múlva a tárgylemezek musttal vagy vízzel megnedvesítve nedves harang alá tétettek s a spora viselete vizsgáltatott.

Musttal vagy külön vízzel megnedvesítve 24 óra múlva egy spora sem csirázott.

2. Az érett barna sporákat 3%-os bordói lében szétválasztva tárgylemezekre permeteztük, itt a bordói lé 1 óra alatt száradt be; 24 óra múlva a bordói lé megfelelő mennyiségű borkósavas musttal leoldatott s aztán új tárgylemezekre cseppenként elosztatott s a tárgylemezek nedves harang alá tétettek:

24 óra múlva egy spora sem csirázott.

Egybevetve ezt a kísérleti sorozatot a száradás és a bordói lé ölé hatásának vizsgálására végzett külön kísérletekkel, azt hiszem, hogy itt a kis cseppekben végbement meglehetősen tökéletes száradás és a bordói lé együttes hatása úgyszólván összegeződött.

Mint láttuk a többi kísérletben, a sporák beszáradása átlag 60%-ot öle, a 3%-os bordói lé pedig 30%-ot, e két hatás összege csakugyan megfelel a fentebb kimutatott eredménynek, főleg ha számba vesszük azt is, hogy érett 100 spora közül 2—4%, s néha több is egyáltalán nem csirázik.

Természetesen, mint általában minden ilyen természetű kísérletben, a százalékos eredmények kimutatása bizonyos határok közt ingadozik, mert a sporák életképessége is bizonyos szűk határok közt változó. Éppen ezért a több ízben ismételt kísérletekből átlagok vonattak s ezenkívül a spora anyagból mindig ellenőrző tenyésztések is végeztek, a sporák általános fejlődésképesége s a rendes csirázási hányad megállapítása végett.

**Bordói lé vízzel fölázztatva.** A kipermetezett s beszáradt bordói levet a csapadéki víz, eső, harmat, vagy az elromló bogyó kiszivárgó leve áztatja föl. Az utóbbira nézve már tájékoztatnak az eddigi kísérletek. A harmat utánzását illetőleg pedig a következő kísérlet nyújt adatokat.

*Az 1—10%-os bordói lében beszárított s vízzel feláztatott sporák csirázó képességének meghatározása.*

A harmat hatását utánzó kísérletek kiterjesztettek az 1—10%-os bordói levekre, a csirázási arány megállapítása spora-számlálással végeztetett.

A Botrytisnek 14 napos culturájából vett barna érett sporákat 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10%-os bordói lében szétrázva s tárgylemezre cseppenként elosztva, száraz harang alatt beszárítottuk 6 óra alatt s aztán 18 óráig szárazon hagytuk. Ekkor sterilizált esővízzel nedvesítettük meg harmat utánzás céljából s 24 óra múlva borkősavas mustba keverve (a bordói lé oldása végett), a cseppeket tárgylemezre szétosztva nedves harang alá helyeztük.

A tárgylemezekre tett cseppekben 24 óra múlva az :

1 %-os bordói lével kezelt sporáknak				
2 %	«	«	«	«
3 %	«	«	«	«
4 %	«	«	«	«
5 %	«	«	«	«
6 %	«	«	«	«
7 %	«	«	«	«
8 %	«	«	«	«
9 %	«	«	«	«
10 %	«	«	«	«

átlag 10 %-a csirázott.

Egybevetve ezt a kísérleti sorozatot az ismételt permetezés eredményével, mikor nem sterilizált esővíz, hanem megint bordói lé adatott a sporákhoz: mindkét esetben az eredmény meglepően egyező. S ez valószínűen a vízfelszívás és vizelvonás (feláztatás, megszáradás) megismétlésének nagy sporaölő hatására vezethető vissza.

A harmat hatását utánzó ezen tájékoztató kísérletekből tehát a gyakorlatra nézve az a fontos következtetés vonható, hogy :

a bordói lé beszáradása és fölengesztelése a harmat révén nem pusztítja el az összes sporákat (átlag 10 % életben marad), s az életben maradó sporák, ha gyümölcsfé jut hozzájuk, bőséges fejlődésnek indulhatnak.

#### IV. Porozási kísérletek Botrytis sporák ölésére.

Az első porozási kísérletek úgy intéztettek, hogy a Botrytises fürtök 4 sorozatban poroztattak. Minden sorozat 4 kísérletet foglalt magában, az 1.-ben a fürtök szárazon maradtak, a 2.-ban vízzel, a 3.-ban 1 %-os, a 4.-ben 2 %-os calciumbisulfit oldattal permeteztettek, s aztán hajtattott végre a beporozás az I. sorozatban 10 %  $NaHSO_3$  és 90 %  $CaSO_3$ -mal, a II. sorozatban 20 %  $NaHSO_3$  és 80 %  $CaSO_3$ -mal, a III. sorozatban 30 %  $NaHSO_3$  és 70 %  $CaSO_3$ -mal, a IV. sorozatban 20 %  $NaHSO_3$  + 40 %  $CaSO_3$  + 40 %  $MgSO_3$ -mal.

Az eredmény megállapítására a bogyók ötöd napra lemosva vízzel, musttal feltöltött FREUDENREICH-féle lombikokba tétettek, még pedig minden kísérletből 10 bogyó 10 üvegbe. Összesen tehát 160 üveg állítatott be. Az első nap 1 üvegben, a 2. nap 4 üvegben jelentkezett fejlődés, a 3. nap pedig összesen 6 üvegben mutatkoztak gyöngye mycelium pelyhek. A kísérleti 160 üveg közül csak 5-ben volt még fejlődés 5 nap múltán. Ez tehát oly siker, mely a teljes előléssel ér föl és 97% ölési eredményt jelent. Sőt mivel a sporák életképessége mustban vizsgáltatott, vízben még kevesebb spora csírázására lehetett volna számítani.

Ezen csekély hányad sporának életbenmaradása annak róható fel, hogy a bogyók felülete nagyon tökéletesen, egyformán volt behintve a porral.

Miután fel lehetne hozni azt, hogy a lemosással az érett erős sporák eltávolítottak s csak a félig érettek, melyek a tartókhoz még erősebben hozzánöttek, kerültek bele a tápláló mustba: ennek a hibaforrásnak megvizsgálására még a következő kísérletek végeztek.

#### *Natriumbisulfit por hatása a Botrytis sporákra.*

(Száras és nedves közegben.)

Érett barna Botrytis sporák natriumbisulfit porral kevertettek és ezen keverékből lencsenagyságú adagok tárgylemezekre téve, részint nedves, részint száraz harang alatt tarttattak 24 óráig, azután musttal keverve (50-szeresen higitva) és tárgylemezre szétosztva, nedves harang alá tétettek a további fejlődés megfigyelése végett.

24 órás száraz hatás után:

24 óra	mulva	a sporák	mustban	nem	csíráztak
48	"	"	"	"	"
72	"	"	"	"	"

24 órás nedves hatás után:

24 óra	mulva	a sporák	mustban	nem	csíráztak
48	"	"	"	"	"
72	"	"	"	"	"

Ebben a kísérletben a sporák tehát szárazon poroztattak s csak 24 óráig hatott a védekező szer. Hogy az egyik sorozatban nedves harang alatt voltak a sporák, az, tekintve a kis adagokat s a fejlődő gáznak keveredését a bennfoglalt levegővel, meg az aránylag rövid időtartamot (24 óra) szóba alig jöhet. A földolog, a min a hatás alapul, a sporáknak minél tökéletesebb keveredése a védekező szerrel, vagyis a gyakorlatban a minél gondosabban végrehajtott porozási művelet.

A fölös mennyiségű natriumbisulfittal kevert és szárazon tartott sporáknak mustba átoltása alkalmával is kénessav fejlődik. A natriumbisulfit gyakorlati alkalmazásában erre is tekintettel voltam s ezt a javasoltam védekező szert kénessav felhalmozónak tekintem, melyből nedvesség, víz hozzájutásával a lekötött kénessav gyorsan fölszabadul.

Annak kísérleti megállapítása végett azonban, hogy a sporálás már a beporozás révén létrejön, a kísérlet módosítottatott úgy, hogy a mustba nagyon kevés, majdnem semmi natriumbisulfit sem juthatott.

*Kísérlet beporozott gelatina culturákkal.*

A gelatinán fejlődött cultura beporoztatott natriumbisulfittel és a cultura darabkái 24 óráig nedves, illetőleg száraz harang alatt tartattak. Ez idő alatt a natriumbisulfit por összetapadó kéreggé vált, úgy hogy a culturadarabokról tüvel leemelhető volt. A portól így megtisztított gelatina culturadarabok aztán mustba vettettek el, a mustban rendkívül nagy számú érett sporák mikroskoppal nagyon jól felismerhetők voltak.

24 órai száraz hatás után :

24 óra	mulva	a sporák	mustban	nem csiráztak
48	"	"	"	"
72	"	"	"	"

24 órai nedves hatás után :

24 óra	mulva	a sporák	mustban	nem csiráztak
48	"	"	"	"
72	"	"	"	"



Ezen kísérlet alkalmával a mustba rendkívül kevés natriumbisulfit kerülhetett s a musttal keverés alkalmával kénessav fejlődés nem volt észlelhető és így a Botrytis sporák már a natriumbisulfit por 24 órai hatása folytán ölettek meg.

Gyakorlati tekintetből természetesen tökéletesen közömbös, hogy a sporák már előbb vagy csak akkor öletnek meg, mikor újabb nedvességgel, vízzel vagy az érő bogyók kiszivárgó levével érintkeznek.

*Botrytis sporaölési kísérlet gyöngye calciumbisulfit és natriumbisulfit oldattal.*

Érett barna Botrytis sporák 0.25%-os calciumbisulfit vagy 0.5%-os natriumbisulfit oldatban elosztattak és  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  és 1 órai hatás után a keverékek musttal huszszoros térfogatra hígítva [úgy hogy a mustos keverék  $\frac{0.25}{20} = 0.0125\%$   $Ca(HSO_3)_2$ , illetőleg  $\frac{0.5}{20} = 0.025\%$   $NaHSO_3$ -at tartalmazott] tárgylemezre cseppenként adagoltattak s erre vizsgáltatott a sporák magatartása.

A 0.25%-os  $Ca(HSO_3)_2$  oldattal vagy a 0.5%-os  $NaHSO_3$  oldattal:

$\frac{1}{4}$	óraig kezelt sporák közül	15%—20%	csirázott
$\frac{1}{2}$	" " " "	15%	"
1	" " " "	12%—14%	"

Ezen kísérletek bizonyítják a bisulfit oldatok gyors ölő erejét a cseppekben foglalt nagy számú sporával szemben.

Annak kimutatására, hogy a felhígított védekező szer nem gátolta az életben maradt sporák csirázását, ellenőrző kísérlet gyanánt ugyanolyan mennyiségű és töménységű calciumbisulfit oldat musttal hígított s ebbe a 0.0125%  $Ca(HSO_3)_2$ -t tartalmazó mustba keverve a sporák, tárgylemezre cseppenként elosztattak. Az eredmény az volt, hogy 24 óra múlva 99% spora csirázott.

Ugyanígy végrehajtva az ellenőrző kísérletet 0.025% natriumbisulfitet tartalmazó musttal, 24 óra múlva ebben is 99% spora csirázott.

*Olési kísérlet vízzel kevert és aztán beszárított Botrytis sporákkal.*

A beszárított sporák viselkedését bisulfitekkal szemben vizsgálendő. a következő kísérlet végeztetett:

Érett Botrytis sporák sterilizált vízben szétrázva s tárgylemezekre cseppekre elosztva beszárítottak s a beszárítás után rögtön megnedvesítették az alábbi védekező szerekkel:

$\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{2}$  órai hatás után pedig a védekező szer 30-szorosan lett felhígítva musttal s így tárgylemezekre cseppenként elosztatott.

A beszárított s utána:

0.5%-os calciumbisulfit oldattal  $\frac{1}{4}$  és  $\frac{1}{2}$  óráig kezelt sporák közül egy sem csirázott.

1%-os natriumbisulfit oldattal  $\frac{1}{4}$  és  $\frac{1}{2}$  óráig kezelt sporák közül egy sem csirázott.

1%-os bordói lével  $\frac{1}{4}$  és  $\frac{1}{2}$  óráig kezelt sporák közül egy sem csirázott.

Ellenőrzésül a védekező szerek ugyanannyi musttal hígítva mint előbb, ugyanazon tenyészetekből vett sporákkal beoltattak s mindhárom keverékben 99% spora csirázott. Tehát a felhígított védekező szerek nem akadályozták a csirázást.

*Natriumbisulfit por cementporral keverve.*

Az előző kísérletekből kiviláglik, hogy a Botrytis sporák ölésére fölösleges 10—20%-nál több natriumbisulfitet venni. Hogy ezt a mennyiséget a megvédendő növényekre juttassuk porozás alakjában, szükséges valamely közömbös porral keverni a védekező szert. Ez a közömbös por hordozója lesz s egyuttal higitásul is szolgál. Több rendbeli kísérlet után erre a célra leginkább az ú. n. románcement (talán helyesebben római, miután Roman Cement az angol neve) felelt meg. A két alkotó rész egyforma finomságra öröltetett s szitáltatott.

Botrytis gelatina-cultura-darabkákat, melyek felületén igen sok spora volt, beporozva az alábbi keverékekkel s 1 óra után a port lerázva, a sporák musttal kevertetvén tárgylemezekre csep-

penként elosztattak s nedves harang alá tétettek. Ugyanazon culturából ellenőrzésül mustba vetett sporákból 99% csirázott, tehát a sporák életképesek voltak.

100% cementporral 1 óráig kezelt sporák közül mustban 24 óra alatt 99% spora csirázott.

10%  $\text{NaHSO}_3$  + 90% cementtel 1 óráig kezelt sporák közül mustban 3 nap alatt egy spora sem csirázott.

10%  $\text{NaHSO}_3$  + 90%  $\text{CaSO}_3$ -al 1 óráig kezelt sporák közül mustban 3 nap alatt egy spora sem csirázott.

50%  $\text{NaHSO}_3$  + 50%  $\text{CaSO}_3$ -al 1 óráig kezelt sporák közül mustban 3 nap alatt egy spora sem csirázott.

100%  $\text{NaHSO}_3$ -al 1 óráig kezelt sporák közül mustban 3 nap alatt egy spora sem csirázott.

A cementpor magában tehát nincs semmi hatással a sporák fejlődésére s natriumbisulfithez keverve annak hatását nem csökkenti, épúgy nem a calciumsulfit sem. A natriumbisulfit tisztán (100%) nem alkalmazható, a növények zöld részeinek károsodása nélkül, ellenben a 10—20%-os keverékek nem bántják a szőlő lombját s cementtel összeállítva igen olcsó védekező szert szolgáltatnak. A natriumbisulfit mai ára 44 K, a cementé pedig 2 K 30 f 100 kg-ént, a 10%-os keverék ára 6 K 47 f.

#### *A Botrytis fejlődése glycerinben és savakban.*

Végezetül még a Botrytis sporáknak különböző szerves savak, továbbá alkoholok (æthylalkohol, glycerin) vizes oldataiban vagy keverékeiben észlelt fejlődését óhajtom jelezni, ezuttal pusztán csak a rendestől elütő fejlődési alakok feltüntetésére szorítkozván. Az itt tapasztalt tények oly érdekesek, hogy további részletes kutatások felette kíváncsok volnának.

Ezen kísérletekben a sporák különböző hígítási folyadékok függő cseppjeiben vizsgáltattak úgy, hogy a nedves kamra alsó részébe mindig megfelelő hígítási folyadék adatott, hogy a függő csepp lehetőleg változatlan összetételű maradjon.

A főbb csirázási adatok a következők:

*Botrytis csiráztatás glicerinben.\**

24 óra múlva					a csirák hossza
1 % glicerinben	90 %	spora csirázott,			80—90 $\mu$
5 %       "       "	90 %	"       "	"		80—90 $\mu$
10 %       "       "	90 %	"       "	"		80—90 $\mu$
20 %       "       "	25—30 %	"       "	"		10—30 $\mu$

*Botrytis csiráztatás almasavban.*

24 óra múlva					a csirák hossza
10 % almasavban	nem csirázott.				
1 %       "       "	95 %	spora csirázott,			20—30 $\mu$
2.5 %       "       "	80 %	"       "	"		40—60 $\mu$
5 %       "       "	80 %	"       "	"		100—120 $\mu$

*Botrytis csiráztatás borkősavban.*

24 óra múlva					a csirák hossza
1 % borkősavban	60—80 %	spora csirázott			30—60 $\mu$
2.5 %       "       "	60 %	"       "	"		10—35 $\mu$
5 %       "       "	10 %	"       "	"		félakkora mint a spora.

*Botrytis csiráztatás citromsavban.*

24 óra múlva					a csirák hossza
1 % citromsavban	60—80 %	spora csirázott,			20—60 $\mu$
2 %       "       "	10—20 %	"       "	"		15—20 $\mu$
5 %       "       "	1—2 %	"       "	"		10—15 $\mu$

---

DUGGAR, ki a *Botrytis cinerea* sporáit glicerinben csiráztatta, az  $\frac{n}{1}$  hígításban 75 %,  $\frac{n}{2}$ -ben 10—25 %,  $\frac{n}{10}$ -ben 25 %,  $\frac{n}{20}$ -ban — % csirázást kapott. (I. DUGGAR B. M. Physiological studies with reference to the germination of certain fungous spores. Botanical Gazette. XXXI. 1901. 46. l.)

ESCHENHAGEN pedig azt tapasztalta, hogy a *Botrytis* glicerinből 37 %-ot is elbir. (ESCHENHAGEN. Einfluss von Lösungen versch. Konz. auf Schimmelpilze. Diss. Leipzig 1889.)

*Botrytis csiráztatás alkoholban.*

24 óra múlva					a csirák hossza
1 % alkoholban	90—95 %	spora	csirázott,	90—100 $\mu$	
5 %	80—90 %	"	"	60—70 $\mu$	
10 %	1—2 %	"	"	50—60 $\mu$	

Borkősavban és citrónsavban (1%-os oldat) a csirázás és továbbfejlődés nagyon egyező módon megy végbe. Jellemző az, hogy a szálak rendkívül hosszúra nőnek, elágazások alig jelentkeznek, sőt a válaszfalak is ritkák (I. tábla 10—12. és 1., 2. ábra). Ezzel szemben a mustban való fejlődés alkalmával a csirázó tömlők a sporából kilépve csakhamar elágaznak, bokrosok lesznek s a sclerotiumképző hajtások az első nap megjelennek, vagyis a sclerotiumbojtok képződése megindul.

Feltűnő még a sporák nagymérvű megduzzadása, ez általános jelenség, és válaszfallal rekeszelődése (I. tábla, 2. ábra), ami aránylag ritkább, de különben nem észlelhető a rendesen fejlődő sporákon. Ép így szembeötlő még a csirázó tömlőnek kilépése helyén jelentkező sokszor igen tekintélyes megduzzadása (I. tábla 2., 10—12. ábra).

Idősebb (5—8 napos) tenyésztésekben a sima szálak felső végén ritka elágazás jelentkezik (I. tábla 3., 11—12. ábra), az ágak sejthártyája megvastagszik s az ágak válaszfalakkal tagolódnak. Ez a sclerotiumbojtok képződéséhez hasonlít némileg, de elmarad a jellemző szörképződés az ágak csücssejtjén; az elágazás sem oly bőséges, mert bojt képződésig nem jut. Az ily képletek vagyis félbemaradt sclerotiumkezdetek a vastagabb hártya révén némileg inkább chlamydospora fejlődésre emlékeztetnek.

Az 1%-os almasavban némely spora egyszerre több mint 2 ponton (ez utóbbi elég gyakori különben a rendes fejlődésmenetben) csirázott, így például az I. tábla 4. ábráján rajzolt egyszerre négy csirázó tömlőt bocsát. Ezenkívül a csirázó tömlő kilépése helyén sokszor hólyagszerűen fölpuffad (I. tábla 5. ábra) s nem ritkán másodlagos sporához hasonlít. Jellemző az 1%-os almasavban való fejlődésre az, hogy a szálak többnyire korán (1—2.-od nap) elágaznak s az ágakon aztán bogformájú gömböly-

ded új ágkezdetek lépnek föl. (I. tábla 6. ábra.) A chlamydo-sporaszerű kifejlődés azonban elmarad.

A fejlődés további folyamán, 7—8 nap után, esetleg korábban is jelentkezik a tápláló közeg kimerülése. Ennek következtében a szálak mind a három sav 1%-os hígításaiban nyomorogni kezdenek, tartalmuk megszakad, durván szemcsés, hézagos lesz, szóval pusztulni kezd.

Az 5%-os almasavban észlelt fejlődés szolgálhat a sűrűbb oldatokban való fejlődés leírására. Itt már határozott másodlagos sporaképződés látható (I. tábla, 13., 14., 16. ábra). Az ily módon jelentkező duzzadás igen nagymérvű s az anyasporát egészen eltorzítja sokszor (mit különben az előbbi esetekben is tapasztalni, de nem oly nagy mértékben). A másodlagos spora aztán vagy maga ágzik el azonnal vagy 4—5 sejtből álló vastag csirázó tömlőt fejleszt, melyről sima mellékágak erednek.

Az ágak 3—4-ed napra nagyon hosszúra nyúlnak s ekkor gyér chlamydosporaszerű befűződéses is jelentkeznek. A myceliumszálak egyenetlen vastagságuk, helyenként erősen befűzöttek. Az idős, 11—13 napos tenyésztésekben a pusztuló vagy nyomorgó szálak csúcssejtje körtealakú lesz, de lefűződése nem volt észlelhető.

Legsajátosabb volt a Botrytis sporák fejlődése 5%-os alcoholban. A csirázás lassú, egy nap alatt a tömlő alig éri el a spora hosszát. Másodnap a tömlő többnyire bunkós lesz (I. tábla 7. ábra). Alcoholban hosszabb ágképzésig nem jutnak a sporák, a csirázó tömlő csak 8—10-szer lesz hosszabb a sporánál, rendszeren több helyütt hólyagosan felpuffad s az ily izek aztán erősebb sejthártyával övezik magukat s bizony alig különböztethetők meg az anyasporától. A fejlődés ezen a fokon 5-öd napra megállott.

A Botrytis sporáinak fejlődése hígított glicerinen az involutiós alakok sokaságán kívül azért érdemel figyelmet, mert itt sajátos sterilizációs és sporaképződés jelentkezett.

A hígabb közegben az 1—5%-os glicerines culturákban a sporák 17 óra alatt csiráznak s 4—5-ször hosszabb tömlőket hajtanak. A fejlődés tehát nagyon lassú. A tömlőkön később (36 óra alatt) gömbölyded kiemelkedések lépnek föl, ezek az ágak elei s 3-ad napra belőlük gyér ágak hajtanak, melyek aztán tekintélyes

hosszuságot érnek el. Némelyiknek végén sclerotiumkezdethez hasonló rövid ujjas ágképződés is látható. A 6—8 napos tenyésztésekben aztán a tömlők tartalma pusztul s rövid, sterigmaszerű magános vagy páros oldali ágakon (II. tábla, 6., 7. ábra) gömbölyű, igen apró (2—3 $\mu$  átmérős) conidiumok fűzetnek le.\*

A 10%-osnak beállított tenyésztésekben a fejlődés szintén lassan indul meg, 2 nap alatt (II. tábla, 8., 9., 10. ábra) a csirázó tömlők csak 2—4-szer akkorára nőnek mint a spora maga, de már ilyenkor is gyakran sporaképződés látható a csinos sterigmákon (II. tábla 10. ábra). A 3—4-ed napos tenyésztésekben hol simán, hol bokrosodón fejlődnek tovább s 7-ed napra aztán a tömegesebb, szaporább sterigmaképződés jelentkezett (II. tábla 13. ábra). Az idézett esetben érdekes körülmény az, hogy a spora, miután kifejllesztette fölfelé irányuló hosszú tömlőjét, válaszfallal oszlott s alsó részéből két új, közvetlenül sterigma gyanánt fejlődő tömlőcskét hajtott, melyről conidiumot fűzött le.

A tenyésztések 2—3 hétig fenntartattak, de glycerin nem adagoltatott hozzájuk. Az ilyen idős culturákban voltak találhatóak a legszebb sterigmaképletek, köztük 8 sterigmából álló fejcskék is voltak (II. tábla 2. ábra) s a conidiumok sorozatos lefűződése szintén igen jól követhető volt (II. tábla 1. ábrára).

A tárgylemezen tartott 19 napos tenyésztésekben az eddig leirt alakokon kívül még teljesen elütő tenyésző formák jelentkeztek, melyek közül a II. tábla 5. ábráján rajzolt a legfeltűnőbbek egyike volt, s 7-ed napra aztán a tömegesebb, szaporább sterigmaképződés jelentkezett (II. tábla 13. ábra). Az idézett esetben érdekes körülmény az, hogy a spora, miután kifejllesztette a rajzon fölfelé irányuló hosszú tömlőjét, válaszfallal oszlott s alsó részéből két új, rögtön sterigmának fejlődő tömlőcskét hajtott, melyekről conidiumot fűzött le.

---

\* RALPH E. SMITH ezeket a conidiumokat nem észlelte. (Botrytis and Sclerotinia: their relation to certain plant diseases and to each other. Botanical Gazette. XXIX. 1900. June. 369—406. l.). Hasonlítanak azonban hozzájuk a LINDNER-től ábrázoltak (Über Durchwachsungen an Pilzmycelien. Ber. d. Deutsch. Bot. Ges. V. 1887. 153. l.) és a BEAUVIERE és GUILLIERMOND-tól észlelték (Étude sur la structure du Botrytis cinerea. Centralblatt f. Bakteriologie. X. 1903. 275—281. l.).

Sok spora más esetben rendkívül hosszú egyenletes vékony (alig  $2\mu$  széles) párhuzamos falú szálát hajtott, mely  $300\mu$  hosszúságra is megnőtt. A szál felső végén bunkósan duzzadt s két rövid ágat hajt, melyeken temérdek apró conidiumot termő sterigmák fejlődtek. Egy más igen érdekes esetet a II. tábla 4. ábrája tüntet fel. A sporából kilépő csirázó tömlő azonnal elágazott. Az egyik ág nagyon vékony marad, de  $200\mu$  hosszúra nő s nem izelődik. A másik erőteljes vastag, középső izei *Conferva* szerűen duzzadtak s a gyors növés meg nyújtózás következtében a fölszakadó cuticula hüvelyek gyanánt övezi az oszlott anyasejteket. Ezen most tárgyalt esetekből is kitűnik, hogy az egytermésű, egyformának látszó sporák azonos feltételek mellett is igen különbözően fejlődhetnek.

Az egyénileg gyengébbek igen későre csiráznak s mint a 20 napos tenyésztésekben láttam (II. tábla, 11., 12. ábra), már a csirázó tömlőn az első vagy második sejten sterigmát hajtának (akár az *Üszökfélék* «*promyceliuma*») s apró conidiumokkal igyekeznek a fajfenntartásról gondoskodni. Az erősebb sporák ellenben megkísérlik a sclerotiumképzést s a közben folyamodnak a conidiumtermésnek leírtam módjához.

### *Összefoglalás.*

A *Botrytis cinerea* sporái szerves savak 1—10%-os higitásaiban jól fejlődnek, ép úgy 1—5%-os æthylalkoholban is. Savakban általában a rendkívül hosszú szál-képződés, alcoholban pedig a rövid bunkós puffadt tömlőképződés a jellemző tenyésztési alak. Feltűnő e mellett a sporák oszlása és a másodlagos sporaképzésre való hajlandóság. A vizsgált szerves savak higitott oldataiban a sclerotiumképző ágak sejteinek ehlamydosporaszerű megvastagodása szintén szokatlan jelenség, épúgy mint a pár esetben észlelt, külön sterigmákon jelentkező conidiumtermés.

A *Botrytis cinerea* sporák továbbá 1—20%-os glicerinben is jól tenyésznek és magános, elszórt vagy fejceskében föllépő, szépen kifejlődött sterigmákon igen apró,  $2.5$ — $3\mu$  átmérős conidiumokat teremnek; hosszú tenyésztés után pedig a félig beszárado culturákban különböző, evolúciós conidiumtermő fejlődési



állapotok jelentkeznek, melyek közt legfeltűnőbb a tisztán a conidiumtermésben kimerülő, hosszú, el nem ágzott szálak alak, továbbá a közvetlenül conidiumokat termő s az Ustilago-félék promyceliumához hasonlóan gyümölcsöző típus. Ezen conidiumok ez idő szerint még nem voltak csirázásra birhatók.

### *Ábramagyarítás.*

I. tábla. Botrytis cinerea csirázása hígított savakban. 1—3. ábra sporafejlődés 1%-os citromsavban. 1. ábra egy napos, 2. ábra két napos, 3. ábra hét napos tenyésztésből.

4—6. ábra sporafejlődés 1%-os almasavban, 4. ábra két napos, 5. ábra két napos, 6. ábra három napos tenyésztésből.

7—9. ábra sporafejlődés 5%-os alkoholban, 7. ábra két napos, 8. ábra két napos, 9. ábra három napos tenyésztésből.

10—12. ábra sporafejlődés 1%-os borkősavban. 10. ábra három napos, 11. ábra 8 napos, 12. ábra 10 napos tenyésztésből.

13—16. ábra sporafejlődés 5%-os almasavban. 13., 14., 15. ábra egy napos, 16. ábra két napos tenyésztésből.

II. tábla. Botrytis cinerea csirázása hígított glicerinen. 1., 2., 3. ábra sporafejlődés 1%-os glicerinen 14 napos tenyésztésből.

4—5. ábra sporafejlődés 5%-os glicerinen, 19 napos tenyésztésből.

6—7. ábra sporafejlődés 5%-os glicerinen, 6. ábra hat napos, 7. ábra nyolcz napos tenyésztésből.

8—13. ábra sporafejlődés 10%-os glicerinen, 8., 9., 10. ábra két napos, 13. ábra hét napos, 11—12. ábra húsz napos tenyésztésből.

Valamennyi kép Zeiss: IV. ocul. E object. 680-szoros nagyítással készült s  $\frac{4}{5}$ -re összevonatott.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1904. október 17.-én tartott üléséből.)

## FÖLDRENGÉSI ELEMOK SZÁMOLÁSA.

KÖVESLIGETHY RADÓ lev. tagtól.

A földrengéskutató nemzetközi szövetkezetnek ez év áprilisében történt megalakulása elutasíthatatlanul követeli, hogy a földrengések elemeinek, és ezzel a földkéreg physikai állandóinak meghatározására physikailag kifogástalan elméletünk, és ebből folyólag általánosan elfogadható eljárásunk legyen. Ezt igyekeztem elérni már évekkkel ezelőtt «a seismikus tünetmények új geometriai elmélete» című értekezésemben, a melynek lényegén, noha a tárgygyal azóta sokkal behatóbban foglalkoztam, változtatnom nincs okom. De az elismerést, a melylyel különösen SIEGMUND GÜNTHER\* dolgozatomat már német fordításának megjelenése előtt szives volt kísérni, semmiképen nem vonatkozathatom a benne foglalt formula-anyagra, a mely matematikailag elegáns volta ellenére a tényleges, kevés számjeggyű logaritmussal való szabatos és gyors számolásra majdnem teljesen alkalmatlan.

Oka ennek, hogy a meghatározandó elemek közel egyenlő mennyiségek különbségéül adódnak. Az ily esetben szokásos segédeszköz, a sorbabontás, ezúttal nem sokat használ, mert a levezetett, akár periodikus, akár hatvány-sorok csak vagy az epicentrum, vagy a seismikus æquator körül mutatnak, itt is csupán csekély közben elegendő convergentiát, holott ma minden nagyobb rengés az egész Föld felszínén észlelhető.

A problémának a pályahatározással való analogiája megadta végre a megfejtés kulcsát, és most zárt, tehát a rengés

---

\* Handbuch der Geophysik, II. kiad. I. köt. 472. l. Stuttgart 1897.

makro- és mikroseismikus területére egyaránt érvényes, igen kényelmes formulák vannak rendelkezésemre.

E dolgozatom csak egyes, nem lényegbe vágó pontokban ad új eredményeket, de szükséges kiegészítője első értekezéseimnek. És a mint Magyarország az első államok között volt, a mely az Association internationale sismologique-ba tagul belépett, úgy óhajtanám, hogy innen induljanak ki és terjesztessenek a jövő év tavaszán első ízben ülésező állandó nemzetközi bizottság elé az egységes számolási eljárásokra vonatkozó javaslataim.

A teljesség kedvéért legyen szabad röviden összefoglalnom régebbi eredményeimet, a mennyiben a további eljárásra szükségeselek. A jelöléseket megtartom, a szögletes zárójelbe foglalt számok a fentt idézett értekezés \* egyenletsorozatára vonatkoznak.

Hálás köszönetet mondok e helyütt dr. JORDAN KÁROLY úrnak, a ki az előforduló, a fészkek mélységének hatványai szerint haladó sorokat tőlem függetlenül szives volt kifejteni, szükség esetén azokat harmadrendű tagokon túl terjesztetni és a függelékben közölt táblázatokat is számította.

### A seismologia geometriai alapja.

Ha a Földet concentricusan rétegzett mediumnak tekintjük, melyben a sugár egységeiben kifejezett  $\rho$  középpont-távolságú réteg  $s$  sűrűsége a ROCHE-féle [12, 14, 17]

$$s = s_1 \frac{1 - a\rho^2}{1 - a}$$

törvénnyel kifejezhető, és ha e réteg  $n$  törésmutatóját a NEWTON-féle [11]

$$\frac{n^2 - 1}{s} = \frac{n_1^2 - 1}{s_1}$$

szabályal állapítjuk meg, akkor könnyen érthető rövidítéssel élve [15, 16]

---

\* Math. és Természettud. Értes. XIII. k. 363—407. 1.

$$n^2 = \left(1 + \frac{\mu}{1-a}\right)(1 - q\rho^2), \quad (1)$$

a hol  $\mu$  a földfelszín törőerejét jelenti és

$$q = \frac{a\mu}{1+\mu-a} \quad (2)$$

a Föld befelé való sűrűsödésétől és a felszíni törőképességtől függő állandó, mely  $\mu$  természetes határai:  $\infty > \mu \geq 0$  folytán

$$a > q \geq 0, \text{ vagy elég közel } \frac{3}{4} > q \geq 0 \quad (3)$$

határok közé van szorítva. Ez egyenletekben  $s_1$  a földfelszín sűrűsége,  $n_1$  törésmutatója,  $a$  pedig 0.764 vagy sok esetben elég közel  $\frac{3}{4}$ .

Ilyen alkotású mediumban áll a csillagászati refractio-elmélet révén is ismert [8]

$$n\rho \cos E = \text{const} = C \quad (4)$$

egyenlet, melyben  $E$  azon szög, mely alatt a rengéssugár a  $\rho$  sugarú gömb felületét elhagyja. A Föld színén ennek  $e$  értéke, az emersioszög a közvetlen megfigyelés tárgya lehet, és ezért  $C$  czélszerűen [51]

$$C = n_1 \cos e \quad (5)$$

által definiálható.

Differentialegyenlet alakjában kifejezve a (4) egyenlet a törésmutatónak  $1 + \frac{\mu}{1-a}$  állandójával való osztás után [9]

$$\frac{du}{d\rho} = \frac{\sqrt{1-q} \cos e}{\rho \sqrt{\rho^2(1-q\rho^2) - (1-q) \cos^2 e}}, \quad (6)$$

a rengéssugár poláris egyenletéhez vezet. A könnyű integratio eredménye [20 és 51]

$$\rho^2 = \frac{2(1-q) \cos^2 e}{1 + \sqrt{1 - 4q(1-q) \cos^2 e} \cos 2(u-\gamma)}, \quad (7)$$

melyben  $u$  a poláris szög a rengés tengelyétől, azaz a fészket az epicentrummal kapcsoló egyenestől számítva, míg  $\gamma$  az integratio állandója.

A felszíni emersioszög helyett rövidség kedvéért czélszerű lesz a

$$\cos^2 \eta = 4q (1 - q) \cos^2 e \quad (8)$$

által megszabott, reducált emersiót behozni, a melylyel a radius-vector

$$\rho^2 = \frac{\cos^2 \eta}{2q [1 + \sin \eta \cos 2(u - \gamma)]} \quad (9)$$

alakban írható. Ezen egyenlet, mely nyilván a Földdel concentricus, a rengés pontalakú fészken átmenő ellipsist jelent, melynek kis tengelye a növekedő  $u$  szögek irányában olvasva a rengéstengelylyel  $\gamma$  szöget zár be (lásd alább az 1. ábrát), teszi jelenlegi tanulmányaink kiindulóját. Az ellipsis szokásos közép-ponti poláregyenletével összehasonlítva azonnal adja az ellipsis fél nagy és fél kis tengelyét [22]:

$$a^2 = \frac{1}{2q} (1 + \sin \eta), \quad b^2 = \frac{1}{2q} (1 - \sin \eta), \quad (10)$$

és a  $\gamma$  szög által meghatározott irányításuk azon megfontolásból adódik, hogy a rengés fészke a tengelyben feküdven,  $u=0$  esetén  $\rho=\rho_0$ -lá válik, ha  $1-\rho_0$  a fészek mélysége.

Az epicentrumban  $e=90^\circ$  és ezért  $\eta$  is  $90^\circ$ , tehát a  $q$  értéke a (3) alatt mondottak folytán  $a>1$ , a rengéssugarak a Föld felszínére kilépnek. Innen kezdve  $a$  fogy és  $q$  értéke szerint megtörténhetik, hogy bizonyos epicentrális távolságon túl a rengés-sugarak  $a<1$  esetén egészen a Föld belsejében maradnak. Hogy az ily esetekben latenssé vált seismikus energia hova fordítására vonatkozó sejtelmeim mily szépen beigazolódtak, erről más dolgozatban \* volt alkalmam szólni.

Az emersioszög könnyen meghatározható a Föld színén a rengéssugarhoz húzott érintő segítségével. Ha ugyanis  $\varphi$  valamely észlelő állomás gömbi távolsága az epicentrumtól, tehát  $u$  értéke  $\rho=1$  esetén, és  $1-\rho_0$  a fészek mélysége, akkor [52, 98]

$$\rho_0^2 \left[ \cos^2(\varphi - e) + \frac{q}{1-q} \sin^2 \varphi \right] = \cos^2 e. \quad (11a)$$

---

\* A nagy földrengések energiája, Math. és Term. Értes. XXII. k. 146—159. l.

A rengéssugarak a Föld színére érezhetetlenekké válnak, és ezentúl a Földben maradnak, ha  $a=1$ , vagy a mi ugyanazt mondja, ha  $e=0$ . Ezen feltevés alatt nyerjük (11)-ből  $\Phi$ , a rengés határát [55]:

$$\operatorname{tg}^2 \Phi = \frac{(1-q)(1-\rho_0^2)}{q+q\rho_0^2-1}. \quad (12)$$

Habár a rengés fészke aránylag kis felszíni terjedelem mellett elméletileg igen mélyen leszállhat [39], a gyakorlatban 200 km-nél mélyebben, azaz  $\rho_0=1-\frac{1}{30}$ -on belül nem lesz található. E csekély értéknek e pillanatban figyelmen kívül hagyásával mondhatjuk (12) alapján, hogy — a számláló mindig pozitív lévén —  $\Phi$  reális vagy imaginárius a szerint, a mint  $q$  nagyobb vagy kisebb, mint  $\frac{1}{2}$ . Vagy más szavakkal:

*A rengés korlátozott, ha  $q > \frac{1}{2}$ .*  
*A rengés az egész Földre kiterjed, ha  $q < \frac{1}{2}$ .* (13)

Az előbbi esetben a rengés rendszeren makroseismikusan, az utóbbiban mikroseismikusan is észlelhető.

Az emersioszögnek (11)-ből veendő explicit kifejezésében

$$\operatorname{tg} e = \frac{\sqrt{1-q-q\rho_0^2+q^2\rho_0^2\cos^2\varphi-(1-q)\rho_0\cos\varphi}}{\rho_0\sin\varphi} \quad (11b)$$

ugyanazon döntő mennyiség szerepel, mint (12)-ben. Az egyenlet a legegyszerűbb alakját ölti, mely egyszersmind rationalis is, ha

$$q = \frac{1}{1+\rho_0^2}$$

volna. a mely esetben az  $\bar{e}$ -vel jelzendő speciális emersioszög

$$\operatorname{tg} \bar{e} = \frac{1-\rho_0^2}{1+\rho_0^2} \cotg \varphi$$

alakban adódnék.

Seismikus kísérletekre szolgáló repesztésekből, a melyek azonban, mint ezt a nyert terjedéssébségek is mutatják, seismikus tapasztalatok gyűjtésére nem mértékadók, némi valószínűséggel következtethetjük, hogy a Föld színén fekvő fészkek esetén a rengés nem lép ki a Föld színéből, vagyis, hogy  $\rho_0=1$  esetén  $e=0$  bármilyen  $\varphi$  számára. Ily feltétel mellett (11)-ből  $q=\frac{1}{2}$  adó-

dik, és ezért  $\bar{e}$  egyenlete, melyet a  $h$  mélység első hatványáig kifejtve

$$\operatorname{tg} \bar{e} = h \cot \varphi$$

alakjában is írhatunk, az emersio gyors, megközelítő becslésére tájékoztatóul használható.

Mint hogy a makroseismikus rengések mikrozeismikusan majdnem az egész Földön érezhetők, (13) nyomán azt kell következtetnünk, hogy  $q < \frac{1}{2}$ , a mi (2) alapján annyit is mond, hogy a földfelszín törésmutatója rengésekre

$$n_1 < 1.2247.$$

Ha a Föld befelé való sűrűsödés-változása regionálisan más, mint pl. a tengerfenék alatt, akkor ezen érték is tetemesen megváltozhatik.

Könnyű meggondolás mutatja, hogy (11b)-ben a gyökjel mindig pozitív előjellel veendő, hogy tehát  $\varphi$  és  $180^\circ - \varphi$ -hez különböző emersiók tartoznak és hogy  $1 - q(1 + \rho_0^2)$  speciális értékénél fogva  $\operatorname{tg} e$  az egész Földre convergens,  $1 - \rho_0^2$  hatványai szerint haladó sorba nem bontható.

A következők miatt fontos ama megjegyzés, hogy  $e$ -nek  $q$  értéke szerint kétféle minimuma lehet. Ha  $q > \frac{1}{2}$ , akkor a minimum összeesik a rengésnek már (12)-ben adott határával, mely számára  $e=0$ . Ha ellenben  $q < \frac{1}{2}$ , akkor a minimum

$$\operatorname{tg}^2 \varphi' = \frac{(1 - \rho_0^2)(1 - q\rho_0^2)}{\rho_0^2(1 - q - q\rho_0^2)} \quad (14)$$

helyen lép fel, és értéke

$$\operatorname{tg}^2 e' = \frac{(1 - \rho_0^2)(1 - q - q\rho_0^2)}{\rho_0^2(1 - q\rho_0^2)} \quad (15)$$

egyenlet által adott. Ezen eredményeknek a seismikus hodograph vizsgálatánál fogjuk látni hasznát, minthogy  $\varphi'$  inflexiópontjának helyét adja.

Ha a (4) egyenletet a fészken átmenő gömb felületére írjuk fel, akkor azonnal látni, hogy a fészekből vízszintesen kiinduló sugár az, mely a hodograph inflexiópontjához vezet. Mert ha ezen gömb felszínéről a sugár általában  $\varepsilon$  szög alatt emelkedik, akkor (4) szerint

$$\rho_0^2 (1 - q\rho_0^2) \cos^2 \varepsilon = (1 - q) \cos^2 e,$$

és ha ebbe (15)-ből  $\cos^2 e'$  lép, akkor  $\varepsilon = 0$  adódik.

Az emersiószög ismerete a (11) egyenlet alapján nyilván könnyen vezetne a rengési elemek ismeretéhez. Ma azonban korántsem tartunk még ott, s így egyelőre kizárólag időadatokra kell támaszkodnunk.

A strassburgi I. értekezleten tartott előadásomban megmutattam,\* hogy a sarkcsillag megfigyeléséből rengés alkalmával miképpen határozható meg egy horizontális és verticális komponensből ingapár reductiofactora. Ha pl. egy VICENTINI-féle ingapár, mint a milyen most már hazánkban is több helyen működik, az  $a_h$  és  $a_v$  horizontális és verticális amplitudót adja, akkor az  $e_0$  instrumentális emersio

$$\operatorname{tg} e_0 = \frac{a_v}{a_h}, \quad (16)$$

és ez volna egyszersmind az  $e$  valódi emersio, feltéve, hogy mindkét inga egyformán adja vissza a földrészecske mozgását, a mi még nehézkes reductio árán is csak erősen csillapított műszernél lehetséges. Ha azonban ugyanezen rengésnek jól ismert elemeiből az észlelőhely emersiószöge számolható, akkor nyilván

$$c = \frac{\operatorname{tg} e}{\operatorname{tg} e_0} \quad (17a)$$

az illető ingapár reductiofactora, a melylyel most már minden rengésre

$$\operatorname{tg} e = c \operatorname{tg} e_0, \quad \operatorname{tg} e_0 = \frac{a_v}{a_h} \quad (17b)$$

egyenletek alapján az inga mozgásából az emersio számítható. Ez különösen a fészkek mélységére vonatkozó ismereteink helyesbítése érdekében volna kívánatos.

★

---

\* Verhandlungen d. erst. internat. seismol. Konferenz ; Leipzig 1902. 281—289. l.



A gyakorlatban még mindig tisztán időadatokra szorulunk és ezért különösen a rengés terjedésére vonatkozó viszonyok tanulmányozandók.

Ha  $v$  jelenti a rengés földfelszíni terjedésssebességét,  $d_s$  a rengéssugár ívelemét,  $\tau$  az időközt, mely alatt a lökés a fészektől az észlelőhelyig jut, akkor

$$v \frac{d\tau}{ds} = \frac{n}{n_1}, \quad (18)$$

és  $n$ -nek és  $d_s$ -nek az (1) és (7) egyenletekből való behelyettesítése után [58]

$$\sqrt{1-qv\tau} = \int_{\rho_0}^1 \frac{(1-q\rho^2) \rho d\rho}{\sqrt{\rho^2(1-q\rho^2) - (1-q)\cos^2 e}}. \quad (19)$$

A könnyű integratio  $\tau$ -t mint az emersiószög függvényét adja, a mi azért fontos, mert kellő számú adathból a rengés elemei az epicentrum ismeretétől teljesen függetlenül adódnak, a mi különösen tengerrengéseknél eléggé meg nem becsülhető előny.

Ha  $\rho_0$  számára teendő hypothesisal számoljuk a

$$\frac{2q\rho_0^2-1}{\sin \eta} = \sin \chi_0, \quad \frac{2q-1}{\sin \eta} = \sin \chi \quad (20)$$

segédszögeket, akkor a (19) integrál

$$\sqrt{4q(1-q)} v\tau = \frac{1}{2}(\chi - \chi_0) + \sin \eta \sin \frac{\chi_0 - \chi}{2} \sin \frac{\chi_0 + \chi}{2},$$

ellenben a (20) egyenletek összege

$$\sin \frac{\chi + \chi_0}{2} \cos \frac{\chi - \chi_0}{2} = \frac{q(1+\rho_0^2)-1}{\sin \eta}.$$

Ha ezekből  $\sin \frac{\chi + \chi_0}{2}$ -t elimináljuk, lesz végre:

$$\sqrt{4q(1-q)} v\tau = \frac{1}{2}(\chi - \chi_0) + [1 - q(1+\rho_0^2)] \operatorname{tg} \frac{\chi - \chi_0}{2}, \quad (21)$$

a mely később, kissé más alakban ismét visszatér, úgy hogy kiszámolásával most foglalkoznunk nem szükséges.

Ha a (19) egyenletben (6) segítségével  $u$ -t hozzuk be mint független változót, akkor a két egyenlet hányadosa

$$v \frac{d\tau}{du} = \frac{\rho^2 (1 - q\rho^2)}{(1 - q) \cos e}. \quad (22)$$

Csak mellékesen jegyzem meg, hogy a  $\rho$  sugarú gömbhéjra vonatkozó  $E$  emersio behozatalával az egyenlet még egyszerűbben

$$v \frac{d\tau}{du} = \cos e \sec^2 E$$

alakban is volna írható.

Most megszabunk egy új távolsági  $\omega$  adatot, melyet

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{b}{a} \operatorname{tg} (u - r), \quad (23)$$

vagy az ellipszis két tengelyének (10)-ből való behelyettesítése után

$$\operatorname{tg} \omega = \sqrt{\frac{1 - \sin \eta}{1 + \sin \eta}} \operatorname{tg} (u - r) \quad (24)$$

egyenlet definiál.  $\omega$  geometriai értelmezése alább könnyen adódik. Irva most

$$\cos 2(u - r) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 (u - r)}{1 + \operatorname{tg}^2 (u - r)}, \text{ és } \cos^2 \eta = (1 - \sin \eta)(1 + \sin \eta),$$

a (9) egyenlet egyelőre

$$\rho^2 = \frac{(1 - \sin \eta) [1 + \operatorname{tg}^2 (u - r)]}{2q \left[ 1 + \frac{1 - \sin \eta}{1 + \sin \eta} \operatorname{tg}^2 (u - r) \right]}, \quad (25)$$

és (24) alapján

$$\rho^2 = \frac{1}{2q} (1 - \sin \eta \cos 2\omega) \quad (26)$$

alakra hozható. Ha ezen  $\omega$  mint független változó (22)-be is vitetik, akkor

$$v \frac{d\tau}{d\omega} = \frac{1}{\sqrt{4q(1 - q)}} (1 + \sin \eta \cos 2\omega),$$

és ebből integráció által

$$\sqrt{4q(1-q)} v\tau = \omega + \frac{1}{2} \sin \gamma \sin 2\omega, \quad (27)$$

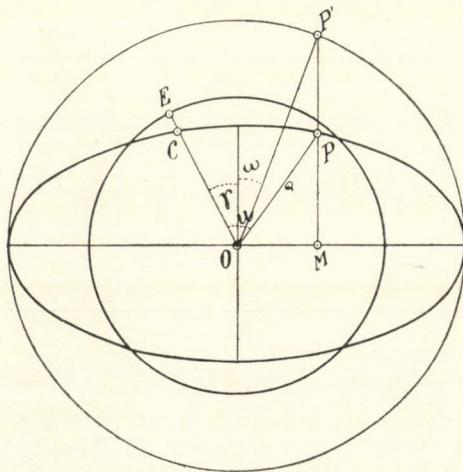
a hol  $\tau$  jelentésénél fogva alsó és felső határu azon  $\omega$  veendő, mely  $u=0$  és  $u=\varphi$ -nek felel meg. Így, a mint van,  $\tau$ , melyet ez esetben  $\vartheta$ -val jelölünk, nyilván azon időt jelenti, mely alatt a lökés az elliptikus sugár mentén a kis tengely végpontjából azon helyig jut, melynek fekvése  $\omega$  által adott. A mondottak helyességét igazolja, hogy  $\omega=0$  érték a kis tengely irányának felel meg.

A (25) egyenlet írható:

$$y \equiv \rho \cos(u-\gamma) = \sqrt{\frac{1-\sin \gamma}{2q}} \cos \omega, \quad (28)$$

és (24)-gyel való szorzás után

$$x \equiv \rho \sin(u-\gamma) = \sqrt{\frac{1+\sin \gamma}{2q}} \sin \omega. \quad (29)$$



1. ábra.

Könnyű látni, hogy  $x$  és  $y$  az elliptikus sugár egy  $P$  pontjának coordinátái. Minthogy (29) a (10) egyenlet folytán

$$x = a \sin \omega$$

alakban is írható,  $\omega$  a  $P$  pontnak az ellipsis köré írt kör kerületén fekvő  $P'$  vetületének a távolsága a kis tengelytől, melyet rendszeren  $P$  amplitudójának szokás nevezni. Ez megadja  $\omega$  geometriai értelmezését.

Válaszszunk most az ellipsisben két pontot, melyek radius-vectorai  $\rho, \rho'$ , távolságaik a rengés-tengelytől  $u$  és  $u'$ , amplitudójuk  $\omega, \omega'$ , akkor (28) és (29) nyomán a második pontra is áll:

$$y' \equiv \rho' \cos(u' - \gamma) = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \eta}{2q}} \cos \omega', \quad (28')$$

$$x' \equiv \rho' \sin(u' - \gamma) = \sqrt{1 + \frac{\sin^2 \eta}{2q}} \sin \omega'. \quad (29')$$

A négy utolsó egyenlet

$$yy' + xx' \quad \text{és} \quad yy' - xx'$$

alakú combinatiója ad:

$$\begin{aligned} \rho\rho' \cos(u' - u) &= \frac{1}{2q} [\cos(\omega' - \omega) - \sin \eta \cos(\omega' + \omega)], \\ \rho\rho' \cos(u' + u - 2\gamma) &= \frac{1}{2q} [\cos(\omega' + \omega) - \sin \eta \cos(\omega' - \omega)], \end{aligned} \quad (30)$$

és ha a második egyenletet  $\sin \eta$ -val megszorozva az elsőhöz adjuk, lesz:

$$\begin{aligned} 2q\rho\rho' \sin \eta \cos(u' + u - 2\gamma) &= \\ &= \cos^2 \eta \cos(\omega' - \omega) - 2q\rho\rho' \cos(u' - u). \end{aligned} \quad (31)$$

Ugyanezen két pontra nézve áll (9) folytán:

$$\begin{aligned} 2q [1 + \sin \eta \cos(2u - 2\gamma)] &= \frac{\cos^2 \eta}{\rho^2}, \\ 2q [1 + \sin \eta \cos(2u' - 2\gamma)] &= \frac{\cos^2 \eta}{\rho'^2}, \end{aligned}$$

a melyek összege

$$4q [1 + \sin \eta \cos(u' - u) \cos(u' + u - 2\gamma)] = \cos^2 \eta \frac{\rho^2 + \rho'^2}{\rho^2 \rho'^2}. \quad (32)$$

Eliminálván (31) és (32) egyenletekből  $\cos(u' + u - 2\gamma)$ -t, találjuk a következő, már csak a távolságok különbségét tartalmazó egyenletet:

$$\frac{\cos^2 \gamma}{4q} = \frac{\rho^2 \rho'^2 \sin^2(u' - u)}{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(u' - u) \cos(\omega' - \omega)}. \quad (33)$$

Egy második, hasonló jellegű vonatkozás származtatására kiindulunk a (26) egyenletből:

$$\begin{aligned} 2q\rho^2 &= 1 - \sin \gamma \cos 2\omega, \\ 2q\rho'^2 &= 1 - \sin \gamma \cos 2\omega', \end{aligned}$$

a melyek összege

$$q(\rho^2 + \rho'^2) = 1 - \sin \gamma \cos(\omega' - \omega) \cos(\omega' + \omega). \quad (34)$$

Ha végül a (30) egyenletek elsejét megszorozzuk  $2q \cos(\omega' - \omega)$ -val s az eredményt levonjuk (34)-ből, lesz

$$\sin^2(\omega' - \omega) + 2q\rho\rho' \cos(u' - u) \cos(\omega' - \omega) = q(\rho^2 + \rho'^2), \quad (35)$$

a mely nem csupán a fellépő távolságok különbségét tartalmazza, hanem az emersiósögtől is független.

Most transformáljuk még hasonló értelemben a (27) egyenleteket is.

$$\begin{aligned} \sqrt{4q(1-q)} v\vartheta &= \omega + \frac{1}{2} \sin \gamma \sin 2\omega, \\ \sqrt{4q(1-q)} v\vartheta' &= \omega' + \frac{1}{2} \sin \gamma \sin 2\omega' \end{aligned}$$

különbsége, melyben  $\vartheta' - \vartheta = \tau$  nyilván azon idő, mely alatt a lökés az  $u' - u$  közt futotta be, ad

$$\sqrt{4q(1-q)} v\tau = \omega' - \omega + \sin \gamma \sin(\omega' - \omega) \cos(\omega' + \omega). \quad (36)$$

Ha ezen egyenlethez adjuk (30) elsejét, miután  $2q \sin(\omega' - \omega)$ -val szoroztuk, lesz

$$\begin{aligned} \sqrt{4q(1-q)} v\tau &= \omega' - \omega + \sin(\omega' - \omega) \cos(\omega' - \omega) - \\ &\quad - 2q\rho\rho' \sin(\omega' - \omega) \cos(u' - u), \end{aligned} \quad (37)$$

míg (36) és (34) összevetése a még egyszerűbb szerkezetű

$$\sqrt{4q(1-q)} v\tau = \omega' - \omega + [1 - q(\rho^2 + \rho'^2)] \operatorname{tg}(\omega' - \omega) \quad (38)$$

egyenlethez vezet, melyek mind az ellipsis kis tengelyének fekvésétől függetlenek.

Az ellipsis két pontja gyanánt, mely között az itt szereplő  $u'-u$  és  $\omega'-\omega$  távolságok felléptek, válaszszuk a rengés fészket, mely számára  $\rho=\rho_0$  és  $u=0$ , és az észlelő helyet, mely az ellipsisnek a földszinnel való metszéspontja, és melyben  $\rho'=1$ ,  $u'=\varphi$ , azaz a hely epicentrális távolsága. Ha végre még

$$\omega'-\omega=\psi \quad (39)$$

az észlelőhely reducált távolsága, akkor egyenleteink sorban, ha ezentúl  $\rho_0$  helyett rövidebben  $\rho$ -t írunk:

$$\sin^2 \psi + 2q\rho \cos \varphi \cos \psi = q(1+\rho^2), \quad (40)$$

$$\sqrt{4q(1-q)} v\tau = \psi + \sin \psi \cos \psi - 2q\rho \sin \psi \cos \varphi, \quad (41a)$$

$$\sqrt{4q(1-q)} v\tau = \psi + [1-q(1+\rho^2)] \operatorname{tg} \psi, \quad (41b)$$

és végre (33) és (35) összefoglalásából

$$\cos \eta = 2q\rho \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}, \quad (42a)$$

vagy  $\eta$  definíciója folytán

$$\cos e = \rho \sqrt{\frac{q}{1-q}} \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}. \quad (42b)$$

Ha  $e$  pontos értékére van szükségünk, akkor még más egyenletet kell levezetnünk. E célra (42b) egyenletet négyzetre emeljük, benne  $\sin^2 \varphi$ -t (40) segítségével kiküszöböljük és belőle  $\sin e$ -t számoljuk; az eredmény

$$\sin e = \frac{q(1-\rho^2) + (1-2q)\sin^2 \psi}{\sqrt{4q(1-q)} \sin \psi \cos \psi}, \quad (42c)$$

a mely, minthogy a megfelelő mennyiségek alább (66) még szerepelni fognak, a numericus számolásra kényelmesebb

$$\sin e = \frac{1}{\sqrt{4q(1-q)}} \{ [1-q(1+\rho^2)] \operatorname{tg} \psi + q(1-\rho^2) \cot \psi \} \quad (42d)$$

alakra is hozható.

Ezen egyenletekben  $\tau$  az időközot jelenti, mely alatt a lökés a fészektől az észlelő helyhez jutott. Ha most  $t_h$  azon greenwichi idő, melyben a lökés a fészeken keletkezett,  $\tau_0$  az időköz, mely alatt a fészektől az epicentrumig jutott, a hol  $t_e$  greenwichi időben jelentkezett, és  $t$  a lökés megérkezésének greenwichi ideje az észlelő helyen, akkor

$$t_e = t_h + \tau_0 \quad \text{és} \quad t = t_h + \tau, \quad (43)$$

a mely egyenletekből

$$t = t_e + \tau - \tau_0 \quad (44)$$

következik. A (40) egyenletből adódik  $\varphi = 0$  számára  $\psi = \psi_0$ , és ezzel számolható (41) alapján  $\tau_0$  is (ld. alább (60) és (68)-at).

Gyakorlatilag fontos megjegyzés, hogy (41a)-ból könnyen nyerjük a lökés keringésidőjét a Föld körül, ha  $\varphi$ -t és  $\psi$ -t  $2\pi$ -vel megnöveljük. Értéke

$$T' = \frac{2\pi}{\sqrt{4q(1-q)} v} \quad (45)$$

teljesen független a fészek helyétől és megegyezik a teljesen a Föld belsejében fekvő sugárellipsisben terjedő lökés keringésidőjével [72].\* A lökés földkörüli keringése ma már könnyen észlelhető és így a levezetett egyenlet, mely az észlelő hely és a fészek fekvésétől egyaránt független, a terjedésssebesség és  $q$  meghatározása érdekében fokozódott fontosságú.

Mielőtt a tulajdonképeni számításra áttérnénk, még egy érdekes megjegyzés tehető. Ha oly görbét definiálunk, melyben az  $r$  radiusvector

$$r^2 = \rho^2 (1 - q\rho^2),$$

akkor a (22) egyenlet értelmében érvényben marad a lökés terjedésére a területi tétel. A megfelelő görbe ezen megjegyzés alapján könnyen szerkeszthető, és egyenlete derékszögű koordinátákban

$$(a^2 y^2 + b^2 x^2)^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} (a^4 x^2 + b^4 y^2),$$

---

\* Iráshiba folytán e régebbi egyenletben egy 2-ös mint factor elmaradt.

ha a benne előfordult  $q$  és  $\cos \gamma$ -t (10) segítségével elimináljuk. Ezen görbében úgy mozog a lökés vetülete, hogy radiusvectora egyenlő idők alatt egyenlő területeket surol.

A (21) és (41) egyenlet ugyanazon differentiálegyenlet integrálja lévén, természetesen azonos, a mire különben (20) és (26) is utal. E szerint

$$\chi - \chi_0 = 2\psi,$$

és a számolási eljárásban nincs lényeges különbség, akár ismerjük az epicentrum helyét, akár nem. Az első esetben  $\psi$  (20) alapján az emersioszögekből, az utóbbiban (40) segítségével az állomások epicentrális távolságából számítandó.

### A rengési elemek numericus számolása.

A (40) egyenletnek megoldása

$$\cos \psi = q\rho \cos \varphi + \sqrt{(1-q)(1-q\rho^2) - q^2\rho^2 \sin^2 \varphi} \quad (46)$$

ugyanazon irrationalitáshoz vezet, melyet  $tg e$ -ben is találtunk. E kifejezésben a gyökmennyiség mindig positiv jellel veendő, akkor is, ha  $\varphi$  a második körnegyedben fekszik. Ez (42b)-ből következik, a melyben  $e$ -nek  $\varphi$  és  $180^\circ - \varphi$  számára különbözőnek kell lennie. Különben is (40) szerint  $\psi$  a  $90^\circ$ -on csak az esetben mehet át folytonosan, ha  $q(1+\rho^2)=1$  volna.

Ha a rengés egyáltalán érezhető, akkor (13) szerint  $\psi$  reális, és tehetünk

$$\sin \varphi' = \frac{q\rho}{\sqrt{(1-q)(1-q\rho^2)}} \sin \varphi, \quad (47a)$$

a melyben  $\varphi'$  mindig valós. Nagy  $\varphi$  esetén az egyenlet mindkét oldala az egységből levonható, a mi

$$\sin^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi'}{2} \right) = \frac{1-k}{2} + k \sin^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (47b)$$

egyenlethez vezet, melyben

$$k = \frac{q\rho}{\sqrt{(1-q)(1-q\rho^2)}}. \quad (48)$$



Ha  $\log k < 9.8$ , akkor az első egyenlet négyjegyű logaritmus használatát tételezve fel, minden  $\varphi$  számára alkalmazható. (47b) kivétel nélkül érvényes, és nagy  $\varphi$  esetén természetesen jobb eredményeket ad, mint (47a), a melyet inkább a makroseismikus terület feldolgozásában használunk.

A  $k$  tényező sokkal kényelmesebben számolható, ha azt

$$\rho = 1 - h \quad (49)$$

helyettesítéssel a  $h$  mélységnek hatványai szerint sorbontjuk. A könnyű számítás eredménye

$$\log k = \log \frac{q}{1-q} - k_1, \\ k_1 = 0.4343 \left\{ \frac{1}{1-q} h - \frac{3q-1}{2(1-q)^2} h^2 + \frac{1-3q+6q^2}{3(1-q)^3} h^3 - \right. \\ \left. - \frac{10q^3-5q^2+4q-1}{4(1-q)^4} h^4 + \dots \right\} \quad (50)$$

s ezen képlet szerint számította dr. JORDAN KÁROLY a mellékelt táblát, mely a negyedik tizedes egységeiben azon correctiót adja, mely  $\log \frac{q}{1-q}$ -ből levonandó, hogy  $\log k$ -t nyerjük.

A legtúlzottabb feltevés, ha  $h = \frac{1}{16}$ -at (mélység 400 km), továbbá a makroseismikus rengéseknél észlelt legkisebb sebességet mpercenként 3.38 km-nek azaz  $v = 0.000\ 5306$ -nak vesszük. Ezzel  $q = \frac{1}{2}$  körüli érték mellett  $\frac{h^3}{v} = \frac{1^3}{2 \cdot 2}$ ,  $\frac{h^4}{v} = \frac{1^4}{35}$ -val változtatná meg a seismogramm időadatait, a melyek ritka esetben  $10^3$ -ra pontosak. Minthogy a gyakorlatban  $h$  a felvett értéknek legfőlebb felét teszi, már a  $\frac{h^3}{v}$  tag elhanyagolása alig okozhatna  $\frac{1^3}{18}$ -nál nagyobb hibát. Az (50) egyenlet tehát a gyakorlati alkalmazás határain messze túl érvényes.

A (41a) egyenletből következik  $q = \frac{1}{2}$  esetén durva közelítéssel

$$\Delta \tau = \frac{1}{v} \Delta \psi,$$

a miből látni, hogy  $\psi$ -t 0.01 fokra pontosan kell ismernünk, ha a seismogrammban  $\frac{1}{3}$ -nál nagyobb hibát nem akarunk elkövetni. Négyjegyű logaritmustábla ezek szerint teljesen elegendő.

Már most (46) a következő

$$\cos \psi = q\rho \cos \varphi + \sqrt{(1-q)(1-q\rho^2)} \cos \varphi'$$

alakban írható, a melyet

$$1 = (1 - q\rho) + q\rho$$

egyenletből levonunk, majd meg hozzáadunk. Az eredmény, ha még a  $q\rho$  tényezőt (47a) segítségével elimináljuk:

$$\sin^2 \frac{\psi}{2} = \frac{1-q\rho}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(1-q)(1-q\rho^2)} \frac{\cos \left( \varphi' + \frac{\varphi}{2} \right)}{\cos \frac{\varphi}{2}}, \quad (51)$$

$$\cos^2 \frac{\psi}{2} = \frac{1-q\rho}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(1-q)(1-q\rho^2)} \frac{\sin \left( \varphi' + \frac{\varphi}{2} \right)}{\sin \frac{\varphi}{2}},$$

és azonnal szembeszökő, hogy a két egyenlet jobb oldalán álló két factor  $h$  hatványai szerint kibontva  $h^2$ -rendű tagokig meg-egyezik. Ha tehát

$$\varepsilon = 1 - \frac{\sqrt{(1-q)(1-q\rho^2)}}{1-q\rho}, \quad (52a)$$

vagy

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{q}{2(1-q)^2} h^2 - \frac{q^2}{(1-q)^3} h^3 + \frac{(12q+1)q^2}{8(1-q)^4} h^4 - \\ & - \frac{(4q^2+1)q^3}{2(1-q)^5} h^5 + \dots, \end{aligned} \quad (52b)$$

akkor az (51) alatti egyenletek

$$\begin{aligned} \sin^2 \frac{\psi}{2} = & \frac{1-q\rho}{2} \left[ \sin \frac{\varphi'+\varphi}{2} \sin \frac{\varphi'}{2} + \frac{\varepsilon}{2} \cos \left( \varphi' + \frac{\varphi}{2} \right) \right], \\ \cos^2 \frac{\psi}{2} = & \frac{1-q\rho}{2} \left[ \sin \frac{\varphi'+\varphi}{2} \cos \frac{\varphi'}{2} - \frac{\varepsilon}{2} \sin \left( \varphi' + \frac{\varphi}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (53a)$$

alakban írhatók, és a kettő hányadosa

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi'}{2} \frac{1 + \frac{\varepsilon}{2} \frac{\cos \left( \varphi' + \frac{\varphi}{2} \right)}{\sin \frac{\varphi' + \varphi}{2} \sin \frac{\varphi'}{2}}}{1 - \frac{\varepsilon}{2} \frac{\sin \left( \varphi' + \frac{\varphi}{2} \right)}{\sin \frac{\varphi' + \varphi}{2} \cos \frac{\varphi'}{2}}}, \quad (53b)$$

vagy logaritmikusan írva és

$$\eta = \frac{1}{2} \log \frac{1 + \frac{\varepsilon}{2} \frac{\cos \left( \varphi' + \frac{\varphi}{2} \right)}{\sin \frac{\varphi' + \varphi}{2} \sin \frac{\varphi'}{2}}}{1 - \frac{\varepsilon}{2} \frac{\sin \left( \varphi' + \frac{\varphi}{2} \right)}{\sin \frac{\varphi' + \varphi}{2} \cos \frac{\varphi'}{2}}} \quad (54)$$

téve:

$$\log \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} = \frac{1}{2} \left[ \log \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} + \log \operatorname{tg} \frac{\varphi'}{2} \right] + \eta. \quad (55)$$

Az epicentrumtól mintegy  $10^\circ$ -on túl az  $\eta$  correctio a negyedik tizedes már csak néhány egységét teszi, és rendkívül gyorsan fog növekedő távolság mellett, úgy hogy az (55) egyenlet fölötté kényelmes, ha  $\eta$ -ra esetről-esetre alkalmas táblát számolunk, a mi a függelékben adott utasítás szerint csekély munka. A számítást megkönnyíti az e célra szerkesztettem V. Tábla (ld. Függelék).

Az epicentrumhoz közel, tehát a makroseismikus területen az (53a) egyenletek elseje alkalmazandó. Ez esetben  $\varphi$  maga is kicsiny lévén  $\varepsilon$  értéke legalább is 4 jelentős számjegyig kiszámolandó.

De dr. JORDAN-tól tett megjegyzés szerint a mikrozeismikus területen belül a reducált távolság  $\varphi'$  közvetítése nélkül is azonnal  $\varphi$  függvénye gyanánt fejezhető ki, a mi az (53a) egyenletnél kényelmesebb alakot ad.



A (48) jelzés megtartásával kifejtjük (46)-ban úgy  $\cos \varphi$ -t, mint a négyzetgyökököt  $\sin^2 \varphi$  hatványai szerint; az eredmény

$$\cos \varphi = \frac{1+k}{k} q\rho \left\{ 1 - \frac{1}{2}k \sin^2 \varphi - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} k \frac{1+k^3}{1+k} \sin^4 \varphi \dots \right\}.$$

Ha most az eredményt az egységből levonjuk és figyelembe vesszük, hogy

$$\frac{1+k}{k} q\rho = \cos \phi_0,$$

akkor  $\phi$  igen pontosan adódik:

$$\begin{aligned} \sin^2 \frac{\phi}{2} = \sin^2 \frac{\phi_0}{2} + \frac{k}{4} \cos \phi_0 \sin^2 \varphi \left\{ 1 + \frac{1}{4} \frac{1+k^3}{1+k} \sin^2 \varphi + \right. \\ \left. + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 6} \frac{1+k^5}{1+k} \sin^4 \varphi + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 6 \cdot 8} \frac{1+k^7}{1+k} \sin^6 \varphi + \dots \right\} \quad (53c) \end{aligned}$$

egyenletből, melyben  $\sin^2 \frac{\phi_0}{2}$  közvetlenül a (60b) egyenletek harmadikából kivehető.

Ha  $\cos \phi$  egyenletéből  $q\rho$  helyett (47a) segítségével az irrationalitás elimináltatnék, a következő

$$\cos \phi = q\rho \frac{\sin(\varphi' + \varphi)}{\sin \varphi'}$$

egyenletet nyernők, a mely azonban szintén csak nagyobb távolságokban használható. De ezen egyenlet hasonlíthatatlanul kényelmetlenebb, mint (55) és ezért alkalmazása nem ajánlható.

A fenti sorfejtés zárt kifejezése különben

$$\cos \phi = \frac{q\rho}{k} [k \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} + \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}],$$

a mely, ha belőle  $\tan \phi$  és ebből  $\phi$  számíttatik, úgy tetszik, az egyetlen eszköz, hogy a 41. egyenlet mint  $\varphi$  függvénye, még pedig  $\sin^2 \varphi$  hatványai szerint haladó sorba bontassék.

★

A numericus számolás menete most már a következő:  
A rengés előzetes feldolgozásából rendesen ismerjük már a ter-

jedessebesség és a mélység egy közelítő értékét, úgyszintén az epicentrum földrajzi fekvését és benne a lökés idejét.  $v$  különben a rengés első phasisára 12 km-nek  $= 0.113 \frac{\text{rad}}{\text{min}}$  vehető; a többi phasisban ezen értéknek sorra  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ... veendő. Ha  $h$ -ról egyéb nem ismeretes, 100 km-nek megfelelőleg 0.01570-nak tehető.  $q$  közel  $\frac{1}{2}$  körül a (13)-ban adott szabálynak megfelelőleg választandó.

E feltételezett értékekkel az epicentrumtól számított æquidistáns  $\varphi$ -kre seismikus ephemeridát számolunk. A mikrozeismikus területen  $\varphi$  számára  $10^\circ$ -os köz még elég kicsiny, a makrozeismikus területen belül azonban, közeli rengés feldolgozásakor, a köznek sokkal szűkebbnek kell lennie.

A választott æquidistáns  $\varphi$ -k számára számoljuk először (47a) vagy (47b) alapján a  $\varphi'$  segédtávolt, majd (53a), (53c) vagy (55) alapján a reducált  $\phi$  távolságot. (41b) és (68a), (68b) adja erre  $\tau$ -t és  $\tau_0$ -t és (44) az ephemeridát, azaz azon időket, melyekben az æquidistánsan eloszlott állomásokon a lökés bekövetkezését a számítás szerint észlelték volna.

A differentiák szabályos menete teljesen kielégítő ellenőrzést szolgáltat. A mikrozeismikus területen már a  $10^\circ$ -os köz is oly kicsiny, hogy az ephemerida lineárisan interpolálható a tényleges észlelő állomás  $\varphi$  epicentrális távolságaira. Az időkülömbiség

$$\text{observatio-calculus} = \Delta t \quad (56)$$

értelemben az alább felállítandó hibaegyenlet alapján a felvett értékek javítására fogja megadni a kellő alapot.

### Az észlelő állomások epicentrális koordinátái.

A számítás ezen fokán már szükségünk van az egyes állomásoknak az epicentrumtól való  $\varphi$  gömbi távolságaira. Ha az epicentrum geographiai szélessége és keleti hossza  $b_0$ ,  $l_0$ , az állomás megfelelő adata  $b$ ,  $l$ , akkor számoljuk

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{\cos b \cos b_0} \frac{\sin \frac{l - l_0}{2}}{\sin \frac{l + l_0}{2}} \quad (57a)$$

és ezzel

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \sin \frac{b-b_0}{2} \sec x, \quad (57b)$$

ha  $\varphi < 90^\circ$ ; ellenben

$$\sin y = \sqrt{\cos b \cos b_0} \frac{\sin \frac{l-l_0}{2}}{\cos \frac{b-b_0}{2}}, \quad (57c)$$

majd

$$\cos \frac{\varphi}{2} = \cos \frac{b-b_0}{2} \cos y, \quad (57d)$$

ha  $\varphi$   $90^\circ$  és  $180^\circ$  között fekszik.  $\frac{\varphi}{2}$  maga mindig az első körnegyedben veendő.

Ha azonban az időadatokból magának az epicentrumnak helyét is kívánnók javítani, akkor ismernünk kell az egyes állomásoknak azimutját az epicentrumon átmenő meridiánhoz képest. Ha ezt  $N$ -on át  $E$  felé olvasva  $a$ -val jelöljük, és ha  $c$  az epicentrum azimutja a megfigyelő helyéről, — a melyre különben nincs szükségünk — akkor az ezen esetben előnyösebben alkalmazandó GAUSS-féle egyenletek adnak:

$$\begin{aligned} \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{c-a}{2} &= \sin \frac{b-b_0}{2} \cos \frac{l-l_0}{2}, \\ \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{c-a}{2} &= \cos \frac{b+b_0}{2} \sin \frac{l-l_0}{2}, \\ \cos \frac{\varphi}{2} \sin \frac{c+a}{2} &= \cos \frac{b-b_0}{2} \cos \frac{l-l_0}{2}, \\ \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{c+a}{2} &= \sin \frac{b+b_0}{2} \sin \frac{l-l_0}{2}. \end{aligned} \quad (57e)$$

Ezekből következik

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{c-a}{2} &= \frac{\sin \frac{b-b_0}{2}}{\cos \frac{b+b_0}{2}} \cotg \frac{l-l_0}{2}, \\ \operatorname{tg} \frac{c+a}{2} &= \frac{\cos \frac{b-b_0}{2}}{\sin \frac{b+b_0}{2}} \cotg \frac{l-l_0}{2}. \end{aligned} \quad (57f)$$

és

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{\sin \frac{c+a}{2}}{\sin \frac{c-a}{2}} \operatorname{tg} \frac{b-b_0}{2} = \frac{\cos \frac{c+a}{2}}{\cos \frac{c-a}{2}} \operatorname{cotg} \frac{b+b_0}{2}, \quad (57g)$$

a hol  $\frac{\varphi}{2}$  számára az első vagy második egyenlet veendő, a szerint a mint  $\frac{c-a}{2} \geq 45^\circ$ . Az  $a$  negyede szintén kétértelműség nélkül ismeretes.

Az epicentrum fekvése három megfigyelő állomás seismogrammából kielégítő pontossággal levezethető.

Ha  $x, y, z$  valamely állomás,  $x_0, y_0, z_0$  az epicentrum derékszögű koordinátái,\* tehát

$$\begin{aligned} x &= \cos b \cos l, & x_0 &= \cos b_0 \cos l_0, \\ y &= \cos b \sin l, & y_0 &= \cos b_0 \sin l_0, \\ z &= \sin b, & z_0 &= \sin b_0, \end{aligned}$$

akkor

$$\cos \varphi = xx_0 + yy_0 + zz_0.$$

Másrészt kimutatta OMORI,\*\* hogy a fokokban kifejezett epicentrális  $\varphi$  távolság a seismogramm bevezető szakaszának másodpercekben kifejezett  $\theta$  tartamából az elméletileg is igazolható

$$\varphi = 0^\circ.06531\theta + 0^\circ.3414$$

egyenlet alapján számolható. Három állomás ezen  $\varphi$  értékével meghatározható a fenti egyenletből az  $x_0, y_0, z_0$  ismeretlen és ezzel

$$\operatorname{tg} l_0 = \frac{y_0}{x_0}, \quad \operatorname{tg} b_0 = \frac{z_0}{x_0} \cos l_0 = \frac{z_0}{y_0} \sin l_0$$

az epicentrum fekvése.  $l_0$  negyedéül az választandó, melyben  $\sin l_0$  és  $\cos l_0$  illetve  $y_0$  és  $x_0$ -al egyenlő előjelű.

\* W. LÁSKA, Über die Berechnung der Fernbeben No. XIV. der neuen Folge der Mitteilungen der Erdbebencommission d. K. Akademie d. Wiss. Wien. 1903.

\*\* Publications of the Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages, Tokyo, 1903. No. 13.

### A seismikus hibaegyenlet.

Ha a (41a) egyenletben minden mennyiséget változónak, incrementumát pedig elsőrendű kis mennyiségnek tekintjük, melynek négyzete és kölcsönös szorzata elhanyagolható, akkor

$$2 \cos \psi (\cos \psi - q \rho \cos \varphi) \Delta \psi - \left[ \frac{2(1-2q)}{\sqrt{4q(1-q)}} v\tau + 2\rho \cos \varphi \sin \psi \right] \Delta q - \\ - 2q \sin \psi \cos \varphi \Delta \rho + 2q \rho \sin \psi \sin \varphi \Delta \varphi - \sqrt{4q(1-q)} (v\Delta\tau + \tau\Delta v) = 0.$$

Hasonlóképen nyerünk a (40) egyenletből:

$$2(\cos \psi - q \rho \cos \varphi) \sin \psi \Delta \psi + (2\rho \cos \varphi \cos \psi - 1 - \rho^2) \Delta q + \\ + 2q(\cos \varphi \cos \psi - \rho) \Delta \rho - 2q \rho \sin \varphi \cos \psi \Delta \varphi = 0.$$

Ha az első egyenletet  $-\sin \psi$ -vel, a másodikat  $\cos \psi$ -vel szorozzuk és az eredményeket összeadjuk, lesz

$$\left[ 2\rho \cos \varphi - \cos \psi - \rho^2 \cos \psi + \frac{2(1-2q)v\tau}{\sqrt{4q(1-q)}} \sin \psi \right] \Delta q + \\ + 2q(\cos \varphi - \rho \cos \psi) \Delta \rho - 2q \rho \sin \varphi \Delta \varphi + \\ + \sqrt{4q(1-q)} (v\Delta\tau + \tau\Delta v) \sin \psi = 0,$$

mely immár  $\Delta \psi$ -et nem tartalmazza.

Ebben  $\Delta q$  tényezője még lényegesen egyszerűsíthető. Bevezetve (40)-ből  $1 + \rho^2$ , (41a)-ból  $v\tau$  értékét, az eredmény

$$\frac{2}{4q(1-q)} [4q(1-q)\rho \cos \varphi - \sin^2 \psi \cos \psi - \\ - 2q\rho \cos \varphi (1-2q + \cos^2 \psi) + (1-2q)\psi \sin \psi],$$

és ha ehhez a zárójel alatt a (40)-ből következő

$$\sin^2 \psi \cos \psi + 2q\rho \cos^2 \psi \cos \varphi - q(1 + \rho^2) \cos \psi = 0$$

egyenletet adjuk, lesz végre

$$\text{coeff. } \Delta q = \frac{2}{4q(1-q)} [2q\rho \cos \varphi + (1-2q)\psi \sin \psi - q(1 + \rho^2) \cos \psi].$$



A teljes differentiál tehát:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{4q(1-q)} [2q\rho \cos \varphi + (1-2q)\psi \sin \psi - q(1+\rho^2) \cos \psi] \Delta q + \\ & + 2q(\cos \varphi - \rho \cos \psi) \Delta \rho - 2q\rho \sin \varphi \Delta \varphi + \\ & + \sqrt{4q(1-q)} \sin \psi (\tau \Delta v + v \Delta \tau) = 0, \end{aligned} \quad (58a)$$

a melyben a (44) egyenlet értelmében még

$$\Delta \tau = \Delta t - \Delta t_e + \Delta \tau_0$$

által helyettesítendő.

$\Delta \tau_0$  ugyancsak (58a)-ból adódik, ha  $\varphi=0$  és ennek megfelelőleg  $\psi=\psi_0$ . Az eredmény

$$\begin{aligned} & \frac{2}{4q(1-q)} [2q\rho + (1-2q)\psi_0 \sin \psi_0 - q(1+\rho^2) \cos \psi_0] \Delta q + \\ & + 2q(1-\rho \cos \psi_0) \Delta \rho + \sqrt{4q(1-q)} \sin \psi_0 (\tau_0 \Delta v + v \Delta \tau_0) = 0. \end{aligned} \quad (58b)$$

Ha tehát az első egyenletet  $\sin \psi_0$ -val, a másodikat  $-\sin \psi$ -vel szorozzuk, az eredményeket összeadjuk, majd mindkét oldalon  $\sin \psi \sin \psi_0$ -val osztunk, nyerünk

$$\begin{aligned} & \sqrt{4q(1-q)} [(t-t_e) \Delta v + v \Delta t - v \Delta t_e] + \\ & + \frac{2}{4q(1-q)} \left\{ (1-2q)(\psi - \psi_0) + \frac{2q\rho \cos \varphi - q(1+\rho^2) \cos \psi}{\sin \psi} - \right. \\ & \left. - \frac{2q\rho - q(1+\rho^2) \cos \psi_0}{\sin \psi_0} \right\} \Delta q + \\ & + 2q \left[ \frac{\cos \varphi - \rho \cos \psi}{\sin \psi} - \frac{1-\rho \cos \psi_0}{\sin \psi_0} \right] \Delta \rho - 2q\rho \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} \Delta \varphi = 0, \end{aligned} \quad (59)$$

melyben (44) értelmében a  $\tau - \tau_0$  különbség  $t - t_e$ -vel helyettesítettett. Az egyenletben végre (46) alapján  $\psi_0$

$$\cos \psi_0 = q\rho + \sqrt{(1-q)(1-q\rho^2)} \quad (60a)$$

egyenletből veendő, a melyből azonnal következik:

$$\begin{aligned}
\cos \phi_0 &= 1 - \frac{q}{2(1-q)} h^2 + \frac{q^2}{2(1-q)^2} h^3 - \frac{1+4q}{8(1-q)^3} q^2 h^4 + \\
&\quad + \frac{q^3(3+4q)}{8(1-q)^4} h^5 - \dots \\
\phi_0 &= \sqrt{\frac{q}{1-q}} \left\{ h - \frac{q}{2(1-q)} h^2 + \frac{q(1+2q)}{6(1-q)^2} h^3 - \right. \\
&\quad \left. - \frac{q^2(3+2q)}{8(1-q)^3} h^4 + \frac{(3+24q+8q^2)q^2}{40(1-q)^4} h^5 - \dots \right\} \\
\sin \phi_0 &= \sqrt{\frac{q}{1-q}} \left\{ h - \frac{q}{2(1-q)} h^2 + \frac{q^2}{2(1-q)^2} h^3 - \right. \\
&\quad \left. - \frac{q^2(1+4q)}{8(1-q)^3} h^4 + \frac{q^3(3+4q)}{8(1-q)^4} h^5 - \dots \right\} \\
\operatorname{tg} \phi_0 &= \sqrt{\frac{q}{1-q}} \left\{ h - \frac{q}{2(1-q)} h^2 + \frac{q}{2(1-q)^2} h^3 - \right. \\
&\quad \left. - \frac{q^2(7-2q)}{8(1-q)^3} h^4 + \frac{q^2(3+6q-2q^2)}{8(1-q)^4} h^5 - \dots \right\}. \quad (60b)
\end{aligned}$$

A hibaegyenlet jelen alakjában a kis  $\sin \phi_0$  nevező miatt numerikus számolásra nem alkalmas, és különben is kívánatos, hogy  $\varphi$  eliminációjával csupán *egy* távolsági adat szerepeljen.

Ha a (40) egyenlet mindkét oldalából  $q(1+\rho^2)\cos^2\psi$ -t levonunk, marad

$$\frac{2q\rho \cos \varphi - q(1+\rho^2)\cos \psi}{\sin \psi} = -[1 - q(1+\rho^2)] \operatorname{tg} \psi, \quad (61a)$$

és  $\varphi=0$  esetén

$$\frac{2q\rho - q(1+\rho^2)\cos \phi_0}{\sin \phi_0} = -[1 - q(1+\rho^2)] \operatorname{tg} \phi_0, \quad (61b)$$

és ezzel a mondott transformatio első része már meg is van.

A fenti sorok folytán (61b) végre így írható:

$$\begin{aligned}
\frac{2q\rho - q(1+\rho^2)\cos \phi_0}{\sin \phi_0} &= -\sqrt{\frac{q}{1-q}} \left\{ (1-2q)h + \frac{(3-2q)q}{2(1-q)} h^2 - \right. \\
&\quad \left. - \frac{q}{2(1-q)^2} h^3 + \frac{5q^2}{8(1-q)^3} h^4 - \frac{q^2(1+6q)}{8(1-q)^4} h^5 + \dots \right\}. \quad (61c)
\end{aligned}$$

Ha a (40) egyenletből két oldalt  $2q\rho^2\cos^2\psi$ -et vonunk le, marad

$$\frac{\cos \varphi - \rho \cos \psi}{\sin \psi} = \frac{q(1-\rho^2)}{2q\rho} \cot \psi - \frac{1-q(1+\rho^2)}{2q\rho} \operatorname{tg} \psi, \quad (62a)$$

a mely ugyan  $\varphi$ -től mentes, de  $\varphi=0$  esetre még mindig nem alkalmazható. Ezen utóbbi esetben (40) közvetlenül ad:

$$\frac{1-\rho \cos \psi_0}{\sin \psi_0} = \frac{1-\rho^2}{2 \sin \psi_0} + \frac{\sin \psi_0}{2q}, \quad (62b)$$

a melyben még a jobb oldal első tagja transformálandó, hogy  $\sin \psi_0$  sorfejtésének eddig elért pontossága csorbát ne szenvedjen.

A radius-vector két egyenlete, mely a (34) egyenlethez vezetett, levonás után ad, ha bennök is  $\rho'=1$ ,  $\omega'-\omega=\psi$ :

$$\frac{q(1-\rho^2)}{\sin \psi} = \sin \gamma \sin (\omega' + \omega),$$

míg a (30) egyenletek elseje

$$\cos \psi - 2q\rho \cos \varphi = \sin \gamma \cos (\omega' + \omega).$$

Ha a két egyenletet négyzetre emeljük, és összegükből  $\cos^2 \gamma$  értékét (42a) segítségével elimináljuk, a következő

$$q^2 \frac{(1-\rho^2)^2}{\sin^2 \psi} = 1 - 4q^2 \rho^2 \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 \psi} - (\cos \psi - 2q\rho \cos \varphi)^2$$

egyenlethez jutunk, mely  $\varphi=0$  esetre a

$$q^2 \frac{(1-\rho^2)^2}{\sin^2 \psi_0} = \sin^2 \psi_0 + 4q\rho \cos \psi_0 - 4q^2 \rho^2$$

alakot ölti. Ha ezt összevetjük a (40) egyenletből ugyancsak  $\varphi=0$  számára adódó

$$\sin^2 \psi_0 + 2q\rho \cos \psi_0 = q(1+\rho^2)$$

egyenlettel, nyerünk végre

$$q^2 \frac{(1-\rho^2)^2}{\sin^2 \psi_0} = q[2\rho \cos \psi_0 + 1 + \rho^2 - 4q\rho^2], \quad (62c)$$

és ebből nehézség nélkül:

$$\frac{1-\rho^2}{\sin \phi_0} = 2 \sqrt{\frac{1-q}{q}} \left\{ 1 + \frac{2q-1}{2(1-q)} h - \frac{q}{4(1-q)^2} h^2 + \right. \\ \left. + \frac{q^2}{4(1-q)^3} h^3 - \frac{q^2(1+4q)}{16(1-q)^4} h^4 + \frac{q^3(3+4q)}{16(1-q)^5} h^5 - \dots \right\}. \quad (62d)$$

Ezek után (62b) sorfejtése hangzik:

$$\frac{1-\rho \cos \phi_0}{\sin \phi_0} = \frac{1}{\sqrt{4q(1-q)}} \left\{ 2(1-q) + 2qh - \frac{q}{1-q} h^2 + \right. \\ \left. + \frac{q^2}{(1-q)^2} h^3 - \frac{q^2(1+4q)}{4(1-q)^3} h^4 + \frac{q^3(3+4q)}{4(1-q)^4} h^5 - \dots \right\}. \quad (62e)$$

A (61a, c) és (62a, e) kifejezések, és  $\Delta\varphi$  factorának (42b)-ből veendő értéke most az (59) egyenletbe viendő; az eredmény:

$$\sqrt{4q(1-q)} [(t-t_e) \Delta v + v \Delta t - v \Delta t_e] + \\ + \frac{2}{4q(1-q)} \left\{ (1-2q)(\phi - \phi_0) - [1-q(1+\rho^2)] \operatorname{tg} \phi + \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{q}{1-q}} \left[ (1-2q)h + \frac{3-2q}{2(1-q)} qh^2 - \frac{q}{2(1-q)^2} h^3 \right] \right\} \Delta q + \\ + 2q \left\{ \frac{q(1-\rho^2)}{2q\rho} \cot \phi - \frac{1-q(1+\rho^2)}{2q\rho} \operatorname{tg} \phi - \right. \\ \left. - \frac{1}{\sqrt{4q(1-q)}} \left[ 2(1-q) + 2qh - \frac{q}{1-q} h^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{q^2}{(1-q)^2} h^3 \right] \right\} \Delta\rho - \sqrt{4q(1-q)} \cos e \Delta\varphi = 0. \quad (63)$$

Az epicentrum, az észlelő állomás és a polus közötti gömbi háromszögből következik még, ha az epicentrum szélesség- és hosszúságjavítását  $\Delta b$ ,  $\Delta l$ -vel jelöljük:

$$\Delta\varphi = -\cos a \Delta b - \sin a \cos b_c \Delta l, \quad (64)$$

a hol  $a$  azimuth értéke (57e)-ből veendő. Ha most a számítás menete alatt állandó mennyiségeket összefoglaljuk, irván:

$$Q_0 = \sqrt{\frac{q}{1-q}} h^2 \left[ 1 - \frac{1+q}{3(1-q)} h + \frac{q(2+q)}{4(1-q)^2} h^2 - \frac{q(1+7q+2q^2)}{10(1-q)^3} h^3 + \dots \right] \quad (65)$$

$$H_0 = \sqrt{\frac{q}{1-q}} \left[ 2(2q-1)h - \frac{3-2q}{1-q} qh^2 + \frac{q}{(1-q)^2} h^3 - \frac{5q^2}{4(1-q)^3} h^4 + \frac{q^2(1+6q)}{4(1-q)^4} h^5 - \dots \right],$$

$\rho$  helyett (49) alapján  $h$ -t hozzuk be, és  $\Delta t$  ismeretes tagot különválasztjuk, lesz végre

$$\begin{aligned} & (t-t_e) \Delta v - v \Delta t_e + \cos a \cos e \Delta b + \sin a \cos b_0 \cos e \Delta l - \\ & - \frac{1}{\sqrt{4q(1-q)}} \left[ \frac{1-q(1+\rho^2)}{2q} \operatorname{tg} \phi - \frac{1-2q}{2q} \phi - Q_0 \right] \frac{\Delta q}{1-q} + \\ & + \frac{1}{\sqrt{4q(1-q)}} \left[ [1 - q(1+\rho^2)] \operatorname{tg} \phi - 2h \left( 1 - \frac{h}{2} \right) q \cot \phi + \right. \\ & \left. + \sqrt{4q(1-q)} + H_0 \right] \frac{\Delta h}{1-h} + v \Delta t = 0. \end{aligned} \quad (66)$$

Ez egyenlet már numericus számolásra legkényelmesebb alakjára van hozva s a bent szereplő tényezők legnagyobbbrészt a megelőző ephemerida-számítás alapján ismeretesek.

A keresendő javítások száma, épen úgy, mint a pályahatározásnál hat, és ezek vonatkoznak az epicentrum szélességére, hosszúságára és idejére, a fészek mélységére, a terjedéssebességre és a Föld törésmutatójától és sűrűségeloszlásától függő  $q$  állandóra.

Legcélszerűbbnek tartom, ha a hibaegyenlet coefficienseit is ugyanazon æquidistáns  $\varphi$ -kre számoljuk, a melyekre az ephemerida szól, kivéve a  $\Delta b$  és  $\Delta l$  factorát, a mely természetesen minden állomásra egyenként kiszámítandó.

A tényleges állomások számára a coefficiensek interpolálандók, de ez esetben általában még a magasabbrendű differenciák számbavétele is fontos. A  $Q_0$  és  $H_0$  egyszerű szerkezetű correctiótáblákból vehetők, melyek szintén dr. JORDAN úrtól valók (ld. függelék).

Nagyobb számú megfigyelés esetén szomszédos állomásoknak közel egyenlő  $\Delta t$ -jei normálhelyekké vonhatók össze oly módon, hogy a  $\Delta t$ -k közepe a megfelelő  $\varphi$ -k közepére érvényesnek vétetik. Különösen kényelmes ezen eljárás akkor, ha az epicentrum helyét javítani nem akarnók. A mennyiben a megfigyelések, vagy a normálhelyek száma nagyobb, mint hat, ugyanazon elvek állanak, mint az astronomiában, és az erre vonatkozó utasítások szóról szóra átvehetők OPPOLZER, Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten (Leipzig, 1880.) II. k. 311—370. l. című munkájából. Figyelemre méltatandó azon eset is, midőn az egyik ismeretlen bizonytalanul határozható meg, a mi nálunk  $\Delta q$  számára mindig be fog állani, ha  $q$  közel  $\frac{1}{2}$ -l egyenlő. A cerami földrengés átdolgozása alkalmával úgy találtam, hogy  $\Delta h$  csupa időadattól meg nem határozható. Ezen elem bizonytalansága azonban nem bántja a többi elemet.

Egy lényeges különbség mégis mutatkozik az astronomiával szemben, a melyre röviden már a 51. lapon utaltam.

A távoli rengés seismogrammja ugyanis, még akkor is, ha az epicentrumban egyetlen egy lökés éreztetett, valósággal «seismikus spectrumba» fejlődik. Minthogy a terjedéssébséget eddig mindig az egyenletes mozgás

$$u = \frac{\varphi}{t - t_e} \quad (67)$$

egyenlete szerint számították, a dolgot úgy fogják fel, hogy az egyes phasisok, melyek számát ma már nyolczra teszik, különböző gyorsan terjednek, és a tapasztalat szerint a sebességek viszonya igen közel harmonikus sort alkot.

A magam elmélete szerint más felfogás is lehetséges. Tudva van, hogy a lökéssugarak különböző hullámhosszaságúak: a leg-rövidebbek talán épen a rengés-zörejeiket adják. Ekkor az  $u$  sebesség lényegesen  $q$  értéknek seismicus dispersió folytán való különbözőségének rovására irandó, holott  $v$  csak azon csekély közben változó, a melyet a törésmutató változása előir.

E két nézet közül nem tudok e pillanatban döntenit, noha erre vonatkozó vizsgálataim már folynak. A dologban minden esetre fontos, hogy OMORI empirikus egyenlete (53. lapon), a

melylyel a kezdő phásis hosszából már egyetlenegy állomás seismogrammjából az epicentrum távolságát meglepő pontossággal számolja, elméleti igazolást nyert, és tán épen ezen empirikus egyenlet két állandója lehet hivatva a két felfogás eldöntésére.

A seismogramm hossza az egyes phásisok tartamával, mondjuk  $\Delta t$ -vel mérhető, és ezért a (66) egyenlet idevonatkozó része

$$\Delta t = (t - t_e) v \Delta \left( \frac{1}{v} \right)$$

irható, és ezen egyenlet lineáris kapcsolata folytán véges változásokra is érvényes. Ha ellenben  $\Delta q$ -val jelöljük egy phásis partiális dispersióját, akkor (66)-ból durva közelítéssel ( $\rho = 1$  téve)

$$\Delta t = \frac{2(1-2q)}{[4q(1-q)]^{\frac{3}{2}}v} (\operatorname{tg} \psi - \psi) \Delta q$$

adódik, a mely kifejezés szintén a távolságnak függvénye.

E második felfogás szerint a seismogramm különböző phásisai számára az ephemerida egy, a megelőzőtől különböző  $q$  értékkel számolandó; ha azonban az egyes phásisoknak csak terjedéssébségei mások, akkor az első ephemerida  $t - t_e$  értékei sorban az első és második, az első és harmadik ... phásis sebességviszonyával szorzandók, hogy az új ephemeridát nyerjük.

Az egyes phásisokra vonatkozó hibaegyenletek azután úgy függnék össze egymással, hogy  $\Delta h$ ,  $\Delta b$ ,  $\Delta l$ , és egyetlen egy lökés esetén  $\Delta t_e$  minden esetben ugyanaz, míg  $\Delta v$  más, és  $\Delta q$  is más lehet.

Az ephemerida számolásnál szükségünk volt még a  $\tau_0$  értékére, a mely a (60b) alatt adott sorfejtésekkel (41b)-ből, vagy közvetlenül (19)-ből  $e = 90^\circ$  téve, egyszerűen adódik. Értéke

$$\begin{aligned} \tau_0 = h + \frac{q}{2(1-q)} h^2 - \frac{q}{6(1-q)^2} h^3 + \frac{q^2}{8(1-q)^3} h^4 - \\ - \frac{q^2(1+4q)}{40(1-q)^4} h^5 + \dots \end{aligned} \quad (68a)$$

vagy

$$\tau_0 = h + h_1, \quad (68b)$$

a hol  $h_1$  correctio kényelmes táblázatban adható (ld. függelék).

Ezek után ismeretlen epicentrumu rengések átdolgozásáról külön megemlékeznünk nincs szükség.

### A seismikus hodograph.

Ha a lökés idejét mint ordinátát, az észlelő hely epicentrális távolságát mint abscissát felrakjuk, nyerjük a seismikus hodographot. Minthogy  $t$  és  $\tau$  csak egy állandóban különböznek egymástól, a (41) egyenlet tekinthető a hodograph egyenletéül, ha benne  $\phi$ -t  $\varphi$  által fejeznők ki. A (63) egyenlet a hodograph érintője számára a

$$v \frac{dt}{d\varphi} = \cos e \quad (69)$$

érdekes vonatkozást adja, a melyből azonnal látni, hogy a hodograph  $\varphi=0$  pontban  $\cos e=0$  miatt nullértékkel az abscissatenegelyvel párhuzamosan kezdődik. A görbe folytonosan emelkedik és az epicentrum antipoduspontjában a

$$v\tau_{180} = 1 + \frac{1}{\sqrt{q(1-q)}} \arcsin \sqrt{q} - v\tau_0$$

egyenlet által adott  $\tau_{180}$  magasságban ismét vízszintesen véget ér. Inflexiópontja csak azon esetben van, ha  $q < \frac{1}{2}$ , maximuma csak akkor, ha  $q > \frac{1}{2}$  (ld. (14)). Elegendő pontossággal rajzolható hodograph tehát némi útmutatást szolgáltat az ephemerida számítására alapul veendő feltevések számára.

$\frac{d\varphi}{dt}$  nyilván azon sebesség határa, melyet nyerünk, ha két hely epicentrális távolságkülöbségét elosztjuk az észlelés időkülöbségével, más szóval, két egymásodperces homoseista távolsága. Ha ezen  $v_a$  sebességet látszó sebességnek nevezzük, akkor (69) szerint:

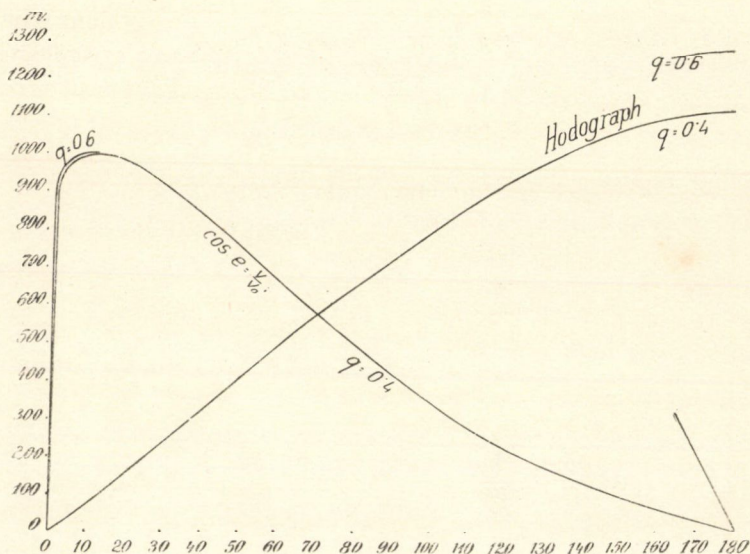
$$\frac{v}{v_a} = \cos e, \quad (70)$$

vagyis a látszó sebesség minden körülmény között nagyobb, mint a tényleges. Csak a rengés határán és az inflexiópont közelében, a hol az emersiósög kicsiny, áll a két sebesség eléggé közel egy-



máshoz, az epicentrum szomszédságában pedig  $v_a = \infty$ , de gyorsan kisebbedik.

A Japánban már 1893 óta működő seismikus trianguláció  $v_a$  pontos ismeretéhez vezet, és ha az emersiósöög lemerésére megbízható módszerünk volna, ebből a tényleges  $v$  sebesség nehézség nélkül adódna.



2. ábra.

A megfigyelésekből rendszeren a (67) egyenlet által definiált középsebességet vezetik le, a melyet az epicentrumtól való távolságból és a lökés terjedésiidejéből számolnak. Ennek értéke (67), (44) és (41b) szerint

$$\sqrt{4q(1-q)} \frac{v}{u} = \frac{\psi - \psi_0}{\varphi} + [1 - q(1 + \rho^2)] \frac{\operatorname{tg} \psi - \operatorname{tg} \psi_0}{\varphi}$$

egyenlet által van adva. A (23) és (39) egyenletből következik, hogy  $\psi - \psi_0 < \varphi$  mindig, és ezért a közepes sebességre is áll:

$$u > v.$$

A mellékelt ábra adja a hodographot percekben és a

$\cos e = \frac{v}{v_a}$  görbét (ordinátaegység = 1000)  $h = 0.02$  és  $v = 13.6 \frac{\text{km}}{\text{sec}}$  feltevések mellett. A folytonos görbe  $q = 0.4$ , a megszakadt görbe  $q = 0.6$  értéknek felel meg. Amabban az inflexiópont  $\varphi' = 18^\circ 9$  távolságban fekszik és benne  $e = 6^\circ 85$ ,  $\cos e = 0.993$ , emez  $\varphi = 16^\circ 69$  távolságban  $e = 0$  értékkel végződik, de az epicentrum antipoduspontjától ugyanazon távolságban a  $\cos e$  görbével együtt ismét folytatódik. A hodograph epicentrális részében a  $q = 0.4$  és  $q = 0.6$  jellegű görbe majdnem teljesen összeesik.

### A rengés intenzitása.

A rengés két utolsó eleme, a mely, mint az astronomiában a bolygó tömege, szintén nem határozható meg pusztán időadatokból, a rengés intenzitása és absorptiocoeficiense, mely utóbbi előreláthatólag a  $q$  állandóval fog összefüggni.

A megfigyelés anyagát kellő instrumentális reductio alapján a seismometerek szolgáltatják, a mennyiben a rengés amplitudja és periodusa, tehát a lökés gyorsulása is levezethető. Különben az intenzitásnak a FOREL-MERCALLI-féle skála szerint megbecsült fokozata is megadja közelítőleg az abszolút mértékrendszerben kifejezett gyorsulást.\*

Az extinctió-coefficientest esetleg műszer nélkül is meglehet határozni, ha sikerül megállapítani azon pontok epicentrális távolságát, a melyekben az intenzitás változása a legrohamosabb. Az intenzitás görbének ugyanis inflexiópontja van és ennek helye a földrengésokozta rombolásból megállapítható. Távolsága vonatkozást állapít meg a rengésfészek mélysége és az absorptió között. Ha amaz más az intenzitástól független úton, pl. időadatokból ismeretes, emez is számolható.

A pontos elmélet bonyolult elliptikus integrálokra vezet, melyeknek szigorú számbavétele a mostani megfigyelések gyarlósága mellett felesleges munka. A következő közelítő eljárás gyakorlatilag mindenestre megfelel.

---

\* Akad. Értes. 1904. 169. füz. 22. 1.

A mennyiben csak az *extinction*-ra vetünk ügyet, az *I* intenzitás számára

$$\frac{dI}{I} = -c_0 s ds \quad (71)$$

differentiálegyenlet áll, melyben  $ds$  az elliptikus sugár ívelemét jelenti, melynek helyén a sűrűség  $s$ , míg  $c_0$  állandó.

A ROCHE-féle törvény és a (18) egyenlet alapján ez

$$\frac{dI}{I} = -c_0 s_1 \frac{1-a\rho^2}{1-a} \cdot \frac{n_1}{n} v l \tau = -c_0 s_1 \frac{1-a\rho^2}{1-a} \sqrt{\frac{1-q}{1-q\rho^2}} v d\tau \quad (72)$$

alakban is írható. Ezen egyenletben  $\rho$  ugyan  $\tau$  függvénye, de a fészkek mélységének csekély volta mellett ennek egy közepes értéke kiemelhető. Irva tehát

$$c = c_0 s_1 \left[ 1 + \frac{2a-(1+a)q}{(1-a)(1-q)} h + \dots \right], \quad (73)$$

az intenzitás közelítően

$$I = I_0 e^{-cv\tau} \quad (74a)$$

alakban írható, ha  $I_0$  a kezdő intenzitást jelenti a fészkekben. Ha most  $I_e$  az intenzitás az epicentrumban és  $l$  a megfigyelő helynek a fészektől való egyenes távolsága, akkor

$$I = I_e \frac{h^2}{l^2} e^{-cv(\tau-\tau_0)}, \quad (74b)$$

míg az amplitudók a két intenzitás viszonyának négyzetgyökével arányosak.

Az  $l$  távolság adva van

$$l^2 = 1 - 2\rho \cos \varphi + \rho^2 \quad (75a)$$

egyenlet által; ha belőle (40) segítségével  $\varphi$ -t elimináljuk, a mi által minden távolsági adat  $\phi$ -ben lesz kifejezve,

$$l^2 = \frac{2 \sin^2 \frac{\phi}{2}}{q \cos \frac{\phi}{2}} [\cos \phi + 1 - q(1 + \rho^2)] \quad (75b)$$

egyenlethez jutunk.

Az ily módon számolt amplitudok még  $\cos e$ -vel, illetőleg  $\sin e$ -vel megszorzendók, hogy az észlelő állomáson nyert horizontális és verticális amplitudókkal összehasonlíthatók legyenek.

### Függelék.

A számítást tetemesen könnyítik a következő táblázatok, a melyek  $h$  vízszintes és  $q$  függőleges argumentummal adják

$$k_1, h_1, Q_0, H_0 \text{ és } \frac{\varepsilon}{2-\varepsilon}$$

értékeit. Valamennyi correctio a negyedik tizedes egységeiben van adva.

Dr. JORDAN utólagosan tett találó észrevétele szerint az  $\gamma$  correctio magára  $\varphi'$ -re is átvihető. Ha 53b)-ben  $\varphi' + \frac{\varphi}{2}$  helyett  $\frac{\varphi'}{2} + \frac{\varphi + \varphi'}{2}$ -et írunk, és

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon}{2-\varepsilon} \operatorname{cotg} \frac{\varphi + \varphi'}{2} \quad (54a)$$

helyettesítéssel élünk, lesz igen egyszerűen:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \operatorname{tg} \left( \frac{\varphi'}{2} + \delta \right). \quad (55a)$$

Maga a  $\frac{\varphi'}{2}$ -hez adandó  $\delta$  javítás közvetlenül

$$\delta = \frac{180^\circ}{\pi} \left[ -\frac{\varepsilon}{2-\varepsilon} \operatorname{cot} \frac{\varphi + \varphi'}{2} - \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon}{2-\varepsilon} \right)^3 \operatorname{cot}^3 \frac{\varphi + \varphi'}{2} + \dots \right] \quad (54b)$$

egyenletből adódik. Ha ellenben az (55) egyenletet akarnók megtartani, amely numerikus számolásra nézetem szerint még kissé kényelmesebb is, akkor  $\gamma$  az

$$\gamma = 0.4343 \left[ \frac{\operatorname{tg} \delta}{\sin \varphi'} - \cos \varphi' \left( \frac{\operatorname{tg} \delta}{\sin \varphi'} \right)^2 + \frac{1}{6} (3 \cos 2\varphi' + 5) \left( \frac{\operatorname{tg} \delta}{\sin \varphi'} \right)^3 - \frac{1}{4} (\cos 3\varphi' + 7 \cos \varphi') \left( \frac{\operatorname{tg} \delta}{\sin \varphi'} \right)^4 + \dots \right]. \quad (54c)$$

egyenletből volna számolandó, a mely, mint könnyen észreveszszük, egyszerűen

$$\gamma = \frac{1}{2} \log. \left[ \frac{1 + \operatorname{tg} \delta \cot \frac{\varphi'}{2}}{1 - \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \frac{\varphi'}{2}} \right]$$

sorfejtése. Úgy  $\delta$  mint  $\gamma$  sora oly rohamosan convergál, hogy az epicentrumon túl már néhány fokkal a sor első tagja teljesen elegendő.

I.  $k_1$  Tábla.

$q \backslash h$	0.000	0.005	0.010	0.015	0.020	0.025	0.030	0.035
0.0	0.0	21.8	43.6	65.6	87.7	110.0	132.3	154.7
0.1	0.0	24.2	48.4	72.8	97.3	121.8	146.4	171.4
0.2	0.0	27.2	54.4	81.7	109.1	136.6	164.2	191.7
0.3	0.0	31.0	62.1	93.2	124.3	155.4	186.6	217.9
0.4	0.0	36.2	72.3	108.3	144.3	180.2	216.2	252.0
0.5	0.0	43.3	86.4	129.4	172.1	214.6	256.9	299.2
0.6	0.0	54.0	107.5	160.6	213.0	264.9	316.7	367.9
0.7	0.0	71.8	142.1	211.5	279.7	346.7	412.8	477.8
0.8	0.0	106.8	210.0	310.0	407.0	501.2	592.8	681.8

II.  $h_1$  Tábla.

$q \backslash h$	0.000	0.005	0.010	0.015	0.020	0.025	0.030	0.035
0.0	0.000	0.00000	0.00000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.1	0.000	0.01363	0.05535	0.1243	0.2206	0.3440	0.4944	0.6718
0.2	0.000	0.03122	0.1247	0.2804	0.4989	0.7772	1.118	1.520
0.3	0.000	0.05344	0.2133	0.4787	0.8490	1.323	1.901	2.581
0.4	0.000	0.08333	0.3215	0.7438	1.319	2.054	2.951	4.005
0.5	0.000	0.1246	0.4967	1.114	1.975	3.074	4.412	5.987
0.6	0.000	0.1867	0.7436	1.667	2.951	4.591	6.585	8.925
0.7	0.000	0.2900	1.153	2.582	4.567	7.097	10.17	13.76
0.8	0.000	0.4958	1.967	4.392	7.748	12.01	17.17	23.20

III.  $Q_0$  Tábla.

$q \backslash h$	0.000	0.005	0.010	0.015	0.020	0.025	0.030	0.035
0.0	0.0000	0.00000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.0000	0.08316	0.3306	0.7454	1.322	2.061	2.963	4.025
0.2	0.0000	0.1247	0.4975	1.117	1.980	3.086	4.433	6.019
0.3	0.0000	0.1631	0.6504	1.460	2.587	4.030	5.784	7.848
0.4	0.0000	0.2029	0.8083	1.812	3.209	4.996	7.166	9.718
0.5	0.0000	0.2488	0.9901	2.217	3.922	6.098	8.740	11.84
0.6	0.0000	0.3042	1.209	2.702	4.773	7.411	10.60	14.35
0.7	0.0000	0.3784	1.500	3.344	5.892	9.128	13.03	17.58
0.8	0.0000	0.4925	1.943	4.310	7.560	11.66	16.57	22.26

IV.  $H_0$  Tábla.

$q$	$h$	0·000	0·005	0·010	0·015	0·020	0·025	0·030	0·035
0·0	0·000	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00
0·1	0·000	— 26·69	— 53·44	— 80·23	— 107·1	— 134·0	— 160·9	— 187·9	— 213·9
0·2	0·000	— 30·08	— 60·32	— 90·73	— 121·3	— 152·0	— 182·9	— 213·9	— 243·9
0·3	0·000	— 26·35	— 53·04	— 80·05	— 107·4	— 135·1	— 163·1	— 191·4	— 219·4
0·4	0·000	— 16·63	— 33·85	— 51·65	— 70·04	— 89·00	— 108·5	— 128·6	— 148·6
0·5	0·000	— 0·4975	— 1·980	— 4·434	— 7·844	— 12·30	— 17·48	— 23·68	— 29·88
0·6	0·000	+ 23·68	+ 45·72	+ 66·19	+ 85·11	+ 102·5	+ 118·4	+ 132·8	+ 146·8
0·7	0·000	+ 59·70	+ 116·6	+ 170·8	+ 222·4	+ 271·6	+ 318·2	+ 362·4	+ 404·4
0·8	0·000	+ 117·2	+ 229·2	+ 336·1	+ 438·1	+ 535·6	+ 628·7	+ 717·6	+ 804·6

V.  $\frac{\varepsilon}{2-\varepsilon}$  Tábla.

$q$	$h$	0·000	0·005	0·010	0·015	0·020	0·025	0·030	0·035
0·0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0·1	0	0·007705	0·03080	0·06920	0·1229	0·1919	0·2760	0·3753	0·4806
0·2	0	0·01948	0·07775	0·1745	0·3094	0·4821	0·6924	0·9406	1·2279
0·3	0	0·03810	0·1517	0·3401	0·6020	0·9365	1·343	1·821	2·371
0·4	0	0·06899	0·2742	0·6125	1·082	1·680	2·403	3·252	4·221
0·5	0	0·1238	0·4902	1·092	1·923	2·977	4·246	5·727	7·448
0·6	0	0·2309	0·9101	2·019	3·538	5·450	7·741	10·40	13·44
0·7	0	0·4749	1·858	4·089	7·115	10·88	15·34	20·48	26·28
0·8	0	1·202	4·628	10·04	17·25	26·07	36·41	48·18	61·29

(A. M. T. Akadémia III. osztályának 1904. decz. 12.-én tartott üléséből.)

# A NYUGVÓ MAG ÉS A MAGOSZLÁS.\*

TELLYESNICZKY KÁLMÁN-tól.

## I. A nyugvó mag.

### 1. *Élő viszonyok.*

Előre bocsátottam az eddigi nézeteknek azt a kritikáját,\*\* mely a magvizsgálatok újbóli felvételét indokolta. Észrevételeim ezen munkálatomban az élő-vizsgálatokra és a fixáló módszerekre vonatkoztak. Nem érintettem a 3. kérdést, a festési módszerek kérdését, miután ennek jelentősége az előbbieik mellett teljesen háttérbe szorúl. A festett készítmény sem nyújt mást, mint a festetlen, csak a vizsgálatot teszi kényelmesebbé. Változást a szerkezetben már nem idézhet elő, míg annál több okunk van változások felvételére a fixálásban. Innen van, hogy a szerkezeti kérdés megoldása első sorban is az élővizsgálatok és a fixálási módszerek kritikáján múlik.

Az élővizsgálat nehézkes, nem sokat mutató; a készítmény el nem tehető; sietve kell vizsgálni, rajzolni stb., mindmegannyi okok, minek folytán a kényelmesen vizsgálható festett, fixált készítmények mellett újabb időben háttérbe szorult. Én a szöveteket egyszerűen, saját nedvökben vizsgáltam homogen immersioval. Csakis jól világított, tiszta déli órákat használtam fel élővizsgálatra és megelégedtem, ha ezen vizsgálatok alkalmával napenként egy-egy jól észlelt rajzot sikerült jegyzeteimbe készíteni.

---

\* A budapesti kir. m. tudomány-egyetem II. sz. anatómiai intézetében készült dolgozat. Rövidített közlemény. A teljes munka 5 tábla rajzzal az Arch. f. mikr. Anatomie-ban jelenik meg.

\*\* «A sejtmag szerkezetének kérdéséhez.» Math. és Term. Értesítő, 1902. XX. köt.

Az élőben észlelhető magvak kivétel nélkül víztiszta alapanyaggal bírnak, mely a legtöbb magnak főtömegét alkotja. A mag ezen főtömegét alkotó tiszta alapanyag a plasma felé birhat néha finom határvonallal is, de gyakran különálló határ egyáltalában nincs, úgy hogy rajzban a mag határát vonallal jelezni nem is lehet.

Az alapanyag víztiszta jelleme főként oly nagy magvakban észlelhető világosan, melyekben az egy-két kerek magvacskán kívül más alkatrész nem fordul elő [pl. szalamandra nagy spermato gonjai, petesejtek], ilyenkor a mag tiszta gömbje mintegy fényleni látszik a készítmény, illetőleg a plasma zavarosabb környezetében.

A víztiszta jellemű alapanyag ép oly jól felismerhető a magvak második fajtájánál is, a hol ezen anyagban több-kevesebb, kisebb-nagyobb, *nem kerek* testecske található. Ezeket a testecskéket legrövidebben alig lehetne mással jellemezni, mint ép ezen «nem kerek» tulajdonságukkal. Mert épen ez az, a mi őket a már eddig ismert elkülönített magrésztől, az éles, kerek magvacskáktól megkülönbözteti. Rajzban nem is lehet oly jól visszaadni a különbségeket, mint a hogy a valóságban észlelhetők, a hol mindig nagyon jól megösmérhetjük, hogy ezek a testecskék nem oly szigorú kerek formájúak, mint a közönséges magvacskák. A fénybeli különbség a magvacskák és ezen testecskék között nem számottevő. Ezen testecskék is jól körülírt szabad szélekkel bírnak és az alapállományban teljesen szabadon állanak.

Bármily egynemű, részletnélküli is a friss élő készítmény, a fentemlitett jó viszonyok szem előtt tartásával a mag víztiszta alapállományában e testecskék határvonalai teljesen tisztán válnak ki. Annak, a ki ezen fontos körülményről legkönnyebben meg akar győződni, triton bélhámsejtjeinek vizsgálatát ajánljuk, melyeknek magvaiban 8—10 szabadon álló, «nem kerek» testecske aránylag könnyen megfigyelhető.

E szabadon álló testecskék elkülönítése az ösmertes kerek magvacskáktól könnyebben sikerül azon esetekben, midőn e testecskék hosszúkas pálczika formában jelennek meg. Észlelhetők e megnyultabb formatiók a triton bélhámsejtjeinek magvaiban is, de főképen a szalamandra kis spermato gonjain láthatók jól, a



hol gyakran csakis ilyen megnyult, hosszúkás testecskék alkotják a mag látható formatióit.

E formatiók, melyeket *karyosomoknak* fogok nevezni, úgy formájukra, mint számbeli fellépésükre nézve nagy változatosságot mutatnak. A változatosság egyrészt összefüggésben áll a mag típusával, de egy ugyanazon mag különböző állapotával is. Jól észlelhető feltűnő változásokat szenvednek a magoszlás megindulásával, melyekről alább lesz szó.

A magvaknak tulnyomó része élőben az imént leírt típust mutatja, azaz a mag tiszta gömbképében jelenik meg, belsejében nagyobb számú, 6—8—10 nem szabályos kerek testecskével, a karyosomokkal. A magvaknak másik fajtája azon ösmeretes típusnak felel meg, a hol a viztisza kerek magban csupán 1—2 szabályos kerek magvacska látható. Kétségtelen, hogy ez a két fajtája a magvaknak az élőben látható magképek óriási többségét alkotja de vannak ezekről eltérő képek is.

Az előbbi kétfajtájú magon kívül az *élő viszonyok* alapján még két fajtáról kell megemlékezni. Az egyik fajta lényegében véve nem tér el az előbbiektől, csak az a különbség, hogy az ezekben látható, külön álló testecskék igen aprók. Ide tartoznak a hernyók szövömirigy sejtjeinek már mások által ösmertetett elágazódó óriási magvai. Nevezetes, hogy ezek a magvak élőben is tisztán láthatóan mutatják az apró testecskéket, melyek az egész magvat egyenletesen kitöltik.

Az első pillanatra ezen óriási elágazódó magvagról azt hinnők, hogy a mint nagyságukra és formájukra, úgy ezen finom szemcsés jellemökre nézve is egészen különleges állapotot képviselnek; meggyőződtem róla, hogy ugyanily finom szemcsés állomány a hernyók más, rendes alakú magvaiban és pedig szintén élőben tisztán észlelhető, úgy hogy ez az állapot ezen állatoknál, ha nem is vonatkozik minden magra, de kétségtelenül ép jelenségnek tartandó. Legfontosabb az a körülmény, hogy ezek az apró formatiók is az egynemű alapan mint különálló testecskék jelennek meg, melyek mint alább még közelebről is ki fog tűnni, a fent jelzett karyosomoknak felelnek meg.

Végtere találkozni fogunk oíy magvakkal is, melyekről az élő vizsgálat alapján tiszta képet alkotni sehogy sem lehet. A mag

ilyenkor vagy egészben vagy részben zavaros benyomást tesz; benne majd foltocskákat, majd csikocskákat vélünk látni, de a képet megérteni képtelenek vagyunk. Az ezen fajta, élőben ilyen bizonytalan formatiókat mutató magvak úgy látszik főként a kötőszöveti magvak rovására esnek.

Az *élőben* észlelhető magvak tehát négy csoportba oszthatók. Első csoportba tartoznak azok a többnyire nagyobb fajtájú vitziszta, gömbölyű magvak, melyek belsejében csupán 1—2 kerek szabályos magvacska látható. A magvak második, nagyobb csoportjába tartoznak azok, melyeknek vitziszta alapján több, 4—8 szabadon álló, nem szabályos kerek, sokszor jelentékenyen megnyult testecske (karyosom) fordul elő. A harmadik fajtájú magvak azok, melyekben nagyszámú apró karyosomok aránylag sűrűn, egyenletesen töltik ki a mag belsejét. Végül negyedik csoportot is fel kell állítanunk azon magvak számára, melyeknek formatiói élőben nem dönthetők el.

Az előzők alapján mondhatjuk, hogy a magvak *legnagyobb része élőben* sem granularis, sem fonalas, sem reczés vagy habos szerkezetet nem mutat; a magvak tulnyomó része élőben mint tiszta folyadéksepp jelenik meg, melyben külön álló formált testcskék, és pedig nem csupán a magvacskák, hanem igen elterjedt más fajtájú, szintén izolált testcskék, a karyosomok találhatók.

## 2. Technika (*fixatio, festés*).

Hogy a fixált képekben mi és mennyi felelhet meg a valónak, az mindig csak közelebbi vizsgálat és megfontolás után dönthető el. E célból tekintetbe kell venni az élőképeken kívül a műtermékek keletkezésének elképzelhető módjait.

A műtermékek keletkezésének okai két csoportra oszlanak. Legelőször a fixálásoknál alvasztás révén fel kell tételeznünk kicsapódási jelenségeket, melyek tehát új formációk keletkezésére vezethetnek. Másodszer pedig, ha a fixáló nem alvasztó anyag, a hol tehát hosszabb-rövidebb ideig folyékony állapotban stagnálhat az élő anyag, főként, ha a folyadék még hypotóniásnak is tartható, duzzadási és oldódási jelenségek tételezhetők

fel; ezek tehát alkatrészek eltűnésére, formatiók megfogyására vezethetnek.

Ezen egyszerű megítéléseknek helye azonban csak akkor volna, ha a fixálandó részek mind egyszerre érintkeznének a fixáló folyadék alkatrészeivel. Rendkívül komplikálja a viszonyokat azonban az, hogy a fixáló folyadékok csak a diffusio révén hatnak, minek folytán hatásuk az anyag felszínén és belsejében a legkülönbélebb fokozatban érvényesül; s mint látni fogjuk, e különféle hatások mérlegelése nyújtja a legnagyobb nehézséget.

Készítményeink közül vizsgálatra legalkalmasabbnak bizonyultak a Flemming-féle folyadékkal és a kalieczettel (100 r. 3% kali bichr. és 5% jégecet) fixált, cuprum sulfuricummal és hæmatoxylinnal (Weigert-féle velőshüvely festés módjára) festett készítmények. Kalieczet fixálás után közönséges timsós hæmatoxylinnal intensív festések is a legfinomabb részletek felismerésére igen alkalmasaknak bizonyultak.

Az e fajta vizsgálatokban a festések jelentősége a fixálások kérdése mellett igen alárendelt; a festések a fixált részek láthatósága, észlelhetősége szempontjából nagy szolgálatokat tesznek, de ép oly nagy tévedésekre is vezethetnek, ha a különböző színű festéseket mintegy a vizsgálat alapjává tesszük.

E végzetes eljárás a legrégibb időtől egész napjainkig kísért; nem is érintettem volna e kérdést, ha nem jelent volna meg az imént egy munka, melynek vizsgálatai tisztán «a piros-kék» festésekre vannak alapítva.\*

Rohde Auerbachnak a piros és kék festéseken alapuló tévedéseiből indul ki és Malfattira támaszkodva a zöld színben a tiszta nucleint, a violában a phosphorban szegény, a pirosban a phosphorban nagyon szegény magvat véli felismerni. Ezek a színreakciók vizsgálataiban nem is mint eshetőségek szerepelnek, hanem terjedelmes vizsgálatai elejétől végig a «Rothblaufärbung»-okra, akár a legbiztosabb vegyi reakciókra vannak fektetve. Fischer a többes festések egyes fizikális tényezőit már

---

\* Rohde «Untersuchungen über den Bau der Zelle.» I. Kernkörperchen. Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie 1903.

is ösmerteti, melyek a kétféle szineződésnek jól érthető és egyszerű megfejtéseit adják; Rohde azonban Fischer vizsgálatairól egyszerűen tudomást sem vesz.

Így azután Rohde Auerbachnak tévedését, a mely a hím és női magvak állítólag jellemző színű festődéséből indult ki, még nagyobbra növeszti.

Valamely vizsgálatban a vizsgáló módszer ismerete hiányában nemcsak merész elméletektől kell feltétlenül tartózkodni, de általán minden következtetés levonását is csak a legnagyobb óvatossággal szabad eszközölni. A festésekből való ilyen következtetésektől pedig óva inthetnek közönséges tapasztalatok is; közönséges herekészítményben is könnyen kaphatunk olyan festést, hogy a spermatosomok vagy érett spermatogonok tömörült magvai intenzív kékek, a herecsatorna többi nagyobb magva pedig piros, a mely esetben hím és női magvakról beszélni ugyancsak bajos volna. Fischer világosan rámutat, hogy a chromatin anyagok tömörülési viszonyai összefüggésben vannak a festődések kétféleségével, a mit valóban egyéb tapasztalatok is bizonyítanak. Egész szabályszerű jelenség pl. az, a mire Rohde maga is bőven szolgáltat példát, hogy a kékre festődő kis magvak megnövekedésükkel erythrophilokká válnak. Rohde ezekben a tényekben a phosphor megfogyását konstatálja, voltaképen pedig e jelenségekben mást, mint a mag anyagának különböző tömörülési viszonyait látni nem szabad.

Vizsgálataimban a festések színei semmiféle szerepet sem játszanak; miként említettem, czélom mindig valamely intenzív sötét hæmatoxylin festés volt; ezekkel érjük el legbiztosabban a legvékonyabb metszetekben is a formatiók világos és tiszta észlelhetőségét. A színekre, mint ilyenekre sokat alapítani úgy sem lehet, mert a mikroskopi distinctiók végeredményben mindig morfológiai alapon állnak. A festéseket azonban nem akarjuk teljesen értéknélkülieknek tekinteni még ez irányban sem, mert histológiai vizsgálataink, sajnos, igen szűk érvelési körében még mindig helyet találhatnak kellő óvatossággal alkalmazva.

### 3. Szalamandra nagy spermatogonjai.

A szalamandra hatalmas ősheresejtjei úgy a nyugvó mag, mint az oszlások vizsgálatára kiválóan alkalmas anyag. Hátranyuk, hogy a here többi sejtjeihez képest aránylag csekély a számuk; a here csucsában, a szerv legkeskenyebb részletében foglalnak helyet, így oszlásaik nem oly bőségesek, mint a többi heresejt oszlása.

Mewes elsőbb ezen sejtek magvában strukturákat nem talál és a viszonyoknak megfelelően csakis chromatin törmelékekről ír; később azonban keresi bennök a strukturákat. A Flemming-féle folyadékkal fixált ősheresejtek azonban strukturákat általában nem mutatnak. Így Mewes utóbb annak a véleményének ad kifejezést, hogy egyes mélyebb fekvésű sejtek a nagyobb lebenyekben, melyeknek kinézése inkább megfelel a strukturális felfogásnak, képviselnék a valóságot. Mint látni fogjuk, ennek a magyarázata a következő: a nagy spermatogonok legnagyobb részében strukturákat azért nem találni, mert az ősheresejtek a here legkisebb lebenyében majdnem kizárólag a Flemming-féle folyadék *felszíni* hatásában jelennek meg, a melyek ebben az esetben ép a valóságot fejezik ki. A mélyebb fekvésű sejtek azok, a melyeket az osmium hatása el nem ér és így elsősorban az ecetsav-chromsav hatás folytán szemcsés kicsapódásokat szenvednek; ezek jobb festődésük révén is a strukturális felfogásnak valamivel jobban megfelelő képeket adnak.\*

Mewes Flemming felfogásának alapján áll annyiban is, hogy a strukturák hiányát az osmium-képekben úgy értelmezi, mintha azokat szemünk elöl valami csapadék fedné el. Ez a vélekedés egyrésztől leplezője ismereteink hiányos voltának, de másrésztől egyenesen ellentétben áll a valósággal.

Mewes vizsgálatai, mint általában a sejtvizsgálatok jelentékeny része, a Flemming-folyadék révén osmium-fixáláson alapulnak. Az osmium hatásának értelmezése egyes esetekben, mint

\* De kiemelem, hogy ezek is csak jobbák híján szerepelnek mint strukturák, mert voltaképen, mint látni fogjuk, még ezek is ellentmondanak a strukturális felfogásnak.

alább látni fogjuk, valóban igen nagy nehézségekbe ütközik. Szerencsére azonban könnyű lesz az osmium hatásának elemzése a szóban forgó sejtekben, valamint a kis spermatogonokon is.

A nagy spermatogonok magvai élő állapotban víztiszták, legfeljebb egy-két magvacska látható bennük. A tiszta osmium hatása után ép úgy, mint a Flemming-féle folyadék felszíni hatásában a magvak úgy formailag, mint contourjukat illetőleg úgy alapállományuk, mint a magvacskák kinézését illetőleg, tehát voltaképen minden lényegesben teljesen megfelelnek az élő képnek. Ez a megegyezés rendkívül fontos azon körülménynél fogva, mert szépen összevág az osmium azon tulajdonságával, hogy a fehérjéket nem csapja ki, így tehát kicsapódási strukturákat nem is idéz elő. Ilyen formán tehát ép az osmium képekben nem szabad feltételezni, hogy csapadékok rejtenének el bizonyos strukturákat szemeink elől.

Egészen más képeket kapunk ezen magvaknál is, ha valóban fehérje-kicsapó folyadékkal fixálunk; ezeknél éppen úgy, mint az eczetsav hatására, a kicsapódásokkal parallel az élő viszonyoktól igen eltérő formatiók jelennek meg.

Az eltérés az élő viszonyoktól főképen abban áll, hogy az alapállomány rögzös, szemcsés lesz és a mag éles contourt kap: megszületik a struktura és a maghártya; ez esetben az új formatiók ugyan csak rendetlen szemcsékből és rögzökből állanak, de miként említettük, jobb híjján még ezek is strukturaként szerepeltek. A kicsapott szemcsék, rögzök azért is közelebb állanak a strukturalis felfogásokhoz, mert jobb festődésűek, mint a homogen osmiumképek. Ilyenek azok a magvak, a melyek a Flemming-féle folyadék alkalmazásánál is az osmiumhatástól mentesebb, mélyebb részekben keletkeznek. A strukturalis nézetek támogatására e magvak akár osmiumsavval, akár egyéb módon fixálva, akár az élőképekben semmiféle alapot sem nyújtanak. Eltűntek volna-e ezen feltételezett strukturák ki nem csapó hatású osmiumra, ép úgy mint a kicsapó kezelésnél? Már első pillanatra sem lehet valószínű, hogy két alapjában különböző hatású reagens egyaránt eltüntesse őket. De van ennél voltaképen még egy meggyőzőbb körülmény is, melynek jelentőségét nem lehet eléggé hangsúlyozni.

A *kicsapó* hatású «jó» fixálóknál ugyanis egészen biztosak lehetünk a felől, hogy ha van valami formatio élőben, az a «jól» fixált képben nemcsak hogy el nem tűnik, hanem még csak jobban láthatóvá válik; a festések révén is éppen már az élőben is formált részek válnak ki kiváló élesen. A kicsapó fixálók révén ugyanis minden formált alkatrész láthatósága és észrevehetősége nemcsak hogy nem csökken, hanem jelentékenyen növekszik. A Flemming-féle iskola az az érvelése, hogy bizonyos struktúrák az alvadási viszonyok folytán a készítményben eltakartatnak, teljesen téves.

Metszett készítményeinkben ily felvételre nincs jogunk; az élőben is formált alakulások ép a kicsapódás folytán még inkább megtömörülve, a festődésre éppen a legalkalmasabbakká válnak; olyan vastag metszetek pedig, melyekben egyes alakulások egymást eltakarhatnák, e vizsgálatokban szóba nem jöhetnek.

Azok a szemcsék és rögök, melyek ez ősheresejtek magvait kicsapó kezelés után kitöltik, mást mint kicsapódási jelenséget nem képviselhetnek és nincs semmi jogunk annak felvételére sem, hogy valamit szemeink előtt elfődnének. A kép a fehérjék közönségesen ismert kicsapódási formáival megegyezik. Ha ezek között a gyengén festődő (szerzők szerint erythrophil) rendetlen rögök között bármiféle finom (cyanophil) alakulás is lenne, annak közönséges festéseink révén is egészen tisztán láthatónak kellene lenni, a miről azonban szó sincs. Ezek az óriási nagy magvak mint tiszta folyadékcseppek jelennek meg belsejökben egy-két suspendált magvacskával. Az ősheresejtmagvak ezen egyszerű megjelenése azonban nemcsak a strukturális nézetekkel áll merev ellentétben, hanem máris nagyon érezteti a «chromatin» fogalmának hiányait és zavaró voltát. Hol van tulajdonképpen ezen magvakban a «chromatinnak» megfelelő anyag? Mert megjegyzendő, hogy ezen magvak a magvacskákon kívül közönséges festések alkalmával jóformán teljesen festetlenek maradnak és a közönséges «piros-kék» festésekkel a magvacskát kivéve az egész mag csak piros festődést nyer, vagyis a szerzők «chromatinját» így sem mutatja. Tehát sem «struktúra», sem «chromatin»? Oly kérdések ezek, melyekre a feleletet csak a további vizsgálatok után munkánk végén adhatjuk meg.

#### 4. *Szalamandra kis spermatogonjai.*

Az előzőekben kivételes nagy magvakról volt szó, melyek jellemükben közel állnak a petesejtek és duczsejtek nagy magvaihoz. Ezek a nagy ősherejű magvak összefüggő sorozatban oszlások közbeiktatásával folytonosan kisebbednek, míg végre elérik a kis spermatogonok átlagos nagyságát. Minél kisebbek lesznek e magvak, minél inkább közelednek a kis spermatogonok állapotához, ezzel arányosan mind sűrűbben jelennek meg új formatiók: az élőben is látható karyosomok.

A karyosomok a fixált készítményben épúgy, mint az élőben tisztán körülírt testecskék képében jelennek meg, természetesen azzal a különbséggel, hogy most nem víztiszta alapanyagban úsznak, hanem a magfolyadék fehérje csapadékába vannak beágyazva. Ez a fehérje csapadék, a mag alapállományának csapadéka, azonban egyáltalán nem zavarja észlelhetőségüket.

A szalamandra kis spermatogonjaiban rövid és kerekdedebb karyosomok vegyest fordulnak elő megnyúlt, hosszukás formájúakkal. sőt sokszor csakis ez utóbbiak vannak kizárólag jelen. A megnyúlt testecskék ha nagyon közel jönnek egymáshoz, össze is folyhatnak, miáltal többé-kevésbé elágazódó formatiók keletkeznek.

Mindezen karyosomok úgy formailag, mint számbelileg is nagy változatosságot mutatnak.

Megjegyzendő azonban, hogy a rövidebb, kerekdedebb karyosomok sem mutatják azt az éles kerek formát, mint a valódi magvacskák, melyek ezen magvakban mindenek szerint hiányznak. Ezekben a magvakban ugyanis szabályos, kerek, osmiumsavra, destillált víz hatására egyaránt jól látható valódi magvacskák szabály szerint nincsenek. A testecskék viselkedésük révén mind egyfajtajúaknak bizonyultak. Destillált víz hatására a duzzadó magban mind eltűnnek és a mag teljesen homogenné válik. Fixálás és festések irányában is egyenlően viselkednek. A karyosomok a Flemming-féle folyadék hatásában az anyag felszínén ép úgy, mint annak belsejében a rendes formájukban konzerválódnak. A különbség természetesen az lesz, hogy a felszíni hatásban, a mi tisztán az osmiumképnek felel meg, ép úgy mint az élőben, a



testecskék egynemű környezetbe vannak beágyazva, a központi képből pedig szemcsés, rögzös kicsapódási anyag körbeveszi őket.

Az osmium-kép tehát ezen magvaknál is megfelel az élőnek, mert egynemű alapállományt látunk bennük szabadon álló testecskékkal; ilyen eredményt ad tehát a Flemming-féle folyadék felszíni hatása, mely a tiszta osmium hatására vezetendő vissza. Semmi okunk nincsen a felett kételkedni, hogy az alapállomány egynemű jelleme itt is, miként az előbbi esetben, az élő mag egyneműségének felel meg, annál kevésbé, miután az osmium magvak homogen képei összeegyeztethetők az osmiumsav fehérje ki nem csapó tulajdonságával.

Az élő mag homogen alapállománya, a magfolyadék, minden kicsapó kezelésnél finom alvadékszerű tömeggé alakul át; így látjuk ezt szépen pl. a kálieczet-fixálásnál, a hol az alapállomány egyenetlen, szemcsés, rögzös kinézést nyer. A Flemming-féle folyadéknál pedig a centralis és periferiás hatás közötti különbség itt is ismétlődik. A centralis hatásban az alapállomány itt is szemcsés, rögzös kicsapódást mutat, megfelelőleg az osmiummentes chrom-ezetsav egyszerű kicsapó hatásának.

A magfolyadékokban a kicsapó kezeléssel létrejövő csapadék a szerzők «erythrophil» anyagának felel meg, a karyosomok pedig a «chromatint» képviselik. Ezen magvakban a magfolyadékon és a karyosomokon kívül semmiféle más formatio felvételére sem az élő, sem a fixált képek nem jogosítanak fel; úgy hogy az ez időszert feltételezett struktúrák mindegyike ép oly biztosan kizártnak tekinthető ezeknél is, mint az előző magvaknál.

## II. Magoszlás.

### 1. *A kis spermatogonok prophasisai a fixálók központi hatásában.*

Az élő mag belsejében véghezmenő ama nevezetes folyamatból, melynek eredményeként az oszlási magfonal áll elénk, ez ideig senki semmit sem látott, sőt kizártnak kell tekintenünk élőben minden közvetlen megfigyelés eshetőségét. Élőben csak annyit állapíthatunk meg, hogy a mag nagyobbodik, a magocskák és a karyosomok egyaránt eltűnnek, az egész mag zavarosabb

jellemű lesz; ezzel ki van merítve minden. Egyszerre csak ebből a zavarodásból kiválik a magfonál: a folyamat eredménye, de nem megoldása.

A mint a spermatogon-fészkekben egyes sejtek — rendszeren 4—5 egy csomóban — egyértelműen megnagyobbodnak és szomszédaik közül kiválnak, biztosan tudjuk, hogy oszlásnak indulnak. Növekedés közben rendszeren ovális formát öltenek. Ilyen oszlásnak induló fészkek kiváló éles, tiszta fekete festésekben nagy bőségben és változatosságban állottak rendelkezésemre. Mégis, miként látni fogjuk, ezen sejtoszlási fajták egymagukban a mitosis legelső phasisában tájékozást nem nyújthattak.

Emlékezzünk vissza, hogy *káli-ecetsav-fixálásnál* a nyugvó magvak egész terjedelmükben szemcsés, rögös csapadékkal teltek, a mely csapadékban a szabadon álló karyosomok eredeti formájukban tisztán láthatók. Az oszlási növekedésnek már a legelső phasisai igen elűtnek nyugvó szomszédaiktól, mert a mag mind a két alkotó része egyszerre feltűnő változásokat szenved. Először is a karyosomok eredeti jellemükből csakhamar kivetkőznek. nagyobb nyujtványos foltok alakjában terülnek el; az alapállományban pedig egyenetlenségek lépnek fel, a mennyiben az előbbi szemcsés, rögös magállományban foltok, tisztulások jelennek meg.

E két egyidejű változás: a karyosomok foltos, nyujtványos elterülései, melyek az említett módon festett készítményekben mint igen sötét foltok jelennek meg, másrésről az alapállománynak világosodásai ellentétes hatásuk folytán oly feltűnőek, hogy az ily oszlásnak induló magvak már első pillanatra felismerhetők. De nemcsak a sötét és világos foltok fellépése révén válnak ki e magvak nyugvó társaik köréből; csakhamar igen feltűnő lesz a mag belsejében fellépő formatiók rendkívüli szabálytalansága is. Az alapállomány egyenetlen eloszlása, a karyosomok szabálytalan, bizonytalan elterülései a képet rendkívül bizarrá teszik, úgy hogy bármennyire kutatjuk és keressük is ezen stádiumban a «szépet» és a «szabályosat», ilyet itt egyáltalában nem fogunk találni.

A vizsgáló helyzete ezen stádiumban nagyon nehéz, mert a mily könnyű felismerni bizarrságáról e stádiumot, ép oly nagy nehézségek merülnek fel annak közelebbi elemzésénél. Előttünk

állanak a tiszta, sötét feketére festett, kifogástalanul észlelhető képek tetszés szerinti vékonyságú metszetekben, folyton észleljük, elemezzük őket és mégsem tudunk velök semmit sem kezdeni, mert e képek valóban minden szabályos morphologiai berendezést nélkülöznek; ezek teszik érthetővé azt is, hogy ezen stádiumok voltaképen eddig még érintve sem voltak.

Jó ideig valóban nem is találtam valami «szabályosabb», figyelemre méltó jelenséget a képek e végtelen szabálytalanságában; végtére azonban figyelmemet az alapállomány jellemében egyszerre mégis lekötötte valami. A nyugvó mag rögzös, szemcsés alapállománya, mely egy ideig a növekedő és tisztulásokat sejtető magban is még ugyanezt a jellemet mutatja, egyszerre csak már nem mutat többé szemcsés, rögzös kicsapódást, hanem egynemű foltok, csikok, csillagok formájában jelenik meg.

Valóban számottevő változás előtt állunk; ez a változás a képek végtelen szabálytalanságában az egyedüli állandó jelenség. A nyugvó mag rögzös, szemcsés csapadéka helyén tehát egyszerre egy új *formatio* bontakozik ki szemeink előtt; ez az átalakulás szabályszerűen megy ugyan végbe, az átalakulás eredménye azonban maga megint nem mutat semmiféle szabályos képet; ezek az új foltok, csikok maguk is végtelen bizarr formációkban jelennek meg, a mely bizarr alakulások a képek szabálytalanságát még csak fokozzák. Ezzel egyidőben a mag belsejében a világosodások is nagyobb tért nyernek, a mint hogy e közben az egész mag is jelentékenyebben nagyobbodik.

A felismert új formációnak eleinte, minden szabálytalansága daczára is, nagy jelentőséget kellett tulajdonítanom, mert benne mást, mint a magfonál fejlődését, nem láthattam. Az elterült karyosomokon kívül más *formatio* már a magban nincs is, a miből a fonál fejlődhetne, ezek a csikok pedig egyenletes homogen festődésük révén már is egy oly tulajdonságot mutatnak, a mi a magfonálnak is ismert tulajdonsága.

Meg kell jegyeznem, hogy teljesen hasonló viszonyok találhatók a Flemming-féle folyadék fixálása alapján is. A képek itt is ugyanily jelleműek, minden szabályosságot nélkülöznek, a karyosomok és az alapállomány is hasonlóképen viselkednek. E kétféle, «szépen» fixált készítmény alapján mi sem lett volna

természetesebb, mint hogy ezen új formationak kiváló fontosságot tulajdonítsunk a magfonál fejlődésében. Látni fogjuk azonban, hogy a következő sejtoszlások vizsgálata e formatiókat egészen más megvilágításba helyezte.

*2. A reductió és a közönséges oszlások prophasisei  
a Flemming-féle folyadék felszíni hatásában.*

Mindenekelőtt konstatálnom kell, hogy a «spermatocyták» fogalma téves és jelenlegi alkalmazásában, mely azt mint *nyugvó* magvat tekinti, tévútra vezető. A jelenlegi felfogás szerint a «spermatocyta», az ú. n. «reductió» oszlás kiindulására szolgáló «nyugvó» mag, holott világos, hogy az ú. n. «spermatocyta»-fejlődés, illetőleg az a feltűnő növekedés, a mi a «spermatocyták» fogalmára vezetett, nem egyéb, mint általános oszlási jelenség; minden oszlásban a bevezető jelenség a magvak jelentékeny növekedése s e tekintetben a reductió oszlás sem képez kivételt.

«Spermatocyta» helyett helyesebb volna mindig a reductió oszlás kezdeti szakaszáról beszélni, de miután e szó nem küszöbölhető ki, a következőkben az általános szokásnak hódolva, mi is használjuk, de hangsúlyozzuk, hogy azt mindig csak oly értelemben vesszük, mint a reductió oszlás egyik phasisát.

A Flemming-féle folyadék hatása a szalamandra here spermatocytaín már régóta magára vonta a figyelmet. Különös vita tárgya volt egy izben Flemming és Rawitz között, magam pedig rámutattam arra a körülményre, hogy a Flemming-féle folyadék felszíni hatása első sorban csakis ezeken a spermatocyta-magvakon jelentkezik oly feltűnő módon és hogy e jelenségben mindazonokon kívül, a miket Rawitz és Flemming erre vonatkozólag felhoztak, még egy igen fontos tényező: *a magnak állapota* is kétségtelenül közrejátszik.

A spermatocyták a Flemming-féle folyadék felszíni hatásában tudvalevőleg igen egyneműek, «strukturákat» nem mutatnak; csak a készítmény belsőbb részeiben jelentkeznek bizonyos formatiók.

A peripheriától a centrum felé haladva a képek folyton változnak; míg a legszélső két-három sejt sorában a magvak leg-

többnyire semmi részletet nem mutatnak, a következő sorokban már bizonyos finom formatiók jelennek meg; a 7—8. sorban ezek mindinkább durvulnak, élesednek, jobban festődnek, végre az anyag belsejében bizonyos csillagos formatiók teljes élességben tisztán kiválnak.

Ezen sorozatokban akár 3—4-fajta képet is megállapíthatunk és pedig nemcsak olyanokat, a melyek egymással összefüggésbe hozhatók, hanem olyanokat is, melyek jellemükben egymástól rendkívül eltérnek; a peripheriás és centrális kép között pedig oly nagy a különbség, hogy azok összetartozását, ha két különböző metszetről volna szó, sejdíteni sem lehetne.

E sokféle kép közül az eddigi felfogások kivétel nélkül a centrális képek, élesen látható, jól festhető formatióit tekintették az ép viszonyoknak megfelelőeknek. Az a körülmény, hogy más fixálók centrális hatásában szintén teljesen hasonló képeket nyerünk, e felfogás valószínűsége mellett látszott szólani. Nem is vetette fel senki a kérdést, hogy tulajdonképen ezen sokféle kép közül nem lehetne-e valamelyik másik a való. Rawitz és Flemming sem arról vitatkoznak, vajjon a centrális kép a való vagy a peripheriás — a centrális képet tartják mindketten élethűnek —, hanem a peripheriás egynemű képek értelmezésében térnek el egymástól.

Rawitz a szerkezetek hiányát a felszíni magvakban bizonyos «Chromatinzertrümmerung»-gal magyarázza, Flemming pedig fénytörési viszonyokban keresi láthatatlanságuknak okát. Valójában azonban semmi okunk sincs rá akár a peripheriás, akár a centrális képet az élőnek megfelelő formationak tartani, mert hiszen az élőben a fonál fellépése előtt nem látunk semmit, a fixálók hatásáról ez ideig pedig érdemleges szó még nem is volt. Rawitz különben vitáját Flemminggel egész objective és találóan jelzi, midőn mindkettőjük érveléséről mondja: «So steht also, wie gesagt, *Deutung gegen Deutung*».

Miként mondtuk, könnyen találhatunk olyan metszeteket, melyekben a spermatocyták és spermatogonok közvetlen egymás mellett fekszenek a peripherián. Ezek a sejtek tehát osmium hatásának szükségképen egyenlően voltak kitéve, az eredmény mégis egészen más. Kettőjük közül csakis a spermatocyták azok, a

melyekben a szerzők által eddig feltételezett chromatin eltűnése szerepel, a közvetlenül szomszédos spermatogon-magvakból a chromatin nem csak hogy el nem tűnik, hanem a kép teljesen megfelel az élőnek és a karyosomok festődése is kifogástalan. A spermatocytákban azonban rendszerint absolute semmit nem látunk, akár festett, akár festetlen a készítmény. Megjegyzendő még, hogy a hatás ezen kétféle módja egészen szabályszerű, állandó jelenség és nem valami mikroskopi curiositás.

Miután a felszíni hatásban a spermatogonok voltaképen teljesen az élőképeknek megfelelő viszonyokat mutatnak, mit az előzőekben kétségtelenül megállapítottam, úgy a spermatocytákra nézve is fel kell venni, hogy a peripheriás hatásban fogják inkább az élőhöz hasonló képeket szolgáltatni. Számolni kell ezzel az eshetőséggel, annival inkább, mert a mint mondtuk, semmi okunk sincsen azon sokféle kép közül, miket e sejtek a Flemming-féle folyadék hatásában mutatnak, bármelyiknek is az élőviszonyokat illetőleg előnyt adni. Miután pedig a peripheriás hatás előnyös volta a spermatogonokon kétségtelen, nem is volna érthető, mért legyen ép a spermatocytákra nézve előnytelen. További útmutatást e kérdésben csakis a fixálók hatásának tekintetbe vételétől várhatunk.

A fixálók hatásának módját közelebbről szemügyre véve, arra az eredményre jövünk, hogy csakis a felszíni hatásban érvényesül az a régóta hangsúlyozott tényező, hogy a fixálóknak momentán, rögtön ki kell fejteni hatásukat az élő sejtre. E vélekedés is azonban ez ideig annyira elméleti jellegű volt, hogy a vizsgálatokban soha senki sem vette tekintetbe, a mint hogy ez ideig a diffusio viszonyok számításba egyáltalában nem is jöttek. Tekintetbe kell vennünk azt a fontos körülményt is, hogy még a leggyorsabb fixálóknak tartott folyadékoknál is az anyag belsejében a diffusio révén a hatás rendkívül lassan érvényesül. Az anyag belsejében a chemiai fixálóknál momentán hatásról távolról sem lehet szó; a fixáló alkotrészek napok lefolyása alatt érvényesülnek csupán és pedig a legeslegnagyobb hígításoktól kezdve rendkívül fokozatos lassúsággal.

A mi a felszínen momentán létesül, az az anyag belsejében órákat, napokat vesz igénybe. Így elképzelhetjük, hogy teljesen

lehetetlen, hogy az eredmény egyenlő legyen a peripherián és a centrumban. A diffusio lassúságának szükségképeni eredménye, hogy az anyag belsejében a sejtek hosszú ideig stagnálnak, úgy hogy itt a sejtekben változások feltételezhetők még a tulajdonképeni fixálás előtt is. Nem gondolható, hogy a legjobb esetben is órák hosszat magukra hagyott sejtes elemek bizonyos változásokat ne szenvednének.

Jelentős az a körülmény is, hogy a diffusio révén a fixáló folyadékok alkatrészei az anyag belsejében először csak végtelen finom higitásokban jelennek meg, úgy hogy már a különben is magára hagyott sejtek előbb csak higitott fixáló részekkel lépnek érintkezésbe; a legjobb alvasztók is az anyag belsejében előbb oly higitásokban jelennek meg, hogy alvasztó hatásukat még távolról sem fejthetik ki; ezt a közbeeső stádiumot, a mi a legkisebb (pár milliméteres átmérőjű) daraboknál is órákat vesz igénybe, kell legveszedelmesebbnek tartanunk, midőn az egyes fixáló alkatrészek igen higan átjárják a már stagnáló sejteket, de még alvasztást — fixálást — előidézni nem képesek. Számba kell venni még azt a körülményt is, hogy a fixáló folyadék különböző alkatrészei a centrumban a sejtekkel nem is egyszerre lépnek érintkezésbe, hanem az alkatrészek diffusio gyorsaságának megfelelően különböző időben.

A spermatocyták centralis képeiben feltűnő, hogy a durva csillagos formatión kívül a mag belsejében semmit sem látnak; a mag alapanyaga teljesen hiányzik, úgy hogy a mag más-különben egész üres, a mi első sorban okozza épen a durva csillagos formatio rendkívül tiszta észlelhetőségét. Egy szóval, ezen magvakban alapanyag sincs, míg a peripheriás képekben a magvaknak épen ez a lényeges alkatrésze is élethű megmaradásával tűnik ki.

Hová lett a mag alapanyaga?

Mindezen tényezők tekintetbe vételével lettünk kényszerítve arra a következtetésre, hogy a centralis magvak rendetlen csillagos formatiói nem egyebek mint durva műtermékek. A peripheriás magvak képviselik inkább a valóságot, mert mint teljesen kitöltött gömbök jelennek meg és mint az élő magvak különálló contourral sem bírnak: oly viszonyok ezek, melyek mind az élő anyag

hú konzerválásának felelnek meg. A centrális képek ellenben direkt rá utalnak a kedvezőtlen fixálási viszonyokra, főként a kicsapódás előtti hosszú stagnálásra; azok a rendetlen csillagos formációk csakis mint a mag egész tömegének csillagos összefolyásai foghatók fel. Teljesen ilyen csillagos összefolyást fehérje tartalmú folyadékoknál is észleltem; így az ascaris uterusának nedve a peték közti hézagokban fixált készítményeken hasonló csillagos formációkká alakulhat.

Első feladatunk kutatni, hogy ezen csillagos műtermék-stadiumnak voltaképen mi felel meg a valóságban. Böven válogathatunk magában a Flemming-féle folyadék peripheriás hatásában is a sokféle formatio között, melyek bármelyike is sokkal közelebb áll az élő viszonyokhoz, mint ez a csillagos kép; azután segítségül vesszük még a kálieczetsav képeket és a kettő egybevetésétől várunk közelebbi útmutatást.

Eredményünk tehát egyelőre az, hogy a valóságot inkább a peripheriás hatásban kell keresni, melynek bizonyos egyneműsége korántsem specifikus osmiumhatás, hanem — mint azt már régebben jeleztem — a sejtmag egy bizonyos állapotát is jelenti, a mely állapot ép ezeket az egynemű képeket szolgáltatja.

A spermatocyták ezen homogen képei tehát két tényezőn múlnak: 1. negatív jelentőségű tényező az osmiumsav, a mennyiben ki nem csapó tulajdonságánál fogva új szerkezeteket nem hoz létre; 2. pozitív jelentőségű a mag állapota; ezt az állapotot pedig a mag oszlásának megindulásában találjuk meg, mely első sorban a formációk diffus eloszlására vezet, mint azt mindjárt közelebbről is bizonyítani fogjuk.

Ha állításunk helyes, ha a spermatocyták ezen diffus eloszlása a mitosis bizonyos stadiumának felel meg, feltételezhetjük, hogy ehhez hasonló jelenséggel bármi más oszlásnál is találkozunk kell. Ez irányban most aztán vice-versa a spermatogonok közönséges oszlásai szolgáltak kiválóan előnyösen az ellenőrző vizsgálatra.

Ezen úton oly sejtképek észlelésére jutottam, melyeket ez ideig egyáltalán nem vettek figyelembe. Eddig jóformán mindig és mindenütt a centralis képek voltak azok, melyek jó festődésű structurájuk révén a figyelmet magukra vonták és kizárólag ők



szolgáltak a vizsgálat anyagául, a peripheriás képeket pedig teljesen mellőzték.

A spermatogonok oszlásának leírását a fentiekben én is a centralis képekkel kezdtem meg. A mint azonban a spermatocyták révén kitűnt, hogy nem csak a nyugvó, hanem az oszlásnak induló magvaknál is a peripheriás kép áll a valósághoz közelebb, ismételten vizsgálat alá vettem a spermatogonok oszlásait, de most már a peripheriás hatásban.

Ezen oszlások a peripheriás hatásban a vizsgáló figyelmét már azért sem vonják magukra, mivel itt csak elszórtan fordulnak elő és mindig véletlen, ha tiszta peripheriás hatásban találjuk őket. De ha már egyszer érdeklődésünket felkeltették, a felszínen is felkereshetünk annyi oszlást, hogy közelebbi vizsgálatot eszközölhetünk.

Most, miután figyelmünk közelebbről rájuk fordult, valóban kitűnt, hogy a spermatocyták homogen képeivel azonos képek a spermatogonok oszlásaiban is feltalálhatók. A spermatogonmagvak is az oszlásuk legelső stádiumában, növekedésüknek kezdetén ép úgy homogenizálódnak, mint a spermatocyták magvai, világos bizonyítékaul annak, hogy a Flemming-féle folyadék bizonyos homogen magképei oszlási jelenségekkel állanak összefüggésben.

A spermatogonokban a homogenizálódás keletkezési módja is kitűnően vizsgálható. Ehhez ugyanis az oszlási stádiumok változatossága szükséges, a mit a spermatocyták nem nyújtanak oly alkalmas módon.

Az a jelenség, mely élőben csak általánosságban konstatálható, hogy a növekedő magban a karyosomok, vagyis a formált alkatrészek eltűnnek, a spermatogonok fixált képeiben fokról-fokra követhető.

A karyosomok a növekedő magban először is foltosan elterülnek, belsejükben vacuolák keletkeznek, majd pedig nyújtványosak lesznek; oly jelenségek ezek, melyek egyértelműen a karyosomok pusztulására vezethetők vissza. Az összes karyosomok meglehetősen egy időben mutatják az egész magban ezt a bomlási jelenséget, a mi közben a mag is mindinkább homogen jellemet ölt magára és végre itt is megszületik az a bizonyos

homogen állapot, a mely a spermatocytaéknál már régebben magára vonta a szerzők figyelmét.

Ha az imént a spermatogonok közönséges oszlásaiban ismertetett jelenséget, a karyosomoknak az oldódását, a reductiós oszlás első stádiumában («spermatocyta»-fejlődés első stádiumai) is fel akarjuk keresni, akkor nem elég 1—2 heremetszetet átvizsgálni, hanem külön oly herét kell keresnünk, a melyben a spermatogonok tömeges reductiós oszlási növekedése ép hogy megindult; ha ilyeneket találunk, akkor a karyosomok oldódási jelenségeit valóban ezekben is ép oly jól észlelhetjük, mint a spermatogonok közönséges oszlásaiban. Különben is a spermatocyta-fejlődésben a karyosomok eltünése magától értetődik, mert hisz minden homogen spermatocyta mag egy spermatogon-mag-nak az átalakulása, mely átalakulásnak első feltétele a karyosomok eltünése.

Menjünk azonban most következtetésünkben egy lépéssel tovább. Azt mondtuk, hogy a mag homogen jellege a peripheriás hatásban első sorban oszlási jelenség. Összehasonlítottuk a spermatogonok és spermatocytaé kezdeti oszlásait a peripheriás hatásban és mindkét esetben a karyosomok eltünését és az ezzel járó homogenizálódást egyértelműen konstataáltuk. Mi van most e kétféle oszlási képpel a centralis hatásban? Logikusan várnunk kell azt, hogy ha a peripheriás hatásban bizonyos megegyezés volt az oszlás ezen szakaszaiban, hasonló jelenséget kell találnunk a centralis hatásban is. Így jutottunk lépésről-lépésre arra az eredményre, hogy az a sajátságos bizarr új formatio, a mellyel a spermatogonok mitosisának vizsgálatát és leírását a fentebbiekben megindítottuk, nem más, mint a spermatocytaé imént leírt bizarr csillagos formatiójával homolog jelenség. Abban az első leírásban még a peripheriás képek értékét nem ismertük s az általános szokásnak megfelelően csakis a centralis képekkel foglalkoztunk. A mint azonban a spermatocytaé centralis fekvésű bizarr csillagos képeiről kitűnt, hogy műtermékek, úgy a centralis fekvésű spermatogonoknál ismertetett különös formatiók, melyeknek fellépését elsőbb mint a fonálfejlődés jelenségét fogadtuk, szintén más értelmezést nyert. A mint műterméknek kellett elismerni a spermatocytaé csillagos, háló-

zatos kepeit, ugyanazon a jogon és alapon műtermékek a spermatogonok parallel, bizarr formatiói is.

### *3. A magfonál születése a spermatogonok közönséges oszlásaiban.*

A nagyobbfajtájú spermatogonok oszlásában a Flemming-féle folyadék peripheriás hatásában a fonál születése messze, a mikroskopi láthatóság határáig követhető.

Különösen a középnagy átmeneti spermatogonokban észlelhető, hogy már a karyosomok oldódása közben vagy közvetlen utána a homogen alapállományban igen apró pontocskák jelennek meg. Jellemző ezen pontocskákra, hogy már korán nem mint önálló testecskék, hanem mint valami, bár még alig sejdíthető finom formatio részei tűnnek fel. Ilyenkor a megnövekedett mag még igen változatos képet mutathat, a mennyiben a karyosomok utolsó nyomai és esetleg még valódi magvacskák is láthatók vegyest az említett finom új formatióval. Csakhamar kitűnik azonban, hogy e háromfajta alakulás közül az utóbbi a jövő. Találunk képeket, melyekben az előbbieket mind eltűntek és csakis a finom formatio látható megerősödve. Kitűnik most már az is, hogy a legelőbb látott piczi pontocskák voltaképpen rendkívül finom fonál *szöglettöréseinek* felelnek meg. A szöglettörések láthatók még akkor is, midőn a fonál már jelentékenyen megvastagodott, midőn a szöglettörések is vastagabb pontokban jelennek meg. E szöglettörések pontszerű megjelenése oly jellemző, hogy ezek révén visszafelé a mikroskopi láthatóság végső határáig követhetjük e jelenséget.

Mindezek a viszonyok főként a nagy és középnagy spermatogonokon tanulmányozhatók kitűnően. Ezeknél minden kétségen kívül megállapítható, hogy az új formatio valósággal a láthatatlanságból lép elő, azaz végtelen finom alakulásokkal kezdődik. Hogy e finom kezdeti alakulások valóban a keresve keresett új formatióknak, a fonál születésének felelnek meg, közelebről bizonyítani alig szükséges. Ezekből a formatiókból az út directe vezet a mag egész terjedelmében fellépő finom és tisztán észlelhető fonálhoz. A mint már a legeslegfinomabb formatiókat észre-

vesszük, a mint ama bizonyos törési pontocskákat meglátjuk, mindjárt érezzük is annak jellemében a közvetlen összefüggést kezdeti finom magfonállal.

Kiváló jelentőségű e tényekben, hogy a fonál mint teljesen önálló képződmény a diffus eloszlásból újonan születik. Az újonnan keletkező képződmény előbb csak végtelen finomságban jelenik meg és fokozatosan erősödik, vastagodik. Az eddig ismertes vékony fonalú sűrű gomoly vastagodása és állandó erősödése ezen jelenségnek folytatása, utolsó phasisa.

A spermatogonok oszlásaiban a finom magfonál már születésének első pillanatától kezdve tiszta, tollvonásszerű rajz alakjában jelenik meg, és ezt a jellemét meg is tartja mindvégig. Fontos továbbá, hogy a fejlődő fonál a mag egész terjedelmében egyszerre lép fel és legelejétől fogva mint összefüggő fonál jelenik meg.

Nagyon feltűnő, hogy a fonál születésének bevezető stádiumai csakis a peripheriás hatásban észlelhetők. Most már tudjuk ennek is az okát, a mi nem más, mint hogy a centrális hatásban a mitosisnak ezek a kezdeti szakaszai teljesen tönkremennek, mert a stagnálást a fixálás beálltáig ki nem állják és létrejönnek az összefolyásos bizarr jelenségek.

#### *4. A magfonál születése a spermatogonok reductiós oszlásában.*

Az ú. n. synapsis stadium és a — már Flemming által leírt — eltérő viselkedése a magfonálnak, a reductiós oszlási folyamatnak legismeretesebb jelenségei. Ezek azonban csak durván mutatnak arra, hogy a magban valóban mélyreható változások történtek. A reductiós oszlásokban nemcsak a kész magfonál viselkedik másképen, mint a közönséges oszlásokban, hanem mindenképen az egész folyamatban elejétől végig állandóan finom eltérések sorozatát konstatáljuk, úgy azonban, hogy a magoszlásnak schemája, lényeges phasisai azért ép úgy jelen vannak, mint a közönséges oszlásokban.

Első sorban is közös jelenség mind a két oszlásban a karyosomok és a magocskák oldódása, illetőleg eltűnése. Nincs

okunk feltételezni valami nagy különbséget a karyosomok oldódási jelenségei között a két oszlásban, s mégis a képek már némileg ezen legelső növekedési stádiumban is eltérnek egymástól.

Jól constatálható különbség a két oszlás között az, hogy a reductiós oszlási növekedés közben 3—4 valódi, igen apró magvacska látható oly időben, mikor már a karyosomok eltűntek, úgy hogy ezek a homogenné vált alapanyagban élesen kiválnak. A spermatogonok rendes oszlásaiban ehhez hasonlót nem láttam.

Feltűnő még a reductiós oszlásnál a növekedés jelentékenyebb volta, továbbá a növekedő magvak szabályos gömbformája, míg a spermatogonok rendes oszlásaiban jellemző az ovalis formájú növekedés. Különbség van továbbá abban, hogy a közönséges oszlásokban az átalakulások oly gyorsak, hogy már a karyosomok oldódása után az új magfonál születésének első nyomai rögtön fellépnek, míg a reductiós oszlásokban a karyosomok eltűnése után a diffúz eloszlásos állapot, ép úgy mint az egész oszlás, általában sokáig tart.

A két oszlás között legfeltűnőbb különbség a magvak «felemás» állapotának nevezhető [synapsis] időszakban lép fel. A magvak felemás állapota rendkívül hasonlít egy közönséges fixálási műtermékhez, az abszolút alkohol torzításához, mely úgy állati, mint növényi magvakon \* egyaránt jelentkezhetik és a mely abban áll, hogy az alkohol behatolásának irányában a mag anyaga is félholdalakulag egyik oldalra tömörül.

A szóban forgó oszlási stádiumban, a felemás magvakban, a tömörülés fekvése a magban nincs semmiféle viszonyban a fixáló folyadék behatolási irányával s a legtöbb fixálásnál egyaránt észlelhető, kivéve a periferiás osmium hatást, pl. a Flemming-féle folyadéknál. Érdekesebbé teszi a magvakat az a körülmény, hogy mindennemű herében, sőt ovariumokban is az egész állatvilágban egyaránt felfedezhetők.

---

\* Zimmermann A. «Die Morphologie und Physiologie des pflanzlichen Zellkerns» (Jena 1896) cz. könyvében az alkoholos torzítást mint ép állapotot írja le és az alkohol okozta sarlóalakú tömörüléseket különös formájú nucleolusoknak tekinti.

Kétségtelen azonban, hogy a felemás magvak, úgy miként azok közönségesen metszeteinkben megjelennek, jelentékeny torzulásokat mutatnak, mert a magvak egyik fele jóformán teljesen üres s a mag egész anyaga a másik félben van összetöpörödve; a szalamandra spermatocytái kivételt tesznek. Szalamandra-herében ezen magvak sohasem torzultak, mint más herében, a felemás stádiumot azért mégis bizonyossággal felismerhetjük. Legtöbb herében ezen stádiumban a mag sűrű, tömörebb részéből az üresebb részbe egyes chromatinhurkok nyúlnak be, melyek az üresebb magfelet nem töltik ki egészen szabályosan; a szalamandra-herében a tömörebb, sűrűbb részéből kiinduló hurkok a mag másik felét egész szabályosan bejárják és azt teljesen kitöltik. A legtöbb herében csakis az üres részbe nyúló fonalak láthatóságáról lehet szó, míg a mag másik felét kitöltő finom, sűrű, sokszor egynemű formatio elemzése már teljesen lehetetlen. Szalamandránál a magvak nagysága folytán ez a tömöttebb rész is igen jól elemezhető.

A szalamandra-herében a szóban forgó stadium mindjárt ama sokszor említett csillagos stadium után következik; a felemás állapot a csillagos műtermék-stádiumnál tehát valamivel idősebb fázist jelent. A felemás stadium után pedig közvetlenül a vastag fonalstadium következik.

A felemás stadium tehát be van iktatva a műtermékes csillagos stadium és a kétségtelenül nem műtermékes vastag fonalstádiuma közé. Mint látni fogjuk, a stadiumnak ez a helyzete a formatio értelmezését is magában rejti.

Nehézségeket csak a sűrű, tömörödött magrész értelmezése okoz, mert hiszen a másik magfélben a fonálnak tiszta észlelhetősége még kedvezőtlenebb vizsgálati anyagon sem okoz nehézséget. Annál jobban látható a szalamandra spermatocytáinak ezen részében a magfonál hurkainak szabályos elrendeződése. A fonál a sűrű magféllel ellentett sarkon szabályosan visszahajló hurkokat képez, szabad véggel sohasem végződik. Kétségtelen, hogy ebben a magfonálnak már eddig is ismeretes sarkulási jelenségét kell látnunk, azzal a nagy különbséggel azonban, hogy míg a rendes oszlásokban a sarkulások jelenség csak később, a teljes magfonál láthatósága idejében lép fel, itt sarkulási jelenséggel találkozunk,

a midőn a mag egyik fele még egyáltalában nem mutatja a mitotikus fonalat, hanem valami más sűrű formatiót. Mi lehet tehát ez a sűrűbb formatio?

A mag sűrűbb felében a fonál nyomtalanul eltűnik, illetve közvetlenül átmegy a tömött, a sűrű formatióba. Mi történik itt a fonállal? Felbomlott-e, valami műtermékké alakult? vagy talán oly sűrűen összezsavarodik, hogy itt már nem tudjuk a fonalat külön észlelni?

A szalamandra-here érési oszlásában igen jól megállapítható, hogy nem az utóbbi eset forog fenn, azaz, hogy a sűrű magfelben nem a magfonál sűrűbb csavarodásairól van szó, hanem valami egészen más formatióról.

A sűrű formatio minden szabályos jellemet nélkülöz, finom metszetekben, erős festésekben szabálytalan nyujtványos csikokban, majd rendetlen csillagos alakulásban bontakozik ki, mely közvetlen összefüggésben áll a másik magfél vastag fonalaival.

E különös berendezés első pillanatra megfejthetetlen rejtélynek látszott; az előző vizsgálat alapján azonban mégis megoldást nyer. A szalamandra spermatocytáinak sűrű magfelében ugyanis világosan felismerhetjük, hogy itt voltaképen nincs más dolgunk, mint az előbbi csillagos stádiumok maradványaival. Azt a képet, a mit centralis részekben az előző stádiumokban a magvak egész terjedelmökben mutattak, most már csak a magvak egyik fele mutatja. Ezzel azután egyszerre bepillantást nyerünk e különös jelenségbe. Ez a magfél tehát egy korábbi stádiumot képvisel; hogy ez a stádium ebben az alakjában műtermék, az egyelőre most nem is fontos. Lényeges azonban az a jelenségben, hogy midőn már a magnak egyik felében a vastag fonálképződés megindult, a másik magfél még korábbi állapotban stagnál.

Az ú. n. synapsis jelensége tehát azon mulik, hogy a vastag fonál képződése nem történik egyszerre, egyenletesen az egész mag terjedelmében, hanem sarkulatosan indul meg; azaz a fonál fejlődése a mag egyik pontjából indul ki és terjed fokozatosan a mag többi részébe. A mag azon pontja, a hol a fonálnak fejlődése kiindul, képviseli azt a helyet, a hol még későbbben is hosszú ideig a fonál hurkainak szabályszerű visszahajlása észlelhető.

A reductiós oszlás finomabb különlegességeire különösen reá utalnak még a káliecetsav periferiás képei. Ezekből kitűnik az a fontos körülmény, hogy a mitosis itt is végtelenül finom formatiók fellépésével kezdődik. Bár a kezdeti szakaszok itt is rendkívül finom és sűrű formatiókként jelentkeznek, a formatiók törései, hajlásai már nem olyanok, mint rendes oszlásban; egyenletes contourú fonálról pedig itt igen sokáig egyáltalában nincs is szó.

##### *5. Megjegyzések az ovogonok reductiós oszlásához.*

A reductiós oszlás érdekességei révén a petemagvak voltak azok a magvak, melyekben e jelenségek legelső kiindulásuktól kezdve először vétettek rendszeresebb vizsgálat alá. Érdekes, hogy e rendszeresebb vizsgálatok már magukban rejtenek bizonyos adatokat, melyek tágabb jelentőségét az észlelők nem is gyanították.

Egyes elszórtabb megfigyelések után Born és Rückert ismeretik közelebről a petemagvak érésében a chromatin diffus eloszlását, és ezen diffus eloszlásból a magfonál fejlődését. Leírják és illusztrálják a «chromatin» teljes eltűnését, de mindamellett a strukturalis nézetek áramlatában nemcsak a «chromatin» continuitásának, hanem (Rückert) még a chromosomok continuitásának elvét is védték, a mely elvnek még legujabban Boveriben is elszánt védője támadt. Carnoy és Lebrun azonban a tények elől már nem térnek ki és a petemag fonálának mindenemű fenmaradását kétségbe vonják.

A peteérési vizsgálatokban tehát úgy a diffus eloszlásnak, mint a magfonál ujonnan való fejlődésének nyomait már felleljük, a nélkül azonban, hogy a szerzők ennek általános jelentőségét gyanították volna. Előző vizsgálataim alapján azonban most már megállapítható, hogy a pete reductiós oszlásában a chromatin eddig ismertetett finom eloszlása épúgy, mint a magfonálnak önálló, új képződése nem különleges peteérési, hanem általános mitosisos jelenség.

Történelmi szempontból is jellemző, hogy ily általánosabb biológiai jelentőségű tények előbb elszórtan, mint valami különleges jelenségek iratnak le és csak később tűnik ki távolabbi



jelentőségük. Úgy, miként a petebarázdálódás is előbb lett ismeretes és csak később tűnt ki általános sejtoszlási jelentősége: úgy itt a petemagvak vizsgálatában is a «chromatin» diffus eloszlása és «continuitásának» megszakadása ép úgy, mint a magfonál önálló fejlődése előbb irattak le, mielőtt általános biológiai jelentőségük még felismertetett volna.

Az «ovogonok» magvának átalakulásait, a «peteérési» folyamatot, ha e jelenségek szoros összetartozását a «spermatogonok» és «spermatocyták» viszonyaival szem előtt tartjuk, szintén csupán a módosult, a reductiós mitosis megnyúlt prophaseisának kell tartanunk.

Az ovogon mag «érési» növekedésében a felemás magalakulás (pl. fiatal tengeri malacz petefészkeben) ép oly állandó és feltűnő jelenség, mint a spermatocyták hasonló jelensége a herében; a hasonlatosság a hím és női magvak e stádiuma között oly nagy, hogy egyedül a magvokról jóformán nem is lehet felismerni, hogy hím vagy női magvakat képviselnek.

A nagy amphibiae peték érési jelenségeiben már régóta feltűnt, hogy a diffus eloszlásból fejlődő magfonál bizonyos nyujtványos, szőrös formatiókkal bír, a melyeket Born «kefeszzerű» formatióknak is nevezett. Bármennyire módosult is a peteérési folyamat a kételtűek kivételes nagy petemagvaiban, valószínű, hogy ezek a formatiók homolog képződmények a spermatocyta magfonál különös nyujtványaival. Ezen petékben is igen szembeeső, hogy az érési oszlás fonala nem a rendes magfonál fejlődési típusa szerint fejlődik. A petemag-fonál fejlődésében is a sajátos «kefeszzerű» alakulások mutatják, hogy itt sincsen szó egy kezdettől fogva éles contourú fonálról, sem pedig ezen fonálnak egyenletes vastagodásáról, hanem egy módosulás van jelen. a mi közös úgy a spermatogonok, mint az ovogonok reductiós oszlásában.

#### 6. *A fiók chromosomok sorsa és a karyosomok eredete.*

A chromosomok continuitásának megszakítását, vagyis a mag anyagának diffus eloszlását az előbbieken tehát mint legszélesebb körű, általános biológiai jelenséget ismertük fel. Az út, a melylyel az előzőekben ezen eredményre jutottunk, körülmé-

nyes volt, mert eddig a kérdés legnehezebb oldalát, a mitotikus fonál *fejlődését* tárgyaltuk. A mitotikus fonál, illetve a fiók chromosomok további sorsában már oly területre jutunk, melynek vizsgálati értéke épen olyan nagy, mint az előbbié, vizsgálatra nézve azonban sokkal háládatosabb. A chromatin anyag diffus eloszlásának bizonyítását az előbbiekhöz képest itt aránylag könnyű szerrel eszközölhetjük, a mi egyszersmind újabb bizonyítékát is szolgáltatja előbbi eredményeink helyességének.

A priori gondolható, hogy a chromosomoknak átmenete a nyugalmi magállapotba azonos jelenség a magfonál születésével a nyugalmi állapotból; az eddig szokásos értelmezés is a két jelenséget egy ugyanazon jelenség fordított ismételésének tekinti.

Nem kell erősíteniünk, hogy a magfonál fejlődésének és a nyugalmi magnak kellő ismerete hiján ez a felfogás sem rejtett eddig magában concret tényálladékot, csupán mint schematizált idea lett közkeletűvé. Valójában a dolog nincs is úgy; a fonál születése hosszadalmas és complicált folyamat, míg a fiók chromosomok átalakulása fiók magvakká igen egyszerűnek látszó jelenség.

A fiók chromosomok az új mag fejlődésével egyszerűen, rövid úton teljesen felbomlanak és finom diffus eloszlásba mennek át. A chromosomhurkok esernyő formájú csoportjai a mint eléri maradandó helyzetüket, úgy abban a helyzetben rögtön át is alakulnak. Elsőbb terjeszkednek, szélesednek és mintegy saját testükkel alkotják az új mag falát.

Ebben a felszínes helyzetben csakhamar festődésük is gyengül és éles körvonalukat elvesztik, miáltal láthatóságuk csökken; a hurkok maradványait igen sokáig észlelhetjük még gyengén festődő állapotban is, mert irányulásuk származásukat még mindig elárulja. A stádium felismerésére a mag formája is jó irányadó, mert rajta a sarkulásnak megfelelő behorpadás szintén sokáig észlelhető. Innen van, hogy a fiatal fiók-magvak a többi nyugvó mag között könnyű szerrel felismerhetők. A legtöbb készítményben az oszlási fészkeknek megfelelőleg szorosan egymás mellett találhatunk tökéletes sorozatokat is, melyekben a chromosomok eltünése fokról-fokra követhető.

Az eltünési folyamat megállapítása semminemű nehézségbe nem ütközik; a bomlási jelenség parallel jár a festődés intensitásbeli csökkenésével; a mint a festődés pontos skálában csökken, úgy növekszik a szétesés is. A festődés csökkenése ép úgy, mint a szétesési folyamat nemcsak az egyes hurkok hosszában, hanem a mag egész terjedelmében egyszerre, egyenletesen történik. Egyenlőtlenség a bomlásban talán csak annyi észlelhető, hogy az eredeti sarkulás helyén, a leánymag behorpadási tájékán talán valamivel előbbre van a szétesési folyamat, mint a csikok többi részében; ez a különbség is azonban alig számottevő.

A chromosomok végső elpusztulásukig mutatják azt a sarkulások helyzetet, a mi még a fiók-csillagos stádiumból öröklődött. A pusztulási folyamat úgy látszik hosszabb időre elnyúlik, mert e stádiumok sokáig észlelhetők. Ezek a magképek azok, melyek a Rabl-féle poláris berendezés felvételére alkalmat adhattak. A mint azonban a chromosomok teljes elpusztulása kétségtelen, úgy természetesen ilyenféle sarkulások berendezés fennmaradásáról sem lehet szó. A Rabl-féle nézet is a stádiumok téves értelmezésén alapszik. A sarkulások képek mind a mitosissal állnak a legszorosabb összefüggésben, akár a mitosis elejével, akár a mitosis végével. Nem is jelentenek mást, mint a mitosis egy stádiumát; a nyugvó magra egyáltalán nem vonatkoztathatók. Camillo Schneider «Lehrbuch der wiss. Histologie» cz. munkájának 88. lapján az ősherejeit strukturájának demonstrálására is egy ilyen bomló chromosomájú, még sarkulások berendezést mutató fiók-magvat rajzol. Ismétlődik tehát az a körülmény, hogy a nyugvó mag strukturájának demonstrálhatóságára a szerző kiválaszt egy magképet, a melyben épen valami látható, a nélkül, hogy számba venné a mag állapotának jelentőségét.

A chromosomok bomlása a spermatogonok fixált képeiben valósággal úgy néz ki, mintha kisebb-nagyobb törmelékekre esnének szét. A széteséssel parallel azután a csikok között csakhamar megjelenik a még eddig hiányzó alapállomány. Mennél inkább előre haladt a chromosomok pusztulási folyamata, annál inkább tömöttebb lesz a mag alapállománya, a mely voltaképen a chromosomok pusztulásával születik meg.

Az öröklött anyagnak diffus eloszlása a fiók-magvakban tehát

mintegy szemünk előtt megy véghez. A fixált képeket azért itt sem szabad teljesen a valóság lenyomatának tekinteni; akkor, amikor a fixált képekben a még felismerhető chromosomok közt finom szemcséket láthatunk, ismét tekintetbe kell vennünk, hogy ezek voltaképen kicsapódási szemcsék is lehetnek; természetesen a dolog lényegén nem változtat ez a felfogás sem, csak arra utal, hogy a chromosomok anyaga voltaképen igen finom eloszlásba megy át, a mely finom eloszlásból azután fixálás révén rögzösen kicsapódik.

Ha tehát a spermatogonok fiók-magvaiban a chromosomok teljesen eltűnnek, mi van akkor a karyosomokkal, miből fejlődnek ezek? Azt gondolhatnók, hogy bár a chromosomok kétségtelesen bomlásnak indulnak, mégis legalább azoknak részletei, darabkái fennmaradhatnak a karyosomok képében, melyek azután ilyen módon, bizonyos tekintetben mégis a «chromatin» continuitását képviselnék. Hangsúlyoznunk kell azonban, hogy a képek oly világosan beszélnek, hogy még erről a feltételtől sem lehet szó. A chromosomok egész hosszukban teljesen felbomlanak, feshatódásuk egész hosszukban fokozatosan csökken; a mag egész terjedelmében sehol sincsen szó egyes chromosom részek külön álló érintetlen fennmaradásáról, pedig ennek észlelhetősége semmiféle akadályokba sem ütköznék.

Hogy a chromosomok bomlása és a karyosomok fejlődése nem áll egymással direkt összefüggésben, világosan bizonyítják azok a magvak, a melyekben a chromosomok bomlása után a karyosomok egyáltalában nem is fejlődnek ki, mint pl. a nagy spermatogon magvak, hol a chromosomok eloszlanak, a homogen mag kifejlődik, de karyosomok egyáltalán nem jelennek meg.

A karyosomok tehát a nyugvó magvakban szintén mint új formációk lépnek fel; nincsenek formailag semmiféle direkt összefüggésben az eltűnő chromosomokkal. A chromosomok teljes eltűnésével feljődik ki a mag alapanyaga és ez az alapanyag szolgáztatja azután ismét a karyosomok kifejlődésének talaját.

Úgy foghatjuk fel a dolgot, hogy míg előbb az öröklött maganyag teljesen diffus eloszlásba megy, addig egy része az újonnan fejlődő magban a mag kisebbedésével parallel karyosomok alak-

jában később újból kiválik, melyek mintegy a magrezerv anyagát képviselik.

Nincs semmi okunk abban kételkedni, hogy a karyosomok anyaga lényegében véve azonos a chromosomok anyagával; a kettő mindenképpen szerint csak egyugyanazon anyagnak két különböző formái megjelenése. Születésük és kimulásuk is teljesen azonos jelenségek. Mindkét formatio a mag diffus eloszlásából születik és adandó alkalommal ismét diffus eloszlásba megy át. A karyosomok tehát a «chromatin» anyagának gyűjtőhelyei a nyugvó magban, melyek azután a mitosis alkalmával hozzacsatlakoznak a mag alapállományához, a hol azután az összes maganyag egyöntetűen lép be a fonál fejlődésébe.

#### 7. Végző következtetések. Nucleokristallin.

Vizsgálatainkban elejétől végig oly fajta jelenségekkel találkoztunk, melyeket a histologia mint morphologiai tudomány könnyen érthetőleg nem akart érinteni; sőt kerülte azokat még akkor is, midőn a tények nem egyszer ellenmondásba keverték. De nemcsak a morphologiai felfogás maga támasztott hatalmas gátat bizonyos tények érvényesülésének, hanem az az általános biologiai felfogás is, mely a legújabb időkig az életjelenségeket is mindenképpen *látható* strukturához kívánta kötni.

Az eddigi felfogások keretéből legfeltűnőbbben kirínak a mag anyagának bizonyos diffus eloszlásos jelenségei. A chromosomok a fejlődő fiókmagban eloszlának ép úgy, mint a karyosomok eloszlának a duzzadó, növekedő, mitosisnak induló magban.

A másik, az eddigi felfogásokkal szintén merőben ellenkező valóság, mely egyszersmind az előbbinek szükségképeni folyománya, az, hogy a mitotikus magfonál nem az eddig tévesen feltételezett strukturából, hanem diffus eloszlásból, láthatatlan formatiókból születik, végtelen finom kezdeti stádiumokkal.

Az előzők alapján továbbá a mag összes részei közül mint leglényegesebb rész a magfolyadék kerül ki. A karyosomok, bár gyakori, de nem állandó alkatrészei a magnak, mert vannak teljesen karyosommentes magvak is; még kevésbé lényeges és állandó alkatrész a magvacska; marad tehát mint egyedüli állandó

és ennél fogva egyedüli lényeges a nyugvó magban az alapanyag, vagyis a magfolyadék.

A nyugvó mag fogalma lényegében tehát az alapanyagra szorítkozik. Miután pedig ez az alapanyag folyadék, a nyugvó mag fogalmát is a magfolyadék adja meg.

A magfolyadék a mag legfontosabb része, jelenlegi leg-erősebb nagyításaink mellett is *homogen*, a mi természetesen nem zárja ki azt, hogy ezen nagyításokon túl ne lennének benne formatiók; még kevésbé gondolhat pedig valaki azért akár physikális, akár chemiai homogenításra.

A valóság az, hogy a magfolyadékban a mag anyaga oly finom eloszlásban van, hogy formatiók nem észlelhetők benne; ezen megütközni valója legalább *elvileg* a strukturális nézetek híveinek sincs, mert hiszen ez egyáltalában nem zárja ki azt, hogy jelenlegi nagyításainkon túl fekvő strukturák ne lennének jelen, *de az eddigi strukturális nézeteket mind feltétlenül kizárja*. Az öröklött chromosomok anyagának finom, diffus eloszlása tehát elvileg a strukturális nézetekkel nem áll ellentétben. A mikor azonban «az alkatrészek finom diffus eloszlásának jelenségéről» hosszasan körülírva beszélünk, lehet, hogy csak saját kényelmetlenségünkre kerüljük az «oldódás» egyszerűbb kifejezését, mert ennek révén már áthidalhatatlan ellentétbe jövünk a strukturális nézetekkel; innen van, hogy főként ép az «oldódásos» jelenségek voltak azok, a melyeket elvileg az élő szervezet keretéből ez ideig teljesen kizártak. A histologus valóban saját hatáskörében is maradhat és egyszerűen a «diffus eloszlás» tágabb körű fogalmát alkalmazhatja, a mely magába zárhat mindenféle eloszlási módozatot. De meg kell jegyeznünk, hogy az újabb physikalís chemiai vizsgálatok szerint az oldatos állapot fogalmát a szervezettség keretébe is felveendőnek tartják; a mily mértékben nő pedig a valószínűsége az «oldatos» felfogásoknak, ép oly mértékben nyerhet jogosultságot bizonyos kristályosodási jelenségek felvétele is a szervezetben.

Mindezt röviden csak azért érintettük, hogy a maganyag egy új elnevezésének alapot adjunk, a mire most már mindenképen szükségünk van. A «chromatin» szó már eddig is súlyos akadálya volt a jelenségek helyes értelmezésének. A «chromatin»

kifejezés a maganyagnak csak a formált részeit, a karyosomokat fedi. a diffus eloszlásban levőt nemcsak hogy magába nem foglalja, hanem — a mi még rosszabb — egyenesen kizárja magából. Az ebből származó nagy félreértésekre és tévedésekre közelebbről nem kell ráutalni. Flemming maga sem akarta «chromatin»-jával mást jelezni, mint éppen a magnak feltűnően festődő részeit, a mely feltűnő festődés azonban mostani megítélésünk szerint csak azt mutatja, hogy azokban a részekben a mag anyagának egy része tömöttebb állapotban van. Azok a magvak, melyekben karyosomok nincsenek, ezen elnevezés szerint «chromatin»-t sem tartalmaznak. Mivé lett tehát a «chromatin»? Eltűnését, megsemmisülését senki sem tételezi fel s a «chromatin» mégis jelen: így kész az ellenmondás.

Histologiai szempontból tehát égető szükség van egy szóra, mely chemiai fogalmat nem præjudikál és a maganyag kétféle állapotát jelzi: ezt pedig legegyszerűbben a nucleokristallin elnevezéssel érhetjük el.

A nucleokristallin tehát tágabb fogalom, mint a «chromatin», mely csupán csak a látható morphologiai részekre vonatkozik, míg a nucleokristallin jelzi mindkét eshetőséget: azt is, hogy a mag anyaga formált részekben megjelenhetik, valamint megengedi azt az eshetőséget is, hogy diffus eloszlásba kerülhet.

# A LINEÁR-DIFFERENTIÁLRENDSZEREK ELMÉLETÉHEZ.

(Második közlemény.)\*

SCHLESINGER LAJOS 1. tagtól.

## II.

A complex független változóval bíró lineáris differenciálrendszert akkép tárgyaljuk, hogy a jelen fejezetben előbb a két valós változóra vonatkozó lineáris és totalis differenciálrendszerek elméletét adjuk. Megjegyzendő, hogy ez utóbbi elméletről szóló fejtegetéseink minden nehézség nélkül akárhány valós független változó esetére általánosíthatók, és hogy csak egyszerűség kedvéért és a követendő célra való tekintettel a két változó esetére szorítkozunk.

Legyen adva a

$$du_k = d\xi \sum_{\lambda=1}^m a_{\lambda k}^{(1)}(\xi, \eta) \cdot u_\lambda + d\eta \sum_{\lambda=1}^m a_{\lambda k}^{(2)}(\xi, \eta) \cdot u_\lambda \quad (B)$$

( $k=1, 2, \dots, m$ )

differenciálrendszer, hol  $\xi, \eta$  valós változók,

$$a_{\lambda k}^{(1)}, a_{\lambda k}^{(2)} \\ (\lambda, k=1, 2, \dots, m)$$

a  $\xi, \eta$ -nak valós függvényei, a melyekről egyszerűség kedvéért mindjárt azt fogjuk föltételezni, hogy a  $(\xi, \eta)$ -sík bizonyos egyszerűen összefüggő  $S$  tartományán belül egyértékűek, végesek és (CAUCHY értelmében azaz egyenletesen) folytonosak.

A (B) differenciálrendszer mindig bir *egyméretű* integrál-

---

\* Lásd az első közleményt Math. és Természettud. Értesítő XXII. k. p. 486. s köv.



matrixokkal; ha például  $C$  egy az  $S$  területen belül fekvő folytonosan változó érintővel bíró görbe, mely

$$\xi = \varphi(t), \quad \eta = \psi(t) \quad (1)$$

egyenletekkel elő van állítva, hol  $\varphi(t)$ ,  $\psi(t)$  a  $t$  valós parameternek valós  $t=\tau$ -tól  $t=\sigma$ -ig terjedő számközben egyértékű és folytonos differentiálhányadossal bíró függvényei, akkor

$$\int_{\tau}^{\sigma} \left( a_{ik}^{(1)}(\varphi(t), \psi(t)) \frac{d\varphi}{dt} + a_{ik}^{(2)}(\varphi(t), \psi(t)) \frac{d\psi}{dt} \right) dt + \delta_{ik} \quad (2)$$

$t$ -nek  $\tau$  és  $\sigma$  közt levő értékeire a  $(B)$  differentiálrendszernek  $C$  görbe mentén vett amaz integralmatrixát állítja elő, mely  $t=\tau$ -ban a  $(\delta_{ik})$  egységmatrixra redukálódik, és melyet, ha

$$\begin{aligned} \xi_0 &= \varphi(\tau), \quad \eta_0 = \psi(\tau), \\ C \int_{(\xi_0, \eta_0)}^{(\xi, \eta)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}) \end{aligned} \quad (3)$$

alakban írhatnók. A  $C$  görbét általánosabban tetszőleges rectificálható vonalnak is vehetjük, ha hasonlóképen járunk el, mint C. JORDAN<sup>1</sup> és annak nyomain haladva PRINGSHEIM,<sup>2</sup> HEFFTER<sup>3</sup> és mások, a közönséges görbe integral értelmezésénél.

Ha az  $a_{ik}^{(1)}$ ,  $a_{ik}^{(2)}$  függvények differentialhatók, akkor a  $(B)$  rendszer birhat két méretű integralmatrixokkal, azaz lehet *korlátlanul* (complete) *integrálható*, ha a következő föltételek teljesülnek.<sup>4</sup> Tegyük fel, hogy létezik a  $(B)$  rendszernek egy két-méretű integralmatrixa  $(u_{ik})$ , a hol tehát  $u_{ik}$  a  $\xi, \eta$  független változóknak függvényei, a melyekre nézve

<sup>1</sup> Cours d'Analyse I. (1893) p. 181; complex változó esetén ez az eljárás nem egyéb mint az eredeti CAUCHY-féle, v. ö. Comptes Rendus, 1846, p. 251, 689.

<sup>2</sup> Münchener Akadémia Sitzungsbericht-jei 1899 s. köv.

<sup>3</sup> Göttinger Nachrichten 1902 p. 115.

<sup>4</sup> Lásd például SAUVAGE, Annales de l'École Normale 1882; HORN Mathem. Annalen Bd. 42. (1893.) p. 216. VOLTERRA Memorie etc. (XL.) 1889. p. 105.

$$du_{ik} = d\xi \sum_{\lambda=1}^m u_{i\lambda} a_{\lambda k}^{(1)} + d\eta \sum_{\lambda=1}^m u_{i\lambda} a_{\lambda k}^{(2)},$$

( $i, k=1, 2, \dots, m$ )

akkor

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{ik}}{\partial \xi} &= \sum_{\lambda=1}^m u_{i\lambda} a_{\lambda k}^{(1)}, \\ \frac{\partial u_{ik}}{\partial \eta} &= \sum_{\lambda=1}^m u_{i\lambda} a_{\lambda k}^{(2)}, \end{aligned} \quad (3)$$

( $i, k=1, 2, \dots, m$ )

vagyis

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial u_{ik}}{\partial \xi} \right) &= (u_{ik}) (a_{ik}^{(1)}), \\ \left( \frac{\partial u_{ik}}{\partial \eta} \right) &= (u_{ik}) (a_{ik}^{(2)}), \end{aligned} \quad (3a)$$

és a korábbi értekezés\* jelöléseiben

$$\begin{aligned} D_i(u_{ik}) &= (a_{ik}^{(1)}), \\ D_\eta(u_{ik}) &= (a_{ik}^{(2)}). \end{aligned} \quad (3b)$$

Differentiálva a (3a) egyenleteket kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial^2 u_{ik}}{\partial \eta \partial \xi} \right) &= (u_{ik}) \left( \frac{\partial a_{ik}^{(1)}}{\partial \eta} \right) + \left( \frac{\partial u_{ik}}{\partial \eta} \right) (a_{ik}^{(1)}), \\ \left( \frac{\partial^2 u_{ik}}{\partial \xi \partial \eta} \right) &= (u_{ik}) \left( \frac{\partial a_{ik}^{(2)}}{\partial \xi} \right) + \left( \frac{\partial u_{ik}}{\partial \xi} \right) (a_{ik}^{(2)}), \end{aligned}$$

és e két matrix összehasonlításából adódnak a kérdéses föltételek ily alakban:

$$\left( \frac{\partial a_{ik}^{(1)}}{\partial \eta} \right) + (a_{ik}^{(1)}) (a_{ik}^{(1)}) = \left( \frac{\partial a_{ik}^{(2)}}{\partial \xi} \right) + (a_{ik}^{(1)}) (a_{ik}^{(2)}), \quad (C)$$

( $i, k=1, 2, \dots, m$ )

Most ki kell mutatnunk, hogy ha a (C) integrabilitási föltételek teljesülnek, akkor létezik mindig a (B) differenciárendszernek oly két méretű integralmatrixa ( $u_{ik}$ ), melynek elemei az  $S$  területen belül egyértékűek és végesek és mely az  $S$  terület egy tetszőlegesen adott  $(\xi_0, \eta_0)$  pontjában az egységnyi matrixra ( $\delta_{ik}$ )-ra redukálódik.

\* Ezen Értesítő XXII. köt. p. 486.

1. Legyen  $\xi, \eta$  az  $S$  területnek oly pontja, melyre nézve a

$$(\xi_0, \eta_0), (\xi, \eta_0), (\xi, \eta), (\xi_0, \eta) \quad (4)$$

pontokkal meghatározott derékegyenközény teljesen az  $S$ -en belül van. Képezzük a következő matrixokat

$$(v_{ik}) = \int_{\eta_0}^{\eta} (a_{ik}^{(2)}(\xi_0, \eta) d\eta + \partial_{ik}) \cdot \int_{\xi_0}^{\xi} (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta) d\xi + \partial_{ik}), \quad (5)$$

$$(\bar{v}_{ik}) = \int_{\xi_0}^{\xi} (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta_0) d\xi + \partial_{ik}) \cdot \int_{\eta_0}^{\eta} (a_{ik}^{(2)}(\xi, \eta) d\eta + \partial_{ik}), \quad (6)$$

akkor azt állítjuk, hogy:

a)  $(v_{ik})$  és  $(\bar{v}_{ik})$  a  $(B)$  rendszer integralmatrixai, azaz

$$D_{\xi}(v_{ik}) = (a_{ik}^{(1)}), \quad (7)$$

$$D_{\eta}(v_{ik}) = (a_{ik}^{(2)}), \quad (8)$$

$$D_{\xi}(\bar{v}_{ik}) = (a_{ik}^{(1)}), \quad (9)$$

$$D_{\eta}(\bar{v}_{ik}) = (a_{ik}^{(2)}); \quad (10)$$

b)  $(v_{ik})$  és  $(\bar{v}_{ik})$  a  $\xi = \xi_0, \eta = \eta_0$  pontban  $(\partial_{ik})$ -ra reducálódnak azaz:

$$\lim_{\substack{\xi = \xi_0 \\ \eta = \eta_0}} (v_{ik}) = \lim_{\substack{\xi = \xi_0 \\ \eta = \eta_0}} (\bar{v}_{ik}) = (\partial_{ik}); \quad (11)$$

c)  $(v_{ik})$  és  $(\bar{v}_{ik})$  egymással identicus, azaz

$$(v_{ik}) = (\bar{v}_{ik})$$

vagy

$$(\bar{v}_{ik}) (v_{ik})^{-1} = (\partial_{ik}). \quad (12)$$

Az a) tételnek (7) és (10) egyenletekben foglalt állításai könnyen igazolhatók, ha tekintetbe vesszük, hogy a  $(v_{ik})$  baloldali factora független lévén  $\xi$ -től, a  $(\bar{v}_{ik})$  jobboldali factora pedig független lévén  $\eta$ -től az I. fejezet (I) egyenlete szerint

$$D_{\xi}(v_{ik}) = D_{\xi} \int_{\xi_0}^{\xi} (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta) d\xi + \delta_{ik}),$$

$$D_{\eta}(\bar{v}_{ik}) = D_{\eta} \int_{\eta_0}^{\eta} (a_{ik}^{(2)}(\xi, \eta) d\eta + \delta_{ik}).$$

A (8), (9) egyenletek közül csak az elsőt fogjuk bebizonyítani, a másiknak bebizonyítása ugyanazon módon folyik.

Két egyszerű segédtevélt kell előre bocsátanunk, a melyeknek a c) tétel bebizonyításánál is hasznát fogjuk venni.

Ha

$$S = (a_{ik})$$

egy matrix, melynek elemei az  $x$  változó differentiálható függvényei és melynek determinansa nem identice zéró, akkor a

$$\left( \frac{\partial a_{ik}}{\partial x} \right)$$

matrixot röviden

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (a_{ik})$$

val fogjuk jelölni. E szerint tehát:

$$D_x S = S^{-1} \frac{\partial S}{\partial x}. \quad (13)$$

Ha  $(w_{ik})$ ,  $(b_{ik})$  matrixok elemei az  $x$  differentiálható függvényei és determinánsaik nem identice egyenlők zéróval, akkor az I. fejezet (II) és (III) egyenletei szerint

$$D_x(w_{ik})(b_{ik})(w_{ik})^{-1} = (w_{ik})(b_{ik})^{-1} D_x(w_{ik})(b_{ik})(w_{ik})^{-1} + \\ + (w_{ik}) D_x(b_{ik})(w_{ik})^{-1} - (w_{ik}) D_x(w_{ik})(w_{ik})^{-1},$$

tehát tekintettel a (13) egyenletre

$$\frac{\partial}{\partial x} (w_{ik})(b_{ik})(w_{ik})^{-1} = \\ = (w_{ik}) \left( D_x(w_{ik})(b_{ik}) + \left( \frac{\partial b_{ik}}{\partial x} \right) - (b_{ik}) D_x(w_{ik}) \right) (w_{ik})^{-1}. \quad (14)$$

---

\* V. ö. VOLTERRA i. h. p. 74., 102.

Legyenek továbbá a  $(w_{ik})$ ,  $(b_{ik})$  matrixok elemei a  $\xi, \eta$  változóknak differentiálható függvényei, e matrixok determinánsai pedig nem identice egyenlők zéróval, akkor a (14) alkalmazásával:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} (w_{ik}) ((b_{ik}) - D_{\eta}(w_{ik})) (w_{ik})^{-1} = \\ &= (w_{ik}) \left( D_{\xi}(w_{ik}) (b_{ik}) - D_{\xi}(w_{ik}) D_{\eta}(w_{ik}) + \left( \frac{\partial b_{ik}}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} D_{\eta}(w_{ik}) - \right. \\ & \quad \left. - (b_{ik}) D_{\xi}(w_{ik}) + D_{\eta}(w_{ik}) D_{\xi}(w_{ik}) \right) (w_{ik})^{-1}. \end{aligned}$$

Nyilvánvaló, hogy a

$$D_{\xi}(w_{ik}), D_{\eta}(w_{ik})$$

matrixok eleget tesznek a (C) integrabilitási föltételeknek, azaz

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} (D_{\eta}(w_{ik})) + D_{\xi}(w_{ik}) D_{\eta}(w_{ik}) = \\ &= \frac{\partial}{\partial \eta} (D_{\xi}(w_{ik})) + D_{\eta}(w_{ik}) D_{\xi}(w_{ik}). \end{aligned}$$

E szerint adódik, hogy: \*

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} (w_{ik}) ((b_{ik}) - D_{\eta}(w_{ik})) (w_{ik})^{-1} &= (w_{ik}) \left( D_{\xi}(w_{ik}) (b_{ik}) + \left( \frac{\partial b_{ik}}{\partial \xi} \right) - \right. \\ & \quad \left. - (b_{ik}) D_{\xi}(w_{ik}) - \frac{\partial}{\partial \eta} (D_{\xi}(w_{ik})) \right) (w_{ik})^{-1}. \end{aligned} \quad (15)$$

Ezek után a (8) egyenlet bebizonyítása következésképpen adható.

Tegyük egy pillanatra:

$$(w_{ik}) = \int_{\xi_0}^{\xi} (\alpha_{ik}^{(1)}(\xi, \eta) d\xi + \delta_{ik}), \quad (16)$$

akkor az I. fejezet (II) egyenletének alkalmazásával az (5) egyenletből adódik:

$$D_{\eta}(w_{ik}) = (w_{ik})^{-1} (\alpha_{ik}^{(2)}(\xi_0, \eta)) (w_{ik}) + D_{\eta}(w_{ik}). \quad (17)$$

---

\* V. ö. VOLTERRA az i. h. p. 68.

De tekintettel arra, hogy

$$D_{\xi}(w_{ik}) = (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta)),$$

következik a (15) egyenletből, ha ebben a  $(b_{ik})$  helyébe  $(a_{ik}^{(2)}(\xi, \eta))$ -t írunk, hogy

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} (w_{ik}) (a_{ik}^{(2)}(\xi, \eta) - D_{\eta}(w_{ik})) (w_{ik})^{-1} &= (w_{ik}) \left( (a_{ik}^{(1)}) (a_{ik}^{(2)}) + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\partial a_{ik}^{(2)}}{\partial \xi} \right) - (a_{ik}^{(2)}) (a_{ik}^{(1)}) - \left( \frac{\partial a_{ik}^{(1)}}{\partial \eta} \right) \right) (w_{ik})^{-1}; \end{aligned}$$

az egyenlőségi jeltől jobbra álló matrix minden eleme azonban a (C) integrabilitási feltételek szerint zéró, a

$$(w_{ik}) (a_{ik}^{(2)}(\xi, \eta) - D_{\eta}(w_{ik})) (w_{ik})^{-1} \quad (18)$$

matrix elemei tehát a  $\xi$ -től függetlenek. E matrix meghatározása céljából szabad ennél fogva  $\xi$  helyébe valamely alkalmas speciális értéket tenni; tegyünk  $\xi = \xi_0$ , akkor (16) szerint

$$\lim_{\xi = \xi_0} (w_{ik}) = (\delta_{ik}),$$

és tekintettel arra, hogy  $\xi, \eta$  egymástól független változók

$$\lim_{\xi = \xi_0} D_{\eta}(w_{ik}) = D_{\eta}(\lim_{\xi = \xi_0} w_{ik}) = (0),$$

úgy hogy a (18) matrix nem egyéb mint

$$(a_{ik}^{(2)}(\xi_0, \eta)).$$

Ha ez utóbbi matrixot a (17) egyenletben a vele identicus (18) matrixsal helyettesítjük, közvetlenül nyerjük a bebizonyítandó (8) egyenletet.

A *b)* állítás illetőleg a (11) egyenletek helyessége a  $(v_{ik})$ ,  $(\bar{v}_{ik})$  értelmezéséből közvetlenül világos, úgy hogy még csak a *c)* tételt illetőleg a (12) egyenletet kell igazolnunk.

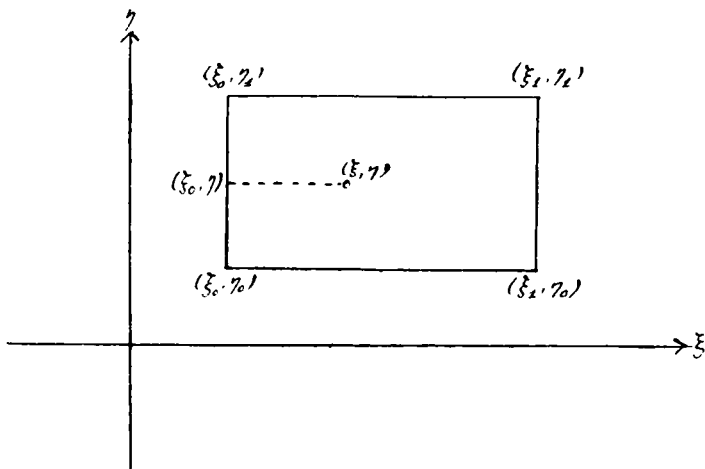
Kényelem szempontjából a jelöléseket megváltoztatjuk, a mennyiben  $(v_{ik})$  és  $(\bar{v}_{ik})$  értelmezésében ((5) és (6) egyenletek) a felső határokat  $\xi, \eta$  helyett  $\xi_1, \eta_1$ -nek írjuk; a bebizonyítandó egyenlet akkor így szól

$$\begin{aligned}
 & \int_{\xi_0}^{\xi_1} (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta_0) d\xi + \partial_{ik}) \int_{\eta_0}^{\eta_1} (a_{ik}^{(2)}(\xi_1, \eta) d\eta + \partial_{ik}) \\
 & \int_{\xi_1}^{\xi_0} (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta_1) d\xi + \partial_{ik}) \int_{\eta_1}^{\eta_0} (a_{ik}^{(2)}(\xi_0, \eta) d\eta + \partial_{ik}) = (\partial_{ik}).
 \end{aligned}
 \tag{D}$$

Tekintsünk el a (C) integrabilitási feltételtől és vezessünk le egy nevezetes identitást.

A (4) derékegyenközény csúcspontjai most

$$(\xi_0, \eta_0), (\xi_1, \eta_0), (\xi_1, \eta_1), (\xi_0, \eta_1); \tag{4a}$$



ennek belsejében vegyünk egy tetszőleges  $(\xi, \eta)$  pontot (lásd az ábrát) és alkossuk meg \* az

$$S = \int_{\eta_0}^{\eta} (a_{ik}^{(2)}(\xi_0, \eta) d\eta + \partial_{ik}) \int_{\xi_0}^{\xi} (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta) d\xi + \partial_{ik})$$

matrixot. Akkor

$$D_{\xi} S = (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta)) \tag{19}$$

és (v. ö. fönt)

$$\lim_{\xi \rightarrow \xi_0} D_{\xi} S = D_{\eta} (\lim_{\xi \rightarrow \xi_0} S) = (a_{ik}^{(2)}(\xi_0, \eta)). \tag{20}$$

---

\* V. ö. VOLTERRA az i. h. p. 82.

Ha most a

$$(\gamma_{ik}) = S((a_{ik}^{(2)}) - D_\eta S) S^{-1}$$

matrixra a (15) egyenletben foglalt segéd-tételt alkalmazzuk, akkor tekintettel a (19)-re, kapjuk hogy

$$\left(\frac{\partial \gamma_{ik}}{\partial \xi}\right) = S\left(\left(\frac{\partial a_{ik}^{(2)}}{\partial \xi}\right) + (a_{ik}^{(1)})(a_{ik}^{(2)}) - \left(\frac{\partial a_{ik}^{(1)}}{\partial \eta}\right) - (a_{ik}^{(2)})(a_{ik}^{(1)})\right) S^{-1}; \quad (21)$$

ezenkívül még megjegyezzük, hogy a (20) egyenlet szerint a

$$\lim_{\xi=\xi_0} (\gamma_{ik}) = S_{\xi=\xi_0} (a_{ik}^{(2)}(\xi_0, \eta) - \lim_{\xi=\xi_0} D_\eta S) S_{\xi=\xi_0}^{-1}$$

matrix minden eleme identice, azaz  $\eta$  minden értéke mellett zéró:

$$\lim_{\xi=\xi_0} (\gamma_{ik}) = (0). \quad (22)$$

Ha a

$$\int_{\eta_0}^{\eta_1} ((\lim_{\xi=\xi_1} \gamma_{ik}) d\eta + \delta_{ik}) = \int_{\eta_0}^{\eta_1} ((S(a_{ik}^{(2)}(\xi, \eta) - D_\eta S) S^{-1})_{\xi=\xi_1} d\eta + \delta_{ik})$$

integralmatrixra az I. fejezet (VII) egyenletét:

$$\begin{aligned} \int_a^b ((p_{ik})(q_{ik})(p_{ik})^{-1} dx + \delta_{ik}) &= \\ &= (p_{ik})_{x=a} \int_a^b ((q_{ik}) + D_x(p_{ik})) dx + \delta_{ik} (p_{ik})_{x=b}^{-1} \end{aligned}$$

alkalmazzuk, akkor adódik a

$$\begin{aligned} \int_{\eta_0}^{\eta_1} ((\lim_{\xi=\xi_1} \gamma_{ik}) d\eta + \delta_{ik}) &= S_{\xi=\xi_1} \int_{\eta=\eta_0}^{\eta_1} (a_{ik}^{(2)}(\xi_1, \eta) d\eta + \delta_{ik}) \cdot S_{\xi=\xi_1}^{-1} \quad (23) \\ &= \int_{\xi_0}^{\xi_1} (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta_0) d\xi + \delta_{ik}) \int_{\eta_0}^{\eta_1} (a_{ik}^{(1)}(\xi_1, \eta) d\eta + \delta_{ik}) \\ &\quad \int_{\xi_1}^{\xi_0} (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta_1) d\xi + \delta_{ik}) \int_{\eta_1}^{\eta_0} (a_{ik}^{(1)}(\xi_0, \eta) d\eta + \delta_{ik}) \end{aligned}$$

identitás, melyet le akartunk vezetni.

Ha az  $(a_{ik}^{(1)})$ ,  $(a_{ik}^{(2)})$  matrixok a (C) integrabilitási föltételt kielégítik, akkor (21) szerint identice



$$\left( \frac{\partial \gamma_{ik}}{\partial \xi} \right) = (0),$$

a  $(\gamma_{ik})$  matrix elemei tehát  $\xi$ -től függetlenek, és mivel (22) szerint  $\xi = \xi_0$ -ban mind identice egyenlők zéróval, nyerjük hogy

$$(\gamma_{ik}) = (0),$$

$\xi$ ,  $\eta$  minden értékrendszere mellett. Minthogy

$$\int_{\eta_0}^{\eta_1} ((0) d\eta + \delta_{ik}) = (\delta_{ik}),$$

a (23) identitás közvetlenül szolgáltatja a bebizonyítandó  $(D)$  egyenletet.

A (3) alatti jelölés értelmében, a  $(D)$  egyenlet baloldalán előforduló négy integrálmatrix baltól jobbfelé haladó sorrendben így írható :

$$\begin{aligned} & \int_{(\xi_0, \eta_1)}^{(\xi_1, \eta_0)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}), & \int_{(\xi_1, \eta_0)}^{(\xi_1, \eta_1)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}), \\ & \int_{(\xi_1, \eta_1)}^{(\xi_0, \eta_1)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}), & \int_{(\xi_0, \eta_1)}^{(\xi_0, \eta_0)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}), \end{aligned}$$

ez integrálmatrixokat véve a  $(4a)$  derékegyenközéni oldalai mentén; a  $(D)$  egyenletben foglalt tételt tehát úgy fejezhetjük ki, hogy a

$$\int (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik})$$

integrálmatrix, véve egy derékegyenközéni kerülete mentén, az egységnyi matrixsal egyenlő, ha az  $(a_{ik}^{(1)})$ ,  $(a_{ik}^{(2)})$  a  $(C)$  integrabilitási föltételeknek eleget tesznek, és ha a derékegyenközéni, melynek oldalai a koordinatategyekkel párhuzamosak, egészen az  $S$  területen belül van.

2. Legyen most  $\xi$ ,  $\eta$  az  $S$  területnek egy tetszésszerű pontja, akkor végtelen sokféle módon tudjuk  $(\xi_0, \eta_0)$  és  $(\xi, \eta)$  közzé a

$$(\xi_1, \eta_1), \dots, (\xi_n, \eta_n) \quad (24)$$

pontok oly sorozatát iktatni, hogy vagy a

$$(\xi_{\lambda-1}, \eta_{\lambda-1}) \dots (\xi_{\lambda}, \eta_{\lambda-1}) \text{ és } (\xi_{\lambda}, \eta_{\lambda-1}) \dots (\xi_{\lambda}, \eta_{\lambda}) \quad (25)$$

vagy a

$$(\xi_{\lambda-1}, \eta_{\lambda-1}) \dots (\xi_{\lambda-1}, \eta_{\lambda}) \text{ és } (\xi_{\lambda-1}, \eta_{\lambda}) \dots (\xi_{\lambda}, \eta_{\lambda}) \quad (26)$$

egyenesek  $\lambda=1, 2, \dots, n+1$ -re nézve teljesen az  $S$  területen belül legyenek, a hol  $(\xi_{n+1}, \eta_{n+1})$  a  $(\xi, \eta)$ -t magát jelenti; ezen lépcső alakú vonal minden egyes fokára megalkotva az

$$\int_{\xi_{\lambda-1}}^{\xi_{\lambda}} (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta_{\lambda-1}) d\xi + \partial_{ik}) \quad \int_{\eta_{\lambda-1}}^{\eta_{\lambda}} (a_{ik}^{(2)}(\xi_{\lambda}, \eta) d\eta + \partial_{ik}) \quad (27)$$

illetőleg

$$\int_{\eta_{\lambda-1}}^{\eta_{\lambda}} (a_{ik}^{(2)}(\xi_{\lambda-1}, \eta) d\eta + \partial_{ik}) \quad \int_{\xi_{\lambda-1}}^{\xi_{\lambda}} (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta_{\lambda}) d\xi + \partial_{ik}) \quad (28)$$

matrixokat, a melyeket  $(v_{ik}^{(2)})$ -val jelölünk,\* a

$$(v_{ik}^{(1)}) \quad (v_{ik}^{(2)}) \dots (v_{ik}^{(n+1)}) = (v_{ik}) \quad (29)$$

matrix nyilvánvalóan olyan, hogy elemei a  $\xi, \eta$ -nak függvényei, hogy továbbá

$$D_{\xi}(v_{ik}) = (a_{ik}^{(1)}(\xi, \eta)), \quad D_{\eta}(v_{ik}) = (a_{ik}^{(2)}(\xi, \eta)), \quad (30)$$

azaz

$$dv_{ik} = d\xi \sum_{r=1}^n v_{ir} a_{rk}^{(1)} + d\eta \sum_{r=1}^n v_{ir} a_{rk}^{(2)}$$

és

$$\lim_{\substack{\xi=\xi_0 \\ \eta=\eta_0}} (v_{ik}) = (\partial_{ik}). \quad (31)$$

A  $(v_{ik})$  matrix továbbá *egyértékű* van meghatározva, azaz elemei a  $(\xi, \eta)$ -nak egyértékű függvényei  $S$ -en belül; hogy ezt bebizonyítsuk, ki kell mutatnunk, hogy a  $(v_{ik})$  matrix független a közbeiktatott (24) pontok választásától. Ez azonban a *c)* tétel szerint egyszerű módon belátható. Ha tudniillik más közbeiktatott pontok segélyével a  $(\xi_0, \eta_0)$ -t a  $(\xi, \eta)$ -val egy második egészen  $S$ -en belül levő lépcsőalakú vonal által összekapcsoljuk, akkor az ezen két lépcső közötti síkrészt, csupa a koordináta-

\* Ha a  $(\xi_{\lambda-1}, \eta_{\lambda-1}), (\xi_{\lambda}, \eta_{\lambda})$  helyzete olyan, hogy úgy a (27) mint a (28) matrix megalkotható, akkor a *c)* tétel szerint a két matrix identicus.

tengelyekkel párhuzamosan álló derékegyenközényekre bonthatjuk. A két lépcső mentén megalkotott (29)-féle matrixokat akkor így írhatjuk:

$$(v_{ik}^{(0)}) (v_{ik}^{(1)}) \dots (v_{ik}^{(n+1)}) = (v_{ik})$$

és

$$(\bar{v}_{ik}^{(0)}) (\bar{v}_{ik}^{(1)}) \dots (\bar{v}_{ik}^{(n+1)}) = (\bar{v}_{ik}),$$

a hol a nem vonásos betűk az első, a vonásosak pedig a második lépcsőre vonatkoznak; a c) tétel szerint pedig áll, hogy

$$(v_{ik}^{(\lambda)}) (\bar{v}_{ik}^{(\lambda)})^{-1} = (\delta_{ik}). \quad (33)$$

De VOLTERRA-nak egy észrevétele szerint <sup>1</sup> a  $(v_{ik}) (\bar{v}_{ik})^{-1}$  szorzatot ekkép írhatjuk:

$$(v_{ik}) (\bar{v}_{ik})^{-1} = t_{n+1} (v_{ik}^{(n+1)}) (\bar{v}_{ik}^{(n+1)})^{-1} t_{n+1}^{-1} \cdot t_n (v_{ik}^{(n)}) (\bar{v}_{ik}^{(n)})^{-1} t_n^{-1} \dots$$

$$t_1 (v_{ik}^{(1)}) (\bar{v}_{ik}^{(1)})^{-1} t_1^{-1} \cdot (v_{ik}^{(0)}) (\bar{v}_{ik}^{(0)})^{-1},$$

a hol

$$t_\lambda = (v_{ik}^{(0)}) (v_{ik}^{(1)}) \dots (v_{ik}^{(\lambda-1)})$$

$$(\lambda=1, 2, \dots, n+1)$$

és ebből, tekintettel a (33) egyenletekre, következik, hogy

$$(v_{ik}) (\bar{v}_{ik})^{-1} = (\delta_{ik}) \quad \text{q. e. d.}$$

Az így értelmezett  $(v_{ik}) = (\bar{v}_{ik})$  matrixot

$$(u_{ik}) = S \int_{(\xi_0, \eta_0)}^{(\xi, \eta)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik})$$

-vel jelöljük, és ez már most a (B) rendszernek amaz integral-matrixa, melynek existenciáját (lásd fönt) be akartuk bizonyítani.<sup>2</sup>

\*

Ha  $(u_{ik}^{(0)})$  egy tetszőleges állandó matrix el nem tűnő determinánssal, akkor

<sup>1</sup> VOLTERRA i. h. p. 36, 2°. Lemma.

<sup>2</sup> E bebizonyítás gondolatmenetét a közönséges görbe-integrálra (intégrale curviligne) alkalmazva, emez integrálnak azt az értelmezését nyerjük, melyet HEFFTER barátom a Göttinger Nachrichten f. é. kötetében közölt, és melyet HEFFTER és én egymástól függetlenül körülbelül egyidejűleg találtunk.

$$(u_{ik}) = (u_{ik}^{(0)}) \cdot S \int_{(\xi_0, \eta_0)}^{(\xi, \eta)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}) \quad (34)$$

a  $(B)$  rendszernek azt az integralmatrixát állítja elő, mely  $(\xi_0, \eta_0)$  pontban  $(u_{ik}^{(0)})$ -ra redukálódik; mondhatjuk tehát, hogy  $a(B)$  rendszernek integralmatrixa  $S$ -en belül, valamely  $S$ -en belül fekvő ponthoz tartozó kezdeti értékeivel egyértékűleg van meghatározva.

★

Ha  $(w_{ik}(\xi, \eta))$  egy matrix, melynek elemei az  $S$  egyszeresen összefüggő területen belül a  $\xi, \eta$  egyértékű véges és folytonos függvényei, és melynek determinansa nem identice zéró, akkor egy egészen  $S$ -en belül elhúzódó  $C$  görbére, mely a  $t$  paraméternek

$$\xi = \varphi(t), \quad \eta = \psi(t)$$

egyértékű és folytonos deriváltakkal bíró függvényeivel előállítható,

$$\begin{aligned} & \int_{t_0}^{t_1} (D_t w_{ik}(\varphi(t), \psi(t)) dt + (\delta_{ik})) = \\ & = (w_{ik}(\varphi(t_0), \psi(t_0)))^{-1} (w_{ik}(\varphi(t_1), \psi(t_1))) \end{aligned}$$

és mivel, ha

$$\begin{aligned} \xi_0 &= \varphi(t_0), & \eta_0 &= \psi(t_0), \\ \xi_1 &= \varphi(t_1), & \eta_1 &= \psi(t_1), \end{aligned}$$

$w_{ik}(\xi_0, \eta_0)$ ,  $w_{ik}(\xi_1, \eta_1)$  jól meghatározott értékek,

$$\int_{t_0}^{t_1} (D_t w_{ik}(\varphi(t), \psi(t)) dt + (\delta_{ik})) = (w_{ik}(\xi_0, \eta_0))^{-1} (w_{ik}(\xi_1, \eta_1))$$

azaz független a  $C$  görbe választásától. Ha e görbe különösen maga magába visszatér, azaz  $t_0 = t_1$  és így  $\xi_0 = \xi_1$ ,  $\eta_0 = \eta_1$ , akkor

$$\int_{t_0}^{t_0} (D_t w_{ik}(\varphi(t), \psi(t)) dt + (\delta_{ik})) = (\delta_{ik}). \quad (36)$$

A (35) integralmatrixot tehát

$$S \int_{(\xi_0, \eta_0)}^{(\xi, \eta)} (D_\xi(w_{ik}) d\xi + D_\eta(w_{ik}) d\eta + (\delta_{ik})) \quad (37)$$

-val jelölhetjük, lévén a  $D$ -operatio értelmezése szerint:

$$D_t(w_{ik}) dt = \left( D_{\xi}(w_{ik}) \frac{d\xi}{dt} + D_{\eta}(w_{ik}) \frac{d\eta}{dt} \right) dt.$$

Ha ezeket az egyszerű észrevételeket a  $(B)$  rendszernek a (34) egyenlettel  $S$ -en belül egyértékűleg értelmezett  $(u_{ik})$  integralmatrixára alkalmazzuk, a következő tételeket nyerjük:

Ha a  $(B)$  differenciárendszeroefficiensei az  $a_{ik}^{(1)}$ ,  $a_{ik}^{(2)}$  a  $(C)$  integrabilitási feltételeket kielégítik, akkor a  $(\xi_0, \eta_0)$ ,  $(\xi_1, \eta_1)$  pontokat összekapcsoló,  $S$ -en belül elhúzódó  $C$  görbe mentén vett integralmatrix:

$$C \int_{(\xi_0, \eta_0)}^{(\xi_1, \eta_1)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}) = (u_{ik}(\xi_0, \eta_0))^{-1} (u_{ik}(\xi_1, \eta_1)), \quad (I)$$

tehát független a  $C$  görbe választásától, és a valamely zárt  $\Gamma$  görbe mentén vett integralmatrix:

$$\Gamma \int (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}) = (\delta_{ik}), \quad (II)$$

a hol a  $\Gamma$  görbének egy letszésszerű pontjából indulhatunk ki, föltéve, hogy  $\Gamma$  is egészen  $S$ -en belül fekszik.\*

Ha  $T$  egy  $p$ -szeresen összefüggő terület, a melyen belül az  $a_{ik}^{(1)}$ ,  $a_{ik}^{(2)}$  függvények egyértékűek, deriválhatók és a  $(C)$  feltételeknek eleget tesznek, és ha  $T$  a  $q_1, q_2, \dots, q_{p-1}$  metszetek által egyszeresen összefüggő  $T$  területté alakul, akkor jelentsen  $C$  oly  $(\xi_0, \eta_0)$  és  $(\xi, \eta)$  pontokat összekapcsoló görbét, mely egészen  $T$ -n belül halad,  $C_\lambda$  pedig az oly ugyan e pontokat összekapcsoló görbét, mely a  $q_\lambda$  metszetet egyszer pozitív értelemben átlépi, és tegyünk

$$(u_{ik}) = C \int_{(\xi_0, \eta_0)}^{(\xi, \eta)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}) = T \int_{(\xi_0, \eta_0)}^{(\xi, \eta)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}). \quad (38)$$

A  $(B)$  rendszernek ez az  $(u_{ik})$  integralmatrixa  $T$ -n belül egyértékű lesz meghatározva, és mivel

$$(u_{ik}^{(\lambda)}) = C_\lambda \int_{(\xi_0, \eta_0)}^{(\xi, \eta)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}) \quad (39)$$

\* V. ö. VOLTERRA a. i. h. p. 85, 86.

szintén a  $(B)$  rendszernek integralmatrixát állítja elő, lesz

$$(u_{ik}^{(\lambda)}) = (c_{ik}^{(\lambda)}) (u_{ik}), \quad (40)$$

$$(\lambda=1, 2, \dots, p-1)$$

a hol a  $(c_{ik}^{(\lambda)})$ -k *állandó matrixok* el nem tűnő determinánsokkal, a melyek csak a  $q_\lambda$  metszetek kölcsönös helyzetétől, nem pedig azoktól a pontoktól függnék, a melyekben a  $c_\lambda$  görbék a  $q_\lambda$  metszeteket keresztezik.\* Azt mondhatjuk tehát, hogy a  $\overline{T}$ -n belül egyértékűleg meghatározott  $(u_{ik})$  integralmatrixa a  $(B)$  differenciárendszernek, bizonyos jól meghatározott  $(c_{ik}^{(\lambda)})$  substitúciókat szenved — azaz a  $(c_{ik}^{(\lambda)})$  állandó matrixokkal balfelől componáltatik —, ha  $(\xi, \eta)$  pont a  $q_\lambda$  metszeteleket, melyek a  $T$  területet egyszerűen összefüggő  $T$  területté átalakítják, átlépi.

Legyen  $\Gamma$  egy maga magába visszatérő, egészen  $T$ -n belül elhaladó görbe, mely a  $q_\lambda$  metszeteleket átlépi, és legyen  $(\xi_1, \eta_1)$  a  $\Gamma$ -nak egyik pontja, akkor

$$\Gamma \int_{(\xi_1, \eta_1)}^{(\xi, \eta)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}) = (u_{ik}(\xi_1, \eta_1))^{-1} (c_{ik}) (u_{ik}(\xi, \eta)),$$

a hol  $(c_{ik})$  egy állandó matrixot jelent, mely a  $(c_{ik}^{(\lambda)})$  matrixok és azok inverseiből componálás útján összerakható, és csakis a  $\Gamma$  görbe minőségétől függ. Azt látjuk azonban, hogy a zárt görbe mentén vett integralmatrix értéke maga általánosan szólva nem csak ama zárt görbe minőségétől, hanem a kiinduló pont választásától is függ, a különböző kiinduló pontokkal ugyanazon zárt görbe mentén vett integralmatrixok egymásból transformálás útján erednek, azaz *hasonló matrixok*. Ha a zárt görbe olyan, hogy bizonyos pontját kiinduló pontul véve az annak mentén vett integralmatrix az egységnyi matrixsal,  $(\delta_{ik})$ -val egyenlő, akkor minden más kiinduló pontra ugyanaz áll (v. ö. fönt (II) alatt).

### III.

Áttérve most a complex független változós közönséges homogen lineár differenciárendszernek tárgyalásához, legyen

---

\* V. ö. VOLTERRA, az i. h. p. 87.

$$\frac{dy_k}{dx} = \sum_{\lambda=1}^n a_{\lambda k} y_{\lambda} \quad (A)$$

( $k=1, 2, \dots, n$ )

egy ilyen rendszer, a hol

$$a_{\lambda k} = a_{\lambda k} + \sqrt{-1} \beta_{\lambda k}$$

( $\lambda, k=1, 2, \dots, n$ )

az

$$x = \xi + \sqrt{-1} \eta$$

complex változónak monogen függvényei, melyek bizonyos egyszerűen összefüggő  $S$ -területen belül holomorphok. E függvények valós részei és a  $\sqrt{-1}$  coefficientsei, tehát az

$$\frac{\partial a_{ik}}{\partial \xi} = \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial a_{ik}}{\partial \eta} = -\frac{\partial \beta_{ik}}{\partial \xi} \quad (1)$$

partialis differentialegyenleteknek tesznek eleget. Tegyük

$$y_k = u_k + \sqrt{-1} v_k,$$

akkor az  $u_k, v_k$  mint a  $\xi, \eta$  valós változók valós függvényei kielégítik a

$$\begin{aligned} du_k &= d\xi \sum_{\lambda=1}^n (a_{\lambda k} u_{\lambda} - \beta_{\lambda k} v_{\lambda}) - d\eta \sum_{\lambda=1}^n (a_{\lambda k} v_{\lambda} + \beta_{\lambda k} u_{\lambda}), \\ dv_k &= d\xi \sum_{\lambda=1}^n (a_{\lambda k} v_{\lambda} + \beta_{\lambda k} u_{\lambda}) + d\eta \sum_{\lambda=1}^n (a_{\lambda k} u_{\lambda} - \beta_{\lambda k} v_{\lambda}) \end{aligned} \quad (R)$$

totalis differentiálrendszert. Ha az

$$u_1, \dots, u_n, v_1, \dots, v_n$$

-eket ebben a sorrendben

$$w_1, \dots, w_{2n}$$

-nel jelöljük és az  $(R)$  differentiálrendszert az

$$dw_k = d\xi \sum_{\lambda=1}^{2n} a_{\lambda k}^{(1)} w_{\lambda} + d\eta \sum_{\lambda=1}^{2n} a_{\lambda k}^{(2)} w_{\lambda} \quad (R')$$

alakban írjuk, mely az előbbi fejezet  $(B)$  alakjának megfelel, akkor az  $(R')$  rendszer coefficientseinek matrixait könnyen érthető módon ekkép írhatjuk:

$$\begin{aligned}
 (a_{ik}^{(1)})_{(i, k=1, 2, \dots, 2n)} &= \begin{pmatrix} a_{ik} & \beta_{i-n, k} \\ (i, h=1, 2, \dots, n) & (i=n+1, \dots, 2n) \\ & (k=1, 2, \dots, n) \\ -\beta_{i, k-n} & a_{i-n, k-n} \\ (i=1, 2, \dots, n) & (i, k=n+1, \dots, 2n) \\ (k=n+1, \dots, 2n) & \end{pmatrix}, \\
 (a_{ik}^{(2)})_{(i, h=1, 2, \dots, 2n)} &= \begin{pmatrix} -\beta_{ik} & a_{i-n, k} \\ (i, k=1, 2, \dots, n) & (i=n+1, \dots, 2n) \\ & (k=1, 2, \dots, n) \\ -a_{i, k-n} & -\beta_{i-n, k-n} \\ (i=1, 2, \dots, n) & (i, k=n+1, \dots, 2n) \\ (k=n+1, \dots, 2n) & \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{2}$$

ezenfelül az  $(R')$  rendszer még avval a tulajdonsággal is bír, hogy maga magába megy át, ha

$$\begin{aligned}
 &u_1, \dots, u_n, \quad v_1, \dots, v_n \\
 \text{helyébe} & \\
 &-v_1, \dots, -v_n, \quad u_1, \dots, u_n
 \end{aligned}$$

-et teszünk. Ha tehát  $w_1, \dots, w_{2n}$  az  $(R')$ -nek valamely megoldási rendszere, akkor

$$-w_{n+1}, \dots, -w_{2n}, \quad w_1, \dots, w_n$$

egy másik megoldási rendszert állít elő.

Az (1) relációk következtében az  $(R)$  coefficientseire nézve az előbbeni fejezet (C) integrabilitási feltételei teljesülnek, úgy hogy eme fejezet eredményeit itt közvetlenül föl tudjuk használni. Előbb azonban még az  $(R)$  rendszer alakjára tegyünk egy észrevételt.

Ha egy  $(R')$  rendszer coefficientsei  $a_{ik}^{(1)}, a_{ik}^{(2)}$  olyanok, hogy  $2n^2$  valós

$$\begin{aligned}
 &a_{ik}, \beta_{ik} \\
 &(i, k=1, 2, \dots, n)
 \end{aligned}$$

függvénynyel a (2) schema alakjában előállíthatók, és ha egyébként az ilyen  $(R')$  rendszer complete integrálható, azaz ha coefficientsei a II. fejezet (C) feltételeit kielégítik, akkor e feltételek szerint pld.  $i \leq n, k \leq n$ -re:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial a_{ik}}{\partial \eta} + \sum_{v=1}^n [a_{iv}(-\beta_{vk}) - (-\beta_{iv}) a_{vk}] &= \frac{\partial (-\beta_{ik})}{\partial \xi} \\
 + \sum_{v=1}^n [\beta_{iv}(-a_{vk}) - a_{iv}(-\beta_{vk})], &
 \end{aligned}$$



azaz

$$\frac{\partial a_{ik}}{\partial \eta} = - \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial \xi};$$

hasonlóképen adódik a (C) feltételek többi egyenletei szerint

$$\frac{\partial a_{ik}}{\partial \xi} = \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial \eta},$$

azaz  $a_{ik} + \sqrt{-1}\beta_{ik}$  a  $(\xi + \sqrt{-1}\eta)$ -nak monogen függvényei. Nyerjük tehát a következő fontos tételt:

*A monogen coefficiensű (A) rendszerekből a valós és képzetes részek szétválasztása által létrejött (R) rendszerek a legáltalánosabb complete integrálható (R') rendszerek, a melyeknek coefficiensei a (2) schema alakjával bírnak.*

★

Alkossuk meg most az (R') rendszernek  $S$ -en belül egyértékűleg értelmezett

$$(w_{ik}) = \int_{(\xi_0, \eta_0)}^{(\xi, \eta)} (a_{ik}^{(1)} d\xi + a_{ik}^{(2)} d\eta + \delta_{ik}) \quad (3)$$

( $i, k=1, 2, \dots, 2n$ )

integralmatrixát, mely az  $S$ -en belül fekvő  $(\xi_0, \eta_0)$  pontban  $(\delta_{ik})$ -ra reducálódik és tekintsük az (R')-nek az eme integralmatrix  $n$  első (horizontalis) sorával adott  $n$  számú

$$w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{i, 2n} \quad (4)$$

( $i=1, 2, \dots, n$ )

integrálrendszerét. Akkor egy előbb tett megjegyzés szerint

$$-w_{i, n+1}, -w_{i, n+2}, \dots, -w_{i, 2n}, w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{i, 2n} \quad (5)$$

sintén az (R') rendszernek integralrendszerei. A (4) és (5) integralrendszerek együttvéve azonban egy integralmatrixot alkotnak, mely nyilvánvalóan  $(\xi_0, \eta_0)$  pontban a  $(\delta_{ik})$  egységmatrixra reducálódik, és melynek ennél fogva a (3)-mal értelmezett

$$(w_{ik})$$

( $i, k=1, 2, \dots, 2n$ )

integralmatrixsal egyeznie kell. Ha tehát

$$\begin{aligned} w_{i\lambda} &= u_{i\lambda} \\ w_{i,\lambda+n} &= v_{i\lambda} \\ (\lambda=1, 2, \dots, n) \\ (i=1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

jelöléseket bevezetünk, akkor a (2) schema írásmódjában

$$(w_{ik})_{(i, k=1, \dots, 2n)} = \begin{pmatrix} u_{ik} & v_{i-n, k} \\ -v_{i, n-k} & u_{i-n, k-n} \end{pmatrix} \quad (6)$$

és az  $(R')$  rendszer coefficienseinek (2) alakjából közvetlenül adódik, hogy

$$\frac{\partial u_{ik}}{\partial \xi} = \frac{\partial v_{ik}}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial u_{ik}}{\partial \eta} = -\frac{\partial v_{ik}}{\partial \xi}. \quad (7)$$

$(i, k=1, 2, \dots, n)$

Az

$$(y_{ik})_{(i, k=1, 2, \dots, n)} = (u_{ik} + \sqrt{-1} v_{ik}) \quad (8)$$

matrix elemei tehát az  $x = \xi + \sqrt{-1}\eta$ -nak monogen függvényei, melyek  $S$ -en belül holomorphok, és nyilvánvaló, hogy (8) az  $(A)$  differentiálrendszernek egy integrálmatrixát állítja elő, még pedig azt, mely

$$x = x_0 = \xi_0 + \sqrt{-1}\eta_0$$

pontban az egységnyi matrixra  $(\partial_{ik})$ -ra reducálódik. Az

$$(y_{ik}) = S \int_{x_0}^x (a_{ik} dx + \partial_{ik}) \quad (9)$$

jelölést bevezetve, mondhatjuk, hogy *evvel az  $(A)$  differentiálrendszer monogen integrálmatrixainak a létezését bebizonyítottuk, és pedig olyképen, hogy ama matrixok elemeinek összetétele azoknak valós és képzetes részeiből föl van tüntetve.*

## AZ IZOLÁLT ÉRTÉKŰ FÜGGVÉNYEKRŐL.

SCHLESINGER LAJOS lev. tagtól.

WEIERSTRASS 1876-ban először publikált egyik dolgozatában <sup>1</sup> azt a tételt bizonyítja, hogy valamely egyértékű vagy véges sok értékű függvénye az  $u_1, \dots, u_n$  complex változóknak csak abban az esetben birhat végtelen kis periodussal, ha e függvény mint  $n$ -nél kevesebb változó függvénye állítható elő, a mely új változók a régieknek lineáris függvényei. Dolgozatának új kiadásához <sup>2</sup> csatolt jegyzetben <sup>3</sup> azt a megjegyzést teszi WEIERSTRASS, hogy még nincs kikutatva, vajjon mely esetekben érvényes az említett tétel akkor is, ha az  $f(u_1, \dots, u_n)$  függvény nem véges, hanem végtelen sok értékű.

A WEIERSTRASS ezen észrevételével fölvetett kérdésre a következőkben abban az esetben igyekezünk feleletet adni, a mikor csak *egy* változó függvényéről van szó.

Az egy complex változó monogen függvényeire a WEIERSTRASS bizonyította tétel úgy szól, hogy valamely egyértékű vagy  $m$ -értékű függvény, melynek végtelen kis periodusa van, egy állandóra reducálódik, tehát mint függvény lehetetlen. Ez utóbbi alakban a tétel JACOBI értekezésében <sup>4</sup> található. JACOBI ott azt mutatja ki, hogy abból, hogy az  $x=f(u)$  függvény egy végtelen kis periodussal bir, az következik, hogy az  $u$  változó amaz értékei, a melyekben a függvény egy és ugyanazt az értéket veheti föl,

---

<sup>1</sup> L. Werke II (1895), p. 55. s köv.

<sup>2</sup> Abhandlungen aus der Functionenlehre. Berlin 1886. Nr. 6.

<sup>3</sup> L. Werke II, p. 70.

<sup>4</sup> CRELLE Journal 13, Werke II, p. 23. és köv.

az egész  $u$  síkban mindenütt sűrűn vannak elhelyezve, és az oly függvényt, a melyre ez utóbbi tulajdonság nem áll, *analitikai függvénynek* nevezi.<sup>1</sup> A WEIERSTRASS fölvetette kérdés tehát ekkép is föltehető: *mily föltétel alatt analitikai függvény JACOBI értelmében egy végtelen sok értékű függvény?*

Mi e kérdést még kissé általánosabb alakban tárgyaljuk, a mennyiben az analitikai függvény fogalmát oda módosítjuk, hogy az  $f(u)$ -t JACOBI értelmében analitikai függvénynek mondjuk, ha az  $u$  amaz értékei, a melyekben az  $f(u)$  egy és ugyanazt az értéket fölveheti, sem az egész  $u$  síkban, sem pedig e sík valamely kétméretű részében mindenütt sűrűn vannak elhelyezve. Azonban megjegyezzük, hogy nem szándékunk a LAGRANGE és WEIERSTRASSTól már más értelemben használt «analitikai függvény» elnevezést az épen megjelölt JACOBI-féle értelemben állandóan alkalmazni, hanem hogy az itt közlendő megfontolások révén ki fog tűnni, miszerint a JACOBI értelmében analitikai függvény egy másképen értelmezendő függvényosztály alá esik, úgy hogy az «analitikai függvény» elnevezés a LAGRANGE-WEIERSTRASSTól neki adott jelentésnek föntartható.

1. Legyen  $u = f(x)$  az  $x$  complex változó monogen függvénye, akkor azoknak az értékeknek az összességét, a melyeket e függvény az  $x$  változó valamely regularis értékében fölvehet, a függvény *értéktárának* mondjuk. Egy CANTOR G.-tól eredő, POINCARÉ<sup>2</sup> és VOLTERRATÓL<sup>3</sup> bebizonyított tétel szerint, valamely függvény értéktára mindig *megszámlálható* sokaságot alkot. E sokaság azonban vagy az egész  $x$  síkban, illetőleg annak egy kétméretű részén belül lehet mindenütt sűrű (és ez úgyszólván az *általános* eset), vagy pedig izolált sokaságot alkothat. Ha ez utóbbi körülmény a függvény *létezési tartománya* valamely kétméretű részének minden pontjára bekövetkezik, akkor ugyanaz a létezési tartomány minden pontjára nézve is áll, mivel a létezési tartomány (azaz az  $x$  változó amaz értékeinek az összessége,

<sup>1</sup> I. h. p. 43, 45; lásd egy legközelebb közzéteendő, az itt érintett fogalmakról szóló történelmi értekezésemet.

<sup>2</sup> Rendiconti del Circolo matem. di Palermo, t. 2 (1888), p. 197.

<sup>3</sup> Rendiconti dell' Accademia dei Lincei. 4<sup>o</sup> Serie, vol. 4, 2<sup>o</sup> sem; 1888, p. 358, Teorema III, Corollario.

a melyeknek környezetében a függvény algebrai függvény jelle-  
gével bír) mindig magában összefüggő. Az ily tulajdonságú függ-  
vényt *izolált értékűnek* mondjuk.\* Az egyértékű és véges sok  
értékű függvényeket az izolált értékűek közé foglaljuk.

2. Legyen  $E(u)$  az  $u$ -nak monogen egyértékű függvénye,  
akkor ismeretes, hogy az

$$E(u) = 0$$

egyenlet megoldásai izolált sokaságot alkotnak. Jelölje most  
 $E(u, x)$  az  $u, x$  változók monogen egyértékű függvényét, és  
tegyük föl, hogy az

$$E(u, x) = 0$$

egyértékű egyenlet az  $x = x_0$  pont környezetében holomorph  
 $u = \varphi(x)$  függvényelemre teljesül. Legyen  $f(x)$  az eme függvény-  
elemből eredő monogen függvény, akkor az említett tétel szerint  
nyilvánvaló, hogy e függvénynek amaz értékei, a melyek az  
 $E(u, x)$ -nek, mint az  $u$  függvényének az existentiartományába  
esnek, izolált sokaságot alkotnak. De megeshetik (lásd a tőlem \*\*  
fözlálitott példát), hogy az  $f(x)$  függvénynek az  $x = x_0$  pont kör-  
nyezetében fekvő  $x$  ponthoz tartozó értéktára részben az  $E(u, x)$   
existentiartományán kívül van.

Az  $f(x)$  függvényről azt fogjuk mondani, hogy *egyértékű  
egyenleteknek tesz eleget*, ha véges száma, vagy megszámlálható  
sokasága létezik az egyértékű egyenleteknek:

$$E_k(u, x) = 0, \\ (k=1, 2, \dots)$$

mely avval a tulajdonsággal bír, hogy az  $f(x)$  minden ága min-  
den regularis  $x$  pont környezetében ez egyenletek valamelyikét  
kielégíti. Akkor áll az

**I. Theorema:** *Az oly  $u = f(x)$  függvény, mely egyértékű egyen-  
leteknek tesz eleget, mindig izolált értékű.*

---

\* L. SCHLESINGER: Handbuch der Theorie der lin. Differential-  
gleichungen. Bd. II, 1 (1896), p. 278.

\*\* CRELLE Journal, Bd. 110 (1892), p. 136.

3. Legyen  $u=f(x)$  izolált értékű függvény, és legyenek

$$u_0, u_1, u_2, \dots$$

az existentiartomány valamely  $x$  értékéhez tartozó függvényértékek. Képzeljük az  $E$  existentiartományt metszetek segítségével akkép átalakítva, hogy a létesülő  $\bar{E}$  tartományon belül az  $f(x)$  egyértékűleg legyen meghatározva. Azoknak az értékeknek az összessége, a melyeket az  $\bar{E}$ -n belül egyértékű  $u_k$  ág az  $\bar{E}$  összes pontjaiban fölvesz, az  $u$  sík bizonyos  $T_k$  tartományát alkotja; ha e tartomány maga magát fõdi, akkor többlevélû fölületnek kell azt képzelnünk. Minthogy a különbözõ  $T_k$  tartományok egymásnak egyértékűleg felelnek meg, az  $u_k$  mint az  $u_0$  függvénye,  $u_k = \varphi_k(u_0)$  a helynek egyértékű függvénye lesz a  $T_0$  tartományon belül, és megfordítva,  $u_0 = \psi_k(u_k)$  a helynek egyértékű függvénye a  $T_k$ -n belül. A  $\varphi_k(u_0)$  függvények összessége akkor bizonyos  $G$  csoportot alkot, mely,  $f(x)$  izolált értékű függvénynek lévén fölvéve, a  $T_k$  tartományoktól befõdött  $U$  tartományban *általánosán szólva* propriusan discontinuus; azaz, hogy azoknak a pontoknak az összessége, a melyekben e csoport impropriusan discontinuus (a csoportnak úgynevezett lényeges singuláris pontjai)<sup>1</sup> csak vonalakat (a szó legtágabb értelmében) alkothatnak, a mely vonalak a  $G$  csoportnak különbözõ  $L_1, L_2, \dots$  discontinuitási tartományait egymástól elválasztják.<sup>2</sup> A  $G$  csoportnak lehetnek különben még oly discontinuitási tartományai is, a melyek a  $T_k$  tartományoktól befõdött  $U$  síkrészen kívül vannak.

Már most POINCARÉ egyik tétele szerint<sup>3</sup> mindig lehetséges

<sup>1</sup> V. ö. POINCARÉ: Acta Mathematica I (1882), p. 198.

<sup>2</sup> Legyen szabad e helyen egy tévedést helyreigazítani, mely a CRELLE Journal, 110. kötetének 134. lapján, 2. sor alulról található, és melyre a «Vorlesungen über automorphe Functionen von FRICKE und KLEIN» szerzői, Bd. I (1897), p. 168, figyelemztettek. Az idézett helyen e szavak: «eine stets endliche Anzahl von Bereichen  $L_1, L_2, \dots, L_q$ » ezekkel helyettesítendők: «eine endliche Anzahl oder abzählbare Menge von Bereichen  $L_1, L_2, \dots$ ». A dolgozatban foglalt fejtegetések e változásnál nem érintetnek.

<sup>3</sup> Comptes rendus de l'Académie des Sciences. Paris, t. 92, 1882, p. 1335, 1336.

az oly egyértékű függvények szerkesztése, melyek a  $G$  csoport substitutióinál nem változnak és pedig a  $G$  minden  $L_1, L_2, \dots$  discontinuitási tartományában, általánosan szólva, más monogen egyértékű függvény fog adódni, mely evvel a tulajdonsággal bír. A POINCARÉ (i. h.) felállította thetasorok ugyanis minden olyan pontban convergenssek, a melyben a  $G$  csoport propriusan discontinuus, de a különböző discontinuitási tartományokban különböző monogen függvényeket állítanak elő. Legyen  $F_1(u), F_2(u), \dots$  azoknak az egyértékű függvényeknek a sorozata, a melyek az  $U$ -n belül fekvő  $L_1, L_2, \dots$  discontinuitási tartományokban léteznek. Ha  $F_k(u)$ -ban az  $u$  helyére az  $f(x)$ -nek oly ágát teszszük, melynek értéktára teljesen vagy részben az  $F_k(u)$  létezési tartományán belül van, akkor

$$F_k(f(x)) = \Phi_k(x)$$

az  $x$ -nek egyértékű függvénye, és mindazoknak a tartományoknak az összessége, a melyeken belül a különböző  $\Phi_k(x)$  kifejezések értelmezvők,\* nyilvánvalóan az  $f(x)$  függvények létezési tartományát tölti. Az

$$F_k(u) - \Phi_k(x) = 0 \\ (k=1, 2, \dots)$$

egyértékű egyenletek összessége azután avval a tulajdonsággal bír, hogy egyrészt az  $f(x)$  függvény minden ága minden reguláris  $x$  pont környezetében, másrészt az invers  $x = g(u)$  függvény minden ága minden reguláris  $u$  pont környezetében emez egyenletek valamelyikét (esetleg többet is) kielégíti. E szerint adódik a

**II. Theorema:** *Minden izolált értékű függvény egyértékű egyenleteknek tesz eleget,*

és tekintettel az I. theorema, a

**III. Theorema:** *Valamely izolált értékű függvény invers függvénye szintén izolált értékű.*

---

\* Az ilyen  $\Phi_k(x)$  kifejezés az  $x$  sík különböző részeiben különböző monogen függvényeket állíthat elő, v. ö. a CRELLE Journal 110. kötetében adott példákat.

Ez utóbbi tételből következik, hogy az izolált értékű függvény fogalma a JACOBI értelmében analitikai függvény fogalmával (a tőlünk adott módosításban) azonos.

Továbbá, mint feleletet a WEIERSTRASS fölállította kérdésre azt nyerjük, hogy :

*A WEIERSTRASSTól egyértékű és véges sok értékű függvényekre bebizonyított tétel minden olyan függvényre áll, mely egyértékű egyenleteknek tesz eleget, és csakis olyanra.*

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1905 január 16.-án tartott üléséből)



# AZ ALGEBRAI MENNYISÉGEK ÁLTALÁNOS ELMÉLETÉHEZ.

BAUER MIHÁLY-tól.

## I. §.

1. Legyen adva a

$$z^n + c_1 z^{n-1} + \dots + c_k z^{n-k} + \dots + c_n = 0 \quad (\text{I})$$

egyenlet, a melynek együtthatói valamely  $[(A), x_1, x_2, \dots, x_m]$  ill.  $[[1], x_1, x_2, \dots, x_m]$  holoid tartomány raczionális egész mennyiségei.\* Legyen továbbá  $P$  a holoid tartomány raczionális törzsmennyisége;  $\omega$  az (I) egyenlet valamely gyöke, mely a  $(I')$  genus-tartományt állapítja meg és e tartományban legyen:

$$\begin{aligned} P &= \mathfrak{P}_1^{e_1} \mathfrak{P}_2^{e_2} \dots \mathfrak{P}_r^{e_r} \\ \omega &= \mathfrak{P}_1^{a_1} \mathfrak{P}_2^{a_2} \dots \mathfrak{P}_r^{a_r} \mathfrak{D}, \quad (P, \mathfrak{D}) = 1 \end{aligned} \quad (2)$$

a hol  $\mathfrak{P}_i$  törzsideált,  $e_i$  pozitív és  $a_i$  nem negatív raczionális egész számot jelent. Nevezzük a következőkben az

$$\frac{a_i}{e_i} = Ch_i \quad (3)$$

számokat az  $\omega$  mennyiség  $P$ -re vonatkozó *charakteristikáinak*.

2. E fogalmat megállapítván, az első kérdés: adott egyenlet esetében a *lehetséges karakteristikák* meghatározása.\*\* Ez a

---

\* A terminológiára nézve l. KÖNIG GYULA: Az algebrai mennyiségek általános elméletének alapvonalai.

\*\* Az, hogy itt *egész* mennyiségekre szorítkozunk, nem jelent lényeges megszorítást.

legnagyobb könnyűséggel sikerül az algebrai függvények elméletéből ismeretes PUISEUX-féle polygon megszerkesztésével, a melyet a következők kedvéért részleteznünk kell. A holoid tartomány minden, zérustól különböző, egész mennyisége a  $P$  törzsmennyiségnek egy bizonyos legnagyobb nem negatív raczionális egész hatványával osztható oly módon, hogy azután a megfelelő hányados már  $P$ -hez relatív prim. Nevezzük az így meghatározott kitevőt a  $P$ -re vonatkozó rendszámnak, legyen pl. a  $c_k$  együttható rendszáma  $r_k$ . Hasonlókép a  $(I')$  tartomány egész mennyiségei valamely  $\mathfrak{P}$  törzsideálra vonatkozólag szintén rendszámmal bírnak. Így az

$$\omega^n, c_1\omega^{n-1}, c_2\omega^{n-2}, \dots, c_k\omega^{n-k}, \dots, c_n \quad (4)$$

mennyiségeknek a  $\mathfrak{P}_i$  ideálra vonatkozó rendszámai rendre az

$$na_i = e_n Ch_i, r_1 e_i + (n-1) a_i = e_i (r_1 + (n-1) Ch_i), \dots, \\ r_k e_i + (n-k) a_i = e_i (r_k + (n-k) Ch_i), \dots \quad (5)$$

számokkal egyenlők. Az (5) alatti számok között *egyetlenegy* legkisebb nem lehet, különben az ideálelmélet szerint az

$$\omega^n + \sum_{k=1}^n c_k \omega^{n-k}$$

összeg a  $\mathfrak{P}_i$  ideálra vonatkozólag ezzel a legkisebb rendszámmal bírna és így  $\omega$  az (I) egyenletnek nem lehetne gyöke.

3. Következésképp a  $Ch_i$  számok úgy választandók, hogy az (5) alatti számok között mindig legalább *két* legkisebb legyen. Még az  $e_i$  tényezőt elhagyva, a  $Ch_i$  számok csakis azok a  $T$  értékek *lehetnek*, a melyekre nézve az

$$nT, r_1 + (n-1)T, \dots, r_k + (n-k)T, \dots, r_n \quad (5^*)$$

számok között legalább két legkisebb van. A szóban forgó  $T$  értékek meghatározása pedig ismeretes módon abból áll, hogy az  $(x, y)$  koordinátasíkon a

$$(0, 0), (1, r_1), (2, r_2), \dots, (k, r_k), \dots, (n, r_n) \quad (6)$$

pontok PUISEUX-féle polygonját megszerkesztjük. E szerkesztés révén az egyenlethez bizonyos raczionális számok tartoznak, a

melyek a polygon-oldalak iránytangensei. Nevezzük e számokat az egyenlethez tartozó és  $P$ -re vonatkozó PUISEUX-féle számoknak.

4. Az eddigiekből a következő tétel világos.

*Valamely egyenlet gyökeinek  $P$ -re vonatkozólag lehetséges karakteristikái nem mások, mint a PUISEUX-féle számok.\** Kérdés már most, hogy ez a tétel megfordítható-e, azaz, hogy a lehetséges karakteristikák *tényleg fellépnek-e*, ha az egyenlet összes gyökeit tekintetbe vesszük?

A jelen dolgozat megmutatja, hogy ez *csakugyan így van.* (III. §.) A II. §. előkészítő tárgyalásokat tartalmaz, míg a IV. §. a karakteristikák ismeretét értékesíti irreducibilitási vizsgálatokra.

## II. §.

1. Legyenek a

$$z^n + c_1 z^{n-1} + \dots + c_n = 0 \quad (\text{I.})$$

egyenlet  $P$ -re vonatkozó PUISEUX-féle polygonjának szögpontjai rendre a:

$$z^n, z^{n-k_1}, z^{n-(k_1+k_2)}, \dots, z^{n-(k_1+k_2+\dots+k_s)} = 1 \quad (\text{2})$$

hatványokhoz tartozó pontok. Ki fogjuk mutatni először is, hogy ez esetben előbbi jelöléseinket megtartva

$$r_{k_1+k_2+\dots+k_s} = a_1 + a_2 + \dots + a_i, \\ (i=1, 2, \dots, s)$$

a hol  $a_1$  nem negatív, a többi  $a$  pedig pozitív raczionális egész szám. Az egyenlet PUISEUX-féle számai rendre:

$$T_1 = \frac{a_1}{k_1}, \quad T_2 = \frac{a_2}{k_2}, \dots, T_s = \frac{a_s}{k_s}, \quad (\text{3})$$

a melyek a

$$T_1 < T_2 < \dots < T_s \quad (\text{3}^*)$$

egyenlőtlenségeket elégítik ki.

---

\* Irreducibilis egyenlet esetében az összes gyökök ugyanazon karakteristikákkal birnak; reducibilis egyenletek esetében természetesen ez általánosságban nincs így. Még emlékeztetünk arra az ismeretes dologra, hogyha az (I.) valamelyik együtthatója zérus, akkor a hozzátartozó rendszám nem véges és a megfelelő pont (6)-ból egyszerűen elhagyható. Mindig feltehető, hogy  $c_n$  nem zérus.

2. Ha az írás egyöntetűsége érdekében bevezetjük az

$$\alpha_0 = k_0 = 0$$

jelzéseket, akkor a præmissák szerint a PUISEUX-féle számok az

$$\begin{aligned} & (\alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_{i-1}) + (n - k_0 - k_1 - \dots - k_{i-1}) T_i = \\ & = (\alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_i) + (n - k_0 - k_1 - \dots - k_i) T_i \end{aligned} \quad (4)$$

relációkból adódnak, a miből csakugyan

$$T_i = \frac{\alpha_i}{k_i}.$$

( $i=1, 2, \dots, s$ )

A mi a (3\*) alatti egyenlőtlenségeket illeti, a melyek maguk után vonják az  $\alpha_i$ -kről állított tényeket, azok szintén a polygon értelmezéséből következnek. Ugyanis

$$\begin{aligned} & (\alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_i) + (n - k_0 - k_1 - \dots - k_i) T_{i-1} > \\ & > (\alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_{i-1}) + (n - k_0 - k_1 - \dots - k_{i-1}) T_{i-1}, \end{aligned}$$

tehát

$$\alpha_i - k_i T_{i-1} > 0, \quad \frac{\alpha_i}{k_i} = T_i > T_{i-1}.$$

Az eddigi eredményeken kívül még az egyenlet eddig tekintetbe nem vett együtthatóinak rendjéről is könnyű bizonyos egyenlőtlenségeket levezetni. Nevezetesen ki fogjuk mutatni, hogy

$$r_{k_1+k_2+\dots+k_{i-1}+l} \geq \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{i-1} + l \frac{\alpha_i}{k_i}. \quad (5)$$

( $i=1, 2, \dots, s; \quad l=1, 2, \dots, k_{i-1}$ )

Valóban a polygon értelmezéséből:

$$\begin{aligned} & r_{k_1+k_2+\dots+k_{i-1}+l} + (n - k_0 - k_1 - \dots - k_{i-1} - l) T_l \geq \\ & \geq \alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_{i-1} + \alpha_i + (n - k_0 - k_1 - \dots - k_{i-1} - k_i) T_i \end{aligned}$$

azonban

$$T_l = \frac{\alpha_l}{k_l}.$$

tehát

$$r_{k_1+k_2+\dots+k_{i-1}+l} - (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{i-1} + \alpha_i) \geq \frac{l\alpha_i}{k_i} - \alpha_i,$$

vagyis csakugyan

$$r_{k_1+k_2+\dots+k_{i-1}+l} \geq a_1+a_2+\dots+a_{i-1}+l \frac{a_i}{k_i}. \quad (5)$$

3. Az egyenlet együtthatóinak rendjére levezetett egyenlőségek és egyenlőtlenségek nemcsak szükséges feltételek a polygon szóban forgó alakjára, hanem a mint a polygon szemlélete tüstént mutatja, egyszersmind elegendők is. Úgy, hogy ez eredmények, a melyek tulajdonképen csak evidens dolgok explicit formulázásai, a következő módon foglalhatók össze.

Az (I) egyenlet  $P$ -re vonatkozó PUISEUX-féle polygonjának akkor és csak akkor lesznek a

$$z^n, z^{n-k_1}, z^{n-k_1-k_2}, \dots, z^{n-k_1-k_2-\dots-k_s} = 1$$

hatványokhoz tartozó pontok a szögpontjai, ha az együtthatók rendszámaira vonatkozólag:

$$r_{k_1+k_2+\dots+k_i} = a_1+a_2+\dots+a_i \\ (i=1, 2, \dots, s)$$

$$r_{k_1+k_2+k_{i-1}+l} \geq a_1+a_2+\dots+a_{i-1}+l \frac{a_i}{k_i} \\ (i=1, 2, \dots, s; \quad l=1, 2, \dots, k_i-1)$$

a hol  $a_1$  nem negatív, míg a többi a pozitív racionális egész szám. E számok még az

$$\frac{a_1}{k_1} < \frac{a_2}{k_2} < \dots < \frac{a_s}{k_s}$$

egyenlőtlenségeket tartoznak kielégíteni. Az egyenlet PUISEUX-féle számai épen az

$$\frac{a_1}{k_1}, \frac{a_2}{k_2}, \dots, \frac{a_s}{k_s}$$

számok.

### III. §.

1. A karakteristikák értelmezéséből következik és ez a legnevezetesebb tulajdonságuk, hogy az  $\omega$  egész mennyiségnek  $P$ -re vonatkozó karakteristikái ugyanazok maradnak, ha a  $(\Gamma)$  genustartomány helyett bármely a  $(\Gamma)$  fölé rendelt genustarto-

mányt fektetünk alapul. Legyen tehát  $(\Gamma)$  oly genustartomány, mely az (I) egyenlet összes

$$\omega^{(1)}, \omega^{(2)}, \dots, \omega^{(n)} \quad (1)$$

gyökei által meghatározott genustartományokat magában foglalja. Legyen továbbá a tartományban: \*

$$P = \bar{\mathfrak{P}}_1^{e_1} \bar{\mathfrak{P}}_2^{e_2} \dots \bar{\mathfrak{P}}_v^{e_v} \\ \omega^{(\lambda)} = \bar{\mathfrak{P}}_1^{a_1^{(\lambda)}} \bar{\mathfrak{P}}_2^{a_2^{(\lambda)}} \dots \bar{\mathfrak{P}}_v^{a_v^{(\lambda)}} \bar{\Sigma}^{(\lambda)}; \quad (P, \bar{\Sigma}^{(\lambda)}) = 1.$$

E felbontás értelmében  $\omega^{(\lambda)}$  rendszáma a  $\bar{\mathfrak{P}}_i$  ideálra vonatkozólag

$$a_i^{(\lambda)} = e_i \frac{a_i^{(\lambda)}}{e_i} = e_i R_i(\lambda). \quad (2)$$

( $\lambda=1, 2, \dots, n$ ;  $i=1, 2, \dots, v$ )

Az előző tárgyalásokból már tudjuk, hogy az  $R_i(\lambda)$  számok értékei csakis az

$$\frac{a_1}{k_1}, \frac{a_2}{k_2}, \dots, \frac{a_s}{k_s}$$

sorozatból lehetnek véve.

2. Ki fogjuk mutatni, hogy állandó  $i$  esetében az  $R_i(\lambda)$  számok között pontosan  $k_j$  van, a mely egyenlő  $\frac{a_j}{k_j}$ -vel.

Először is az  $R_i(\lambda)$  számok között legalább is  $k_1$  számú van, a mely  $\frac{a_1}{k_1}$ -vel egyenlő. Ellenkező esetben ugyanis több mint  $n-k_1$  számú olyan volna, mely  $\frac{a_1}{k_1}$ -nél nagyobb és így a szimmetrikus formák elméletéből

$$\bar{r}_{k_1} > a_1 e_i, \quad \frac{\bar{r}_{k_1}}{e_i} > a_1$$

következnék, a hol  $\bar{r}_{k_1}$  a  $c_{k_1}$  együttható rendszáma a  $\mathfrak{P}_i$  ideálra. Ámde

$$r_{k_1} = \frac{\bar{r}_{k_1}}{e_i} = a_1.$$

---

\* Természetesen az itt szereplő  $e$  és  $a$  számok általánosságban nem egyeznek meg az I. §. hasonló betűivel.

a mi az előbbi egyenlőtlenségnek ellenmond. Tegyük már most fel, hogy az  $R_i(\lambda)$  számok között *pontosan*

$$k_1 + k_2 + \dots + k_f + l$$

van, a mely egyenlő  $\frac{a_1}{k_1}$ -vel. Ez szintén absurdumra fog vezetni, hacsak nem

$$l = 0, \quad f = 1.$$

Ugyanis praemissáink mellett a symmetrikus formák elméletéből:

$$r_{k_1+k_2+\dots+k_f+l} = \frac{\bar{r}_{k_1+k_2+\dots+k_f+l}}{e_i} = \frac{a_1}{k_1} (k_1 + k_2 + \dots + k_f + l).$$

Tehát az

$$\frac{a_1}{k_1} < \frac{a_2}{k_2} < \dots < \frac{a_s}{k_s}$$

egyenlőtlenségeknél fogva

$$r_{k_1+k_2+\dots+k_f+l} < a_1 + a_2 + \dots + a_f + l \frac{a_{f+1}}{k_{f+1}},$$

a mi ellenkezik az

$$r_{k_1+k_2+\dots+k_f+l} \geq a_1 + a_2 + \dots + a_f + l \frac{a_{f+1}}{k_{f+1}}$$

ténnyel.

3. Alkalmazzunk már most teljes inductiót. Legyen az  $R_i(\lambda)$  számok között  $k_1$  egyenlő  $\frac{a_1}{k_1}$ -vel,  $k_2$  egyenlő  $\frac{a_2}{k_2}$ -vel s i. t.  $k_{j-1}$  egyenlő  $\frac{a_{j-1}}{k_{j-1}}$ -vel. Mindenekelőtt kimutatjuk, hogy legalább is  $k_j$  számú olyan van, mely  $\frac{a_j}{k_j}$ -vel egyenlő. Ugyanis ellenkező esetben a symmetrikus formák elméletéből

$$r_{k_1+k_2+\dots+k_j} = \frac{\bar{r}_{k_1+k_2+\dots+k_j}}{e_i} > a_1 + a_2 + \dots + a_j$$

volna ellentétben az

$$r_{k_1+k_2+\dots+k_j} = a_1 + a_2 + \dots + a_j$$

ténnyel. Tegyük már most fel, hogy a vizsgált számok között *pontosan*

$$k_j + \dots + k_g + l$$

van, a mely egyenlő  $\frac{a_j}{k_j}$ -vel. Ez is absurdumra fog vezetni, ha csak nem

$$g = j, \quad l = 0.$$

Valóban a symmetrikus formák elméletéből:

$$r_{k_1 + \dots + k_j + \dots + k_g + l} = a_1 + \dots + a_{j-1} + \frac{a_j}{k_j} (k_j + \dots + k_g + l).$$

Tehát

$$r_{k_1 + \dots + k_j + \dots + k_g + l} < a_1 + \dots + a_j + \dots + a_g + l \frac{a_{g+1}}{k_{g+1}}$$

lenne, a mi ellenkezik az

$$r_{k_1 + \dots + k_g + l} \geq a_1 + \dots + a_g + l \frac{a_{g+1}}{k_{g+1}}$$

ténnyel. Ezzel teljesen be van bizonyítva, hogy a lehetséges karakteristikák tényleg mind fellépnek.

#### IV. §.

1. Legyen az  $\omega$  egész mennyiségnek, mely a  $(\Gamma)$  genus-tartományt állapítja meg, a  $P$  törzsmennyiségre vonatkozó valamelyik karakteristikája:

$$Ch = \frac{a}{k} \quad (1)$$

és legyenek  $a$  és  $k$  pozitív raczionális egész számok. Ha az *aequivalentia* értelmében

$$(a, k) = 1, \quad (2)$$

akkor a  $(\Gamma)$  tartomány foka nem kisebb, mint  $k$ . Ha ugyanis a  $(\Gamma)$  tartományhan

$$\begin{aligned} P &= \mathfrak{P}_1^{e_1} \mathfrak{P}_2^{e_2} \dots \mathfrak{P}_r^{e_r} \\ \omega &= \mathfrak{P}_1^{a_1} \mathfrak{P}_2^{a_2} \dots \mathfrak{P}_r^{a_r} \Omega; \quad (P, \Omega) = 1 \end{aligned} \quad (3)$$

akkor

$$ka_i = ae_i$$

és így (2)-ből

$$e_i \equiv 0 \pmod{k}, \quad (4)$$

a mivel állításunk be van bizonyítva.



2. Ha ezt az utolsó eredményt kellőleg általánosítva az előbb bebizonyított tételekkel összevetjük, kapjuk a következő tételt.

*Ha az (I) egyenlet együtthatói a II. §-ban részletezett feltételeknek megfelelnek és azonkívül még az aequivalentia értelmében*

$$(a_i, k_i) = 1, \\ (i=1, 2, \dots, s)$$

*akkor az egyenlet irreducibilis tényezőinek fokszámai a következő alakúak:*

$$n_{i_1 i_2 \dots i_q} = k_{i_1} + k_{i_2} + \dots + k_{i_q}$$

*a hol*

$$n = \sum_{i_1 i_2 \dots i_q} n_{i_1 i_2 \dots i_q}$$

*és az*

$$(i_1, i_2, \dots, i_q) \quad (K_q)$$

*combinációk csakis az*

$$1, 2, \dots, s \quad (S)$$

*szorzatból vett számokat tartalmaznak oly módon, hogy az (S) számok mindegyike egyszer és csak egyszer fordul elő a ( $K_q$ ) combinációkban.*

E helyen jegyezzük meg, hogy az (I) alakú egyenletekkel legelőször L. KÖNIGSBERGER foglalkozott, a ki több ízben behatóan tárgyalta az algebrai függvények sorbafejtését.\*

3. Az előbbi tétel levezetésébe, mint láttuk, geometriai elemek is beléptek, ott, a hol az egyenlet PUISEUX-féle számait meghatároztuk. Most ki fogunk mutatni tisztán arithmetikai úton egy segéd-tételt, melynek többszöri alkalmazásával az (I) egyenlet gyökeinek lehetséges karakteristikáit a PUISEUX-féle számok ismerete nélkül is meghatározhatjuk. Ez a segéd-tétel a következő.

*Ha az  $\omega$  mennyiség gyöke a*

$$z^n + C_1 z^{n-1} + C_2 z^{n-2} + \dots + C_{n-k} z^k + \dots + C_n = 0 \quad (II)$$

\* Az itt tekintetbe jövő dolgozat a következő helyen található: Crelle Journal 121. köt. 320—359. l. Meg kell azonban említenünk, hogy KÖNIGSBERGER fejtegetései könnyen felismerhető tévedéseket is tartalmaznak. L. még: Adalékok az irreducibilis egyenletek elméletéhez, Math. és Physikai Lapok XIII. k.

egyenletnek, melynek együtthatói az  $[(A), x_1, x_2, \dots, x_m]$  ill.  $[1], x_1, x_2, \dots, x_m]$  holoid tartományból származó algebrai egész mennyiségek  $\star$  és

$$C_i = P^{n-k}_{ai} \bar{C}_i, \\ (i=1, 2, \dots, n)$$

a hol  $P$  a holoid tartomány raczionális egész törzsmennyisége és  $C_i$  algebrai egész mennyisége, a pedig nem negatív raczionális egész szám, akkor:

$$\omega^{n-k} \equiv 0 \pmod{P^\alpha}. \quad (5)$$

Ha továbbá az  $\omega$  által meghatározott  $(\Gamma)$  genustartományban van  $P$ -nek oly  $\mathfrak{P}_\omega$  prímeáltényezője, melyre

$$\frac{\omega^{n-k}}{P^\alpha} \equiv 0 \pmod{\mathfrak{P}_\omega} \quad (6)$$

és még az *aequivalentia* értelmében

$$(\bar{C}_{n-k}, \mathfrak{P}_\omega) = 1; \quad (6\star)$$

akkor található az  $\omega$  és a  $\frac{1}{P^{n-k}}$  mennyiségek összetétele által szerkesztett  $(\Gamma')$  tartománynak oly  $D$  egész mennyisége, mely  $\mathfrak{P}_\omega$ -hez relatív prim oly módon, hogy a  $D\omega$  szorzat az:

$$x^k + \frac{C_{n-k+1}}{P^\alpha} x^{k-1} + \frac{C_{n-k+2}}{P^\alpha} Dx^{k-2} + \dots + \frac{C_n}{P^\alpha} D^{k-1} = 0 \quad (\text{II}\star)$$

egyenletet elégíti ki.

3. A bebizonyításra nézve osszszuk a (II) egyenletet  $P^{\frac{an}{n-k}}$  vel, lesz:

$$\left(\frac{z}{P^{\frac{\alpha}{n-k}}}\right)^n + \frac{C_1}{P^{\frac{\alpha}{n-k}}} \left(\frac{z}{P^{\frac{\alpha}{n-k}}}\right)^{n-1} + \dots + \frac{C_{n-k}}{P^\alpha} \left(\frac{z}{P^{\frac{\alpha}{n-k}}}\right)^k + \dots + \\ + \frac{C_n}{P^{\frac{an}{n-k}}} = 0. \quad (7)$$

---

$\star$  Tehát nem okvetlenül raczionális egész.

Mint hogy emez egyenlet együtthatói egész mennyiségek, azért (5) csakugyan helyes. Más oldalról:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\omega}{p^{n-k}} \right)^n + \frac{C_1}{p^{n-k}} \left( \frac{\omega}{p^{n-k}} \right)^{n-1} + \dots + \frac{C_{n-k}}{p^n} \left( \frac{\omega}{p^{n-k}} \right)^k = \\ = \left( \frac{\omega}{p^{n-k}} \right)^k \left( \frac{C_{n-k}}{p^n} + B \frac{\omega}{p^{n-k}} \right) + D \left( \frac{\omega}{p^{n-k}} \right), \end{aligned}$$

a hol  $B$  és  $D$  a  $(\Gamma')$  genustartomány egész mennyiségei és (6), (6\*) értelmében

$$(D, \mathfrak{P}_\omega) = 1. \quad (8)$$

Ezenkívül az  $\frac{\omega}{p^{n-k}}$  mennyiség gyöke a

$$Dy^k + \frac{C_{n-k+1}}{p^{\frac{\alpha(n-k+1)}{n-k}}} y^{k-1} + \dots + \frac{C_n}{p^{\frac{\alpha n}{n-k}}} = 0$$

egyenletnek, tehát a  $D\omega$  szorzat csakugyan kielégíti a (II\*) egyenletet.

4. E segédttétel többszöri alkalmazását nem akarjuk itt részletezni; csak azt emeljük ki, hogy ennek révén azt a *látszólagosan* általánosabb eredményt kapjuk, hogy az (I) egyenlet gyökeinek *lehetséges* karakteristikái az

$$\frac{a_1}{k_1}, \frac{a_2}{k_2}, \dots, \frac{a_s}{k_s}$$

számok, hacsak

$$\frac{a_1}{k_1} \leq \frac{a_2}{k_2} \leq \dots \leq \frac{a_s}{k_s}.$$

Ez az eredmény tényleg *nem* általánosabb, mert ha pl.

$$\frac{a_1}{k_1} = \frac{a_2}{k_2} < \frac{a_s}{k_s},$$

akkor a II. §-ból tudjuk, hogy a megfelelő PUISEUX-féle polygon első oldalának szögpontjai a

$$z^n, z^{n-(k_1+k_2)}$$

hatványokhoz tartozó pontok; a  $z^{n-k_1}$ -hez tartozó pont rajta van az első oldalon és az első PUISEUX-féle szám:

$$\frac{a_1}{k_1} = \frac{a_2}{k_2} = \frac{a_1 + a_2}{k_1 + k_2}.$$

5. Még csak azt akarjuk végül megmutatni, hogy egy először E. NETTO\* által kimutatott irreducibilitási tétel hogyan következik tételeinkből. A hivatkozott tétel a következő.

*Ha a*

$$z^n + c_1 z^{n-1} + \dots + c_{n-k} z^k + \dots + c_n$$

*polynomban az összes együtthatók oszthatók a  $p$  törzsszámmal és  $c_{n-k}$  pontosan  $p$  első hatványával, akkor a polynomnak van oly irreducibilis tényezője, melynek foka nem kisebb, mint  $n-k$ .*

Ugyanis a præmissák szerint a polynomhoz tartozó PUISEUX-féle polygon olyan, hogy az első oldalhoz tartozó PUISEUX-féle szám pozitív, de nem nagyobb, mint  $\frac{1}{n-k}$ . Ebből az következik, hogy a megfelelő egyenlet gyökeinek összes

$$Ch = \frac{a_i}{e_i}$$

charakteristikáira

$$a_i \geq 1,$$

továbbá az is, hogy létezik oly  $i$  index, melyre

$$\frac{a_i}{e_i} \leq \frac{1}{n+k},$$

vagyis

$$e_i \geq n-k,$$

a mivel a tétel be van bizonyítva.

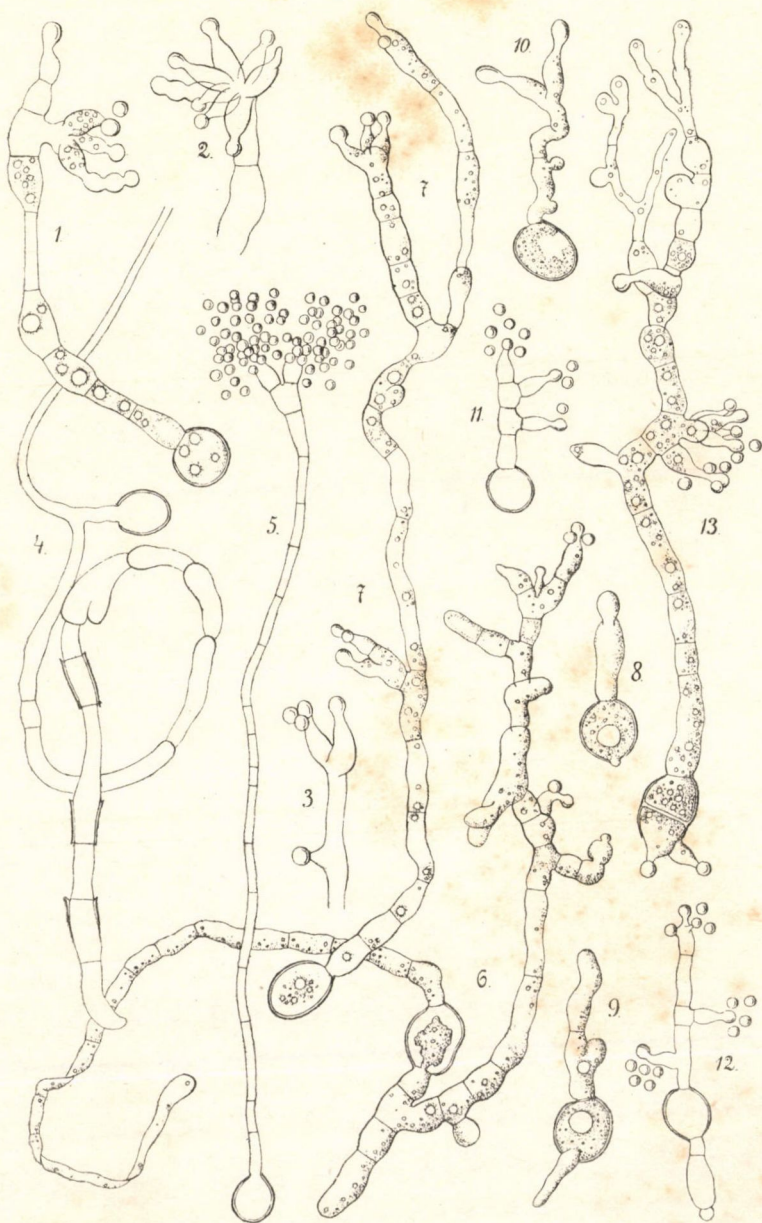
---

\* Math. Annalen 48, p. 85.

















# A LINEÁR DIFFERENTIALRENDSZEREK ELMÉLETÉHEZ.

SCHLESINGER LAJOS I. tagtól.

(Harmadik közlemény.)<sup>1</sup>

## IV.

A  $(2n)^2$  elemből álló  $(w_{ik})$  matrixról, mely  $2n^2$  valós

$$\begin{matrix} u_{ik}, v_{ik} \\ (i, k=1, 2, \dots, n) \end{matrix}$$

elemből az előbbi fejezet (6) alatti alakban összerakható, tehát

$$(w_{ik})_{(i, k=1, 2, \dots, 2n)} = \begin{pmatrix} \begin{matrix} u_{ik} \\ (i, k=1, 2, \dots, n) \end{matrix} & \begin{matrix} v_{i-n, k} \\ (i=n+1, \dots, 2n) \\ (k=1, 2, \dots, n) \end{matrix} \\ \begin{matrix} -v_{i, k-n} \\ (i=1, 2, \dots, n) \\ (k=n+1, \dots, 2n) \end{matrix} & \begin{matrix} u_{i-n, k-n} \\ (i, k=n+1, \dots, 2n) \end{matrix} \end{pmatrix},$$

azt fogjuk mondani, hogy *hasított matrix* és hogy a *complex*

$$\begin{matrix} (u_{ik} + \sqrt{-1}v_{ik}) \\ (i, k=1, 2, \dots, n) \end{matrix}$$

matrixból *hasítás útján* keletkezik.

Az ilyen hasított matrixokról számos fölötté érdekes algebrai tételt lehet kimondani; mi itt a következők fölemlítésére szorítkozunk, mivel vizsgálatainknak a folytatásában csak ezekre van szükségünk.

---

<sup>1</sup> Lásd az első és második közleményt ezen Ertesítő XXII. és XXIII. kötetében.

I. Legyen

$$\begin{aligned}(c_{ik}) &= (\gamma_{ik} + \varepsilon_{ik} \sqrt{-1}), \\ (y_{ik}) &= (u_{ik} + v_{ik} \sqrt{-1}) \\ (i, k=1, 2, \dots, n)\end{aligned}$$

két tetszőleges complex matrix, akkor a componált

$$(c_{ik}) (y_{ik})$$

matrixból hasítás útján keletkező matrix, a  $(c_{ik})$ -ból és  $(y_{ik})$ -ból hasítás útján keletkező matrixokból ugyanily sorrendben van componálva. Hasított matrixok compositiojával adódó matrixok ismét hasítottak.

II. Az egységnyi matrix  $(\delta_{ik})$   $(i, k=1, 2, \dots, 2n)$  hasított lévén, közvetlenül adódik, hogy a  $(c_{ik})^{-1}$ -ből hasítás útján keletkező matrix annak az inverse, a mely  $(c_{ik})$ -ból hasítás útján keletkezett. Hasított matrix inverse ismét hasított.

III. A  $(c_{ik})$  complex matrixból hasítás útján keletkezett matrix fundamental egyenletének <sup>1</sup> gyökei nem egyebek, mint a  $(c_{ik})$  fundamentalegyenletének gyökei és ezeknek conjugált complex értékei. A hasított matrix determinánsa tehát a complex matrix determinánsának a *normája*.

IV. Ha

$$(y_{ik}) = (u_{ik} + \sqrt{-1} v_{ik}) \\ (i, k=1, 2, \dots, n)$$

egy *monogen* matrix, azaz olyan, melynek elemei az  $x = \xi + \eta \sqrt{-1}$  complex változó monogen függvényei, akkor, ha az  $(y_{ik})$  matrix determinánsa nem identice zéró, a

$$D_x(y_{ik}) = (y_{ik})^{-1} \left( \frac{dy_{ik}}{dx} \right)$$

jelölést bevezetjük. Ha azután  $(w_{ik})$  az a matrix, mely  $(y_{ik})$ -ból  $(i, k=1, 2, \dots, 2n)$  hasítás útján keletkezik, akkor

<sup>1</sup> A  $(c_{ik})$  matrix *fundamentalegyenletén* a

$$|c_{ik} - \delta_{ik} \omega| = 0$$

egyenletet értjük. Ez egyenlet gyökeit, SYLVESTER szerint, a  $(c_{ik})$  matrix *latus gyökeinek* is mondjuk.

$$\begin{aligned} D_{\xi}(w_{ik}) & \text{ a } D_x(y_{ik})\text{-ből} \\ D_{\eta}(w_{ik}) & \text{ a } \sqrt{-1} D_x(y_{ik})\text{-ből} \end{aligned}$$

keletkezik hasítás útján.

★

A III. fejezetben tárgyalt  $(R')$  differenciálrendszer legáltalánosabb integrálmatrixa nem hasított; de hasított integrálmatrixot nyerünk, ha a tetszésszerű  $\xi = \xi_0$ ,  $\eta = \eta_0$  ponthoz tartozó kezdőértékek matrixát hasítottnak választjuk, azaz ha a III. fejezet (3) egyenletével értelmezett  $(w_{ik})$  integrálmatrixot egy tetszésszerű  $(i, k=1, 2, \dots, 2n)$  hasított és állandó matrixszal balfelől componáljuk. Ha tehát  $(c_{ik})$  complex, tetszőleges állandó elemekből  $(i, k=1, 2, \dots, n)$

$$c_{ik} = \gamma_{ik} + \varepsilon_{ik} \sqrt{-1} \quad (i, k=1, 2, \dots, n)$$

álló matrix, melynek determinánsa zérótól különböző, akkor a

$$(c_{ik})(y_{ik}) \quad (1)$$

ből hasítás útján keletkező matrix az  $(R')$  differenciálrendszer legáltalánosabb hasított integrálmatrixa, és így az (1) matrix maga az

$$\frac{dy_k}{dx} = \sum_{\lambda=1}^n a_{\lambda k} y_{\lambda} \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

complex differentialrendszer általános integrálmatrixa, a hol  $(y_{ik})$  a III. fejezet (9) egyenletével értelmezett matrixot jelenti.

Az  $(y_{ik})$  értelmezése meg a IV. tétel már most közvetlenül azt mutatják, hogy az első fejezetben valós változótól függő matrixokra levezetett (I), ... (VIIa) képletek complex változó esetre is érvényben maradnak, ha oly  $S$  területre szorítkozunk, a mely egyszeresen összefüggő és a melyen belül az (A) rendszer  $a_{ik}$  coefficiensei holomorphok. Továbbá a complete integrálható differenciálrendszerekre a II. fejezetben levezetett tételek és az I. II tételekből következik, hogy az  $S$ -en belül fekvő zárt  $\Gamma$  görbe mentén vett integrálmatrix

$$\Gamma \int (a_{ik} dx + \partial_{ik}) = (\partial_{ik}), \quad (2)$$

míg ha  $T$  egy többszörösen összefüggő területet jelent, a melyen belül az  $a_{ik}$ -k holomorphok és mely a  $q_1, \dots, q_{p-1}$  metszetek által egyszeresen összefüggő  $\bar{T}$  területté alakul, a valamely  $T$ -n belül fekvő, az  $x_0$  pontot az  $x$ -szel összekapcsoló  $c$  görbe mentén vett integrálmatrix

$$\widehat{c \int_{x_0}^x (a_{ik} dx + \partial_{ik})} \quad (3)$$

általában nem független a  $c$  görbe választásától. Hanem ha  $\bar{c}$  egy egészen  $\bar{T}$ -n belül elhúzódó görbét jelent, és az egyértékűleg meghatározott

$$\widehat{\bar{c} \int_{x_0}^x (a_{ik} dx + \partial_{ik})} = \widehat{\bar{T} \int_{x_0}^x (a_{ik} dx + \partial_{ik})} \quad (4)$$

integrálmatrixot  $(y_{ik})$ -val jelöljük, akkor az oly  $c_\lambda$  görbe mentén vett integrálmatrix, a mely a  $q_\lambda$  metszetet egyszer pozitív értelemben átlépi:

$$c_\lambda \widehat{\int_{x_0}^x (a_{ik} dx + \partial_{ik})} = (c_{ik}^{(\lambda)})(y_{ik}), \quad (5)$$

a hol  $(c_{ik}^{(\lambda)})$  egy állandó matrixot jelöl, mely nem egyéb, mint az oly  $\Gamma_\lambda$  zárt görbe mentén vett integrálmatrix

$$(c_{ik}^{(\lambda)}) = \Gamma_\lambda \widehat{\int_{x_0}^{x_0} (a_{ik} dx + \partial_{ik})}, \quad (6)$$

mely az  $x_0$  pontból kiindul és a  $q_\lambda$  metszetnek egyszeri pozitív értelemben való átlépése után ugyanezen ponthoz visszatér. Ha  $\Gamma$  egy tetszésszerű  $x_0$ -ból kiinduló és oda visszatérő görbe, mely teljesen  $T$ -n belül foglaltatik, akkor végre

$$\Gamma \widehat{\int_{x_0}^{x_0} (a_{ik} dx + \partial_{ik})} \quad (7)$$

egy állandó matrix, mely a  $(c_{ik}^{(\lambda)})$  ( $\lambda=1, 2, \dots, p-1$ ) matrixokból és azoknak inverseiből van összerakva. Lényeges az, hogy úgy a (6), mint a (7) alatti integrálmatrixok az  $x_0$  kiinduló pont-

tól *függnek*, a mennyiben,<sup>1</sup> ha pl.  $x_1$  a  $\Gamma$ -nak valamelyik  $x_0$ -tól különböző pontját jelenti:

$$\Gamma \int_{x_1}^{x_1} (a_{ik} dx + \delta_{ik}) = (y_{ik})_{x_1}^{-1} \cdot \Gamma \int_{x_0}^{x_0} (a_{ik} dx + \delta_{ik}) \cdot (y_{ik})_{x_1}; \quad (8)$$

csak  $n=1$  esetben, a midőn a matrixok egyszerű mennyiségek, a matrixok compositiója — mely általánosan  $n>1$ -re nem commutativ — pedig mennyiségek szorzatává válik, a zárt  $\Gamma$  görbe mentén vett integrálmatrix, mely ez esetben nem egyéb mint

$$e^{\Gamma \int a dx},$$

a kiinduló ponttól független. A (3) alatti integrálmatrix

$$(c_{ik}) (y_{ik}) \quad (9)$$

alakban írható, a hol  $(c_{ik})$  egy matrixot jelent, mely a (6) matrixokból és azok inverseiből össze van rakva. A (9) kifejezésről szokott módon azt fogjuk mondani, hogy egy matrixot ábrázol, mely  $(y_{ik})$ -ből a  $(c_{ik})$  *substitutio alkalmazásával* ered.

★

A következőben rendszeren az

$$c \int_{x_0}^x (a_{ik} dx + \delta_{ik})$$

helyett az egyszerűbb

$$c \int_{x_0}^x (a_{ik})$$

jelölést használjuk.

Legyen ismét  $S$  valamely egyszeresen összefüggő terület, a melyen belül az  $a_{ik}$ -k holomorphok, akkor az

$$(y_{ik}) = S \int_{x_0}^x (a_{ik})$$

---

<sup>1</sup> V. ö. VOLTERRA, Memorie etc. 1899, p. 19.

integrálmatrix az  $S$  minden pontjában zérótól különböző értékkel bír, a mi az ismeretes JACOBI-féle tételből,<sup>1</sup> mely szerint

$$(y_{ik}) = A = e^{\int_{x_0}^x \sum_{k=1}^n a_{kk} dx}, \quad (10)$$

tüstént kiviláglik. Az

$$(a_{ik}) = D_x (y_{ik}) = (y_{ik})^{-1} \left( \frac{dy_{ik}}{dx} \right) \quad (11)$$

egyenletből fordítva az következik, hogy az oly pont környezetében, a melyben az  $(y_{ik})$  matrix elemei holomorphok, és a mely pontban az  $(y_{ik})$  determinans nem zéró, az  $a_{ik}$ -k is holomorphok. Az oly pont pedig, a melynek környezetében az  $(y_{ik})$  elemei holomorphok ugyan, de a mely pontban  $y_{ik} = 0$ , a (10) egyenlet szerint szükségképen *singularis* pontja az  $(A)$  differentiálrendszer coefficientseinek, a mely pont környezetében azonban a (11) egyenlet értelmében az  $a_{ik}$ -k racionális függvények jellegével bírnak. Az ily *singularis* pontot — mivel ott az integrálok holomorphok — a differentiálrendszer vagy az integrálmatrix *lényegtelen* (ausserwesentlich<sup>2</sup>) *singularis pontjának* mondjuk.

Vizsgáljuk most általánosan az  $(y_{ik})$  integrálmatrix magatartását az oly  $x=a$  pont környezetében, mely az  $a_{ik}$  coefficientseknek izolált *singularis* pontja és melynek környezetében e coefficientsek egyértékűek.<sup>3</sup>

Az  $a$  pont körül tudunk oly területet kijelölni, a mely az  $a_{ik}$  coefficientseknek  $a$ -tól különböző *singularis* pontját nem foglalja magában; legyen e terület  $T$ . Az  $a$  pontot kizárva s a kizáró görbét a  $T$  határvonalának valamelyik pontjával  $q$ -metszet által összekapcsolva, egy  $\bar{T}$  egyszeresen összefüggő területet nyerünk, a melyen belül az  $a_{ik}$ -k holomorphok. Ha  $x_0$  rögzített,  $x$  pedig változó pontja a  $\bar{T}$ -nek, akkor az

$$(y_{ik}) = \bar{T} \int_{x_0}^x (a_{ik})$$

<sup>1</sup> JACOBI, Werke IV, p. 403.

<sup>2</sup> FUCHS, CRELLE Journal Bd. 68, Werke. I. (1904), p. 232.

<sup>3</sup> Tehát LAURENT-féle sorokkal előállíthatók. Mi e sorokat, mint általában mindennemű hatványsort, elvileg nem használjuk.



integrálmatrix  $T$ -n belül egyértékűleg van meghatározva. Legyen  $\sigma$  egy az  $x_0$ -ból kiinduló *hurok* (lacet), mely a  $q$  metszetet egyszer pozitív értelemben átlépi (az  $a$  pontot pozitív értelemben megkerüli), akkor az

$$\sigma \int_{x_0}^{x_0} (a_{ik}) = (c_{ik}) \quad (12)$$

egy jól meghatározott állandó matrix el nem tűnő determinanssal. Ha az  $x$  zárt utat rajzol, mely az  $a$  pontot egyszer pozitív értelemben megkerüli, akkor  $(y_{ik})$  átmegy

$$c \int_{x_0}^x (a_{ik}) = (c_{ik}) (y_{ik})$$

-ba, a hol  $c$  egy  $x_0$ -tól  $x$  felé vont, egészen  $T$ -n belül elhúzódo görbét jelent, mely a  $q$  metszetet egyszer pozitív értelemben átlépi. Ha  $\tau$  egy hurkot jelent, mely az  $x_0$ -tól különböző  $x_1$  pontból az  $a$  körül indul, akkor az előbbieket szerint

$$\tau \int_{x_1}^{x_1} (a_{ik}) = (y_{ik})_{x_1}^{-1} (c_{ik}) (y_{ik})_{x_1},$$

és e matrix azt a substitutiót szolgáltatja, melyet az

$$T \int_{x_1}^x (a_{ik}) = (y_{ik})_{x_1}^{-1} (y_{ik})$$

integrálmatrix az  $a$  pont egyszeri pozitív értelemben való megkerülésével szenved.

Az  $n=1$  esetben  $y$  az  $a$  pont megkerülésével egy állandó  $c$  factorral szorozódik. Ez esetben az  $y$  analitikai előállítását az  $a$  környezetében következőképen nyerjük. Az  $(x-a)^r$  kifejezés, ha

$$r = \frac{\log c}{2\pi \sqrt{-1}},^1$$

ugyancsak  $c$ -vel szorozódik, ha  $x$  az  $a$  pontot megkerüli, ennél fogva

---

<sup>1</sup> Az  $r$  tehát csak additív egész számoktól eltekintve van meghatározva.

$$y = (x-a)^r \varphi(x),$$

a hol  $\varphi(x)$  az  $a$  környezetében egyértékű. Az  $(x-a)^r$  pedig az

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{\log c}{2\pi\sqrt{-1}} \cdot \frac{1}{x-a} \eta$$

lineár differenciálegyenletnek tesz eleget. Általánosan  $n$  esetén oly  $(\eta_{ik})$  matrixot fogunk keresni, mely egy

$$\frac{d\eta_k}{dx} = \sum_{\lambda=1}^n \frac{A_{\lambda k}}{x-a} \eta_\lambda \quad (I)$$

( $k=1, 2, \dots, n$ )

alakú, úgynevezett CAUCHY-féle differenciálrendszert kielégít, és mely az  $a$  pont megkerülésével ugyanazt a  $(c_{ik})$  substitutiót szenved, mint  $(y_{ik})$ , azaz  $(\eta_{ik})$ -val az  $a$  pontra nézve *cogrediens*. Ha sikerül az  $(\eta_{ik})$ -nak ily módon való meghatározása,<sup>1</sup> azaz ha sikerül az  $A_{ik}$  állandókat akkép meghatározni, hogy

$$\sigma \int_{x_0}^{x_0} \left( \frac{A_{ik}}{x-a} \right) = (c_{ik}),$$

akkor hasonlóképen mint  $n=1$  esetén az

$$(\eta_{ik})^{-1} (\eta_{ik}) = (\varphi_{ik}) \quad (13)$$

matrix elemei az  $a$  környezetében egyértékűek, és az  $(y_{ik})$  matrix analitikai előállításra ez lesz:

$$(y_{ik}) = (\eta_{ik}) (\varphi_{ik}). \quad (14)$$

A  $(I)$  alakú, CAUCHY-féle differenciálrendszernek elmélete, illetőleg az ilyen rendszerből

$$t = \log(x-a)$$

-nek mint új független változónak bevezetésével keletkező

$$\frac{d\eta_k}{dt} = \sum_{\lambda=1}^n A_{\lambda k} \eta_\lambda \quad (A)$$

( $k=1, 2, \dots, n$ )

<sup>1</sup> V. ö. VOLTERRA, l. c. p. 25 s. köv.

állandó coefficiensű rendszerek elmélete az irodalomban annyira ki van dolgozva,<sup>1</sup> hogy fölöslegesnek látszik itt részletesen ez elmélettel foglalkozni. Csak néhány szóval beleillesztjük azt jelöléseink rendszerébe.

A  $(\Gamma)$  rendszernek amaz integrálmatrixa, mely  $x=a+1$  pontban  $(\delta_{ik})$ -ra redukálódik

$$\int_{a+1}^x \left( \frac{A_{ik}}{x-a} \right) = (\gamma_{ik})$$

többé vagy kevésbé komplikált alakban explicite előállítható, és elemei lineár aggregatumai állandó coefficienssekkel az

$$(x-a)^{\rho_k}, \quad \frac{(x-a)^{\rho_k}}{\lambda!} [\log(x-a)]^{\lambda}$$

kifejezéseknek, a hol  $\rho_1, \dots, \rho_n$  az

$$|A_{ik} - \delta_{ik}\rho| = 0 \\ (i, k=1, 2, \dots, n)$$

*charakteristikus egyenlet* gyökei. Ismeretes, hogy az  $(\gamma_{ik})$  matrix lényegesen az  $(A_{ik} - \delta_{ik})$  matrix *elemi osztóival* van meghatározva. Ha  $x$  az  $a$  pont körül zárt utat rajzol, akkor az  $(\gamma_{ik})$  matrix egy könnyen fölírható, jól meghatározott  $(\gamma_{ik})$  állandó matrix-szal szorzódik és pedig balfelől; a

$$(\gamma_{ik} - \delta_{ik}\omega) \tag{15}$$

matrix elemi osztói, tehát az  $(A_{ik} - \delta_{ik}\rho)$  elemi osztóival teljesen meg vannak határozva; különösen ismeretes, hogy a  $(\gamma_{ik})$  latens gyökei  $\omega_1, \dots, \omega_n$  az  $(A_{ik})$  latens gyökeivel  $\rho_1, \dots, \rho_n$ -nel

$$\omega_k = e^{2\pi \sqrt{-1} \rho_k} \\ (k=1, 2, \dots, n)$$

alakban kifejezhetők. De fordítva is könnyen belátható, hogy az  $(A_{ik})$  matrixot mindig akkép tudjuk meghatározni, hogy  $(\gamma_{ik} - \delta_{ik}\omega)$

<sup>1</sup> Lásd pl. MUTH, Elementartheiler, Leipzig, 1899, p. 195; VOLTERRA az i. h. I. p. 1. s köv.; LAURENT, Traité d'Analyse, t. V, Paris 1890, stb. stb.

szabott elemi osztókkal birjon. Ha pld. ezek a szabott elemi osztók mind egyszerűek:

$$\omega - \omega_k, \\ (k=1, 2, \dots, n)$$

akkor az  $(A_{ik})$  matrixot csak akkép kell választani, hogy  $(A_{ik} - \delta_{ik}\rho)$ -nak elemi osztói

$$\rho - \frac{\log \omega_k}{2\pi \sqrt{-1}} \\ (k=1, 2, \dots, n)$$

legyenek, azaz

$$(A_{ik}) = (B_{ik}) \begin{pmatrix} \frac{\log \omega_1}{2\pi \sqrt{-1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\log \omega_2}{2\pi \sqrt{-1}} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\log \omega_n}{2\pi \sqrt{-1}} \end{pmatrix} (B_{ik})^{-1},$$

a hol  $(B_{ik})$  egy tetszőleges állandó matrix el nem tűnő determinánssal, és azt látjuk, hogy a  $(B_{ik})$ -val transformálandó kanonikus matrix átlós tagjai is *csak additívus egész számoktól eltekintve* vannak meghatározva.

Képzeljük már most az  $(A_{ik})$ -kat akkép meghatározva, hogy a  $(\gamma_{ik} - \delta_{ik}\omega)$  matrix elemi osztói a  $(c_{ik} - \delta_{ik}\omega)$  elemi osztóival egyezzenek, a hol  $(c_{ik})$  a (12)-vel értelmezett matrixot jelenti, akkor tudjuk, hogy

$$(c_{ik}) = (\beta_{ik}) (\gamma_{ik}) (\beta_{ik})^{-1},$$

a hol  $(\beta_{ik})$  egy állandó, el nem tűnő determinánsú matrixot jelent; a

$$(\beta_{ik}) \int_{a+1}^x \left( \frac{A_{ik}}{x-a} \right) \quad (16)$$

integrálmatrix, tehát az  $a$  pont megkerülése után épen  $(c_{ik})$ -val szorozódik balfelől. Ha még azt a matrixot, a melyre a (16) matrix  $x=x_0$  pontban redukálódik,  $(\zeta_{ik})$ -val jelöljük, akkor a

$$(\beta_{ik}) \cdot \int_{a+1}^x \left( \frac{A_{ik}}{x-a} \right) \cdot (\zeta_{ik})^{-1} = (\eta_{ik}) \quad (17)$$

épen a keresett,  $(y_{ik})$ -val az  $a$  pontra nézve cogrediens matrix lesz, mely az I. fejezet (IIa) képlete értelmében, az

$$(\xi_{ik})^{-1} \begin{pmatrix} A_{ik} \\ \vdots \\ \gamma_{ik} - \delta_{ik}\omega \end{pmatrix} (\xi_{ih})$$

coefficiens-matrixszal bíró CAUCHY-féle differentálrendszert kielégíti. A (17) matrix a reá rótt föltételek által nincsen teljesen meghatározva (lásd a fönt csupa egyszerű elemi osztók esetére tett megjegyzést), a mennyiben t. i. azok a kitevők, a melyek az  $(x-a)$ -nak  $(\eta_{ik})$  elemeiben szereplő hatványaihoz tartoznak, és melyek nem egyebek mint  $(A_{ik} - \delta_{ik}\rho)$ -nak elemi osztói, csak egész számoktól eltekintve határozatnak meg a  $(\gamma_{ik} - \delta_{ik}\omega)$  elemi osztóinak megadásával. E határozatlanságot egyelőre megtartva, az  $(\eta_{ik})$ -t egy  $a(c_{ik})$  substitutiónak megfelelő CAUCHY-féle matrixnak fogjuk nevezni; az ilyenek segítségével akkor  $(y_{ik})$  a (14) alakban előállítható.

## V.

Most tüzetesebb tárgyalás alá vesszük azt az esetet, a mikor az  $x=a$  singularis pont, a melynek környezetében az (A) differentálrendszer  $a_{ik}$  coefficiensei egyértékűek, az  $(y_{ik})$  integrálmatrix elemeinek nem *határozatlansági helye* (FUCHS), azaz, hogy az  $y_{ik}$ -k  $(x-a)$ -nak bizonyos hatványaival szorozva  $x=a$ -ban véges értékkel bírnak. Ez az eset pld. akkor adódik, ha  $x=a$  az  $(y_{ik})$  matrixnak lényegtelen singularis pontja (lásd fönt). Ha az  $y_{ik}$ -k  $x=a$ -ban nem határozatlanok, akkor az előbbi fejezet (13) egyenletével értelmezett  $(\varphi_{ik})$  matrix elemei  $x=a$  pontban *rationális függvények* jellegével bírnak; ugyanezen fejezet (11) egyenlete szerint az  $a_{ik}$  coefficiensek  $x=a$ -ban szintén úgy viselkednek mint rationalis függvények, és különösen következik a JACOBI-féle egyenlethől (IV. fej. (10)), hogy

$$\sum_{k=1}^n a_{kk} = \frac{P'(x)}{P(x-a)}, \quad (1)$$

a hol  $P(x)$  az  $x=a$  környezetében holomorph. Az  $(\eta_{ik})$  CAUCHY-féle matrixot most akkép választhatjuk, hogy a  $(\varphi_{ik})$  matrix elemei  $x=a$  környezetében holomorphok és hogy ezek az elemek  $x=a$ -

ban nem egyszerre egyenlők zéróval. Az ilyen  $(y_{ik})$  CAUCHY-féle matrixról azt mondjuk, hogy  $(y_{ik})$  az  $x=a$  pontban ehhez az  $(y_{ik})$ -hoz tartozik. Legyen az ekkép választott  $(y_{ik})$ -ra nézve

$$D_x(y_{ik}) = \left( \frac{A_{ik}}{x-a} \right). \quad (2)$$

Ha még

$$(b_{ik}) = D_x(\varphi_{ik}), \quad (3)$$

akkor az  $x=a$  pont a

$$\frac{d\varphi_k}{dx} = \sum_{\lambda=1}^n b_{\lambda k} \varphi_\lambda \quad (4)$$

( $k=1, 2, \dots, n$ )

differentialrendszernek általánosan szólva lényegtelen singuláris pontja, mivel a  $|\varphi_{ik}|$  determináns általánosan  $x=a$ -ban még véges rendszámú zéró lehet. A JACOBI-féle egyenlet szerint, t. i.

$$|y_{ik}| = (x-a)^r \cdot \Phi(x),$$

a hol  $\Phi(x)$  az  $a$  pont környezetében holomorph függvény, mely  $x=a$ -ban zérótól különbözik, és

$$r = \text{Res}_a \sum_{k=1}^n a_{kk} = P'(a),$$

továbbá

$$y_{ik} = c(x-a)^{\sum_{k=1}^n \rho_k},$$

a hol  $c$  állandót jelent és  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$  nem egyebek mint a

$$|A_{ik} - \delta_{ik}\rho| = 0$$

egyenlet gyökei. Az

$$y_{ik} = |y_{ik}| \cdot |\varphi_{ik}| \quad (5)$$

egyenlet szerint lesz tehát

$$|\varphi_{ik}| = (x-a)^R \cdot \Phi(x), \quad \Phi(a) \neq 0, \quad (6)$$

$$R = \text{Res}_a \sum_{k=1}^n a_{kk} - \sum_{k=1}^n \rho_k \quad (7)$$

és megeshetik hogy  $R > 0$ .

Tegyük fel azonban, hogy  $R=0$ ! Akkor  $|\varphi_{ik}|$   $x=a$ -ban zérótól különbözik, a (4) differentálrendszer coefficiensei tehát,

és épen úgy a  $(\varphi_{ik})^{-1}$  matrix elemei  $x=a$  környezetében holomorphok. Az

$$(y_{ik}) = (\eta_{ik})(\varphi_{ik})$$

egyenlet és az I. fejezet (II) egyenlete szerint azonban

$$(a_{ik}) = (\varphi_{ik})^{-1} \left( \frac{A_{ik}}{x-a} \right) (\varphi_{ik}) + (b_{ik}), \quad (8)$$

a miből mindenekelőtt az következik, hogy az  $a_{ik}$ -k  $x=a$ -ban csak elsőrendű polussal birhatnak, és továbbá, tekintettel arra, hogy

$$(y_{ik})_{x=a} = (\eta_{ik})_{x=a} = (\delta_{ik})$$

szerint

$$(\varphi_{ik})_{x=a} = (\delta_{ik}),$$

az is, hogy

$$\text{Res}_a a_{ik} = A_{ik}.$$

Ebben az esetben tehát annak a differentiálrendszernek a coefficientsei, a mely az  $(\eta_{ik})$  CAUCHY-féle matrixot szolgáltatja, a melyhez  $(y_{ik})$  az  $x=a$  pontban tartozik, egyszerűen az  $(A)$  differentiálrendszer coefficientseiből az  $x=a$ -ban holomorph részek elhagyásával keletkeznek. A

$$(\text{Res}_a a_{ik} - \rho \delta_{ik})$$

matrixot az  $(a_{ik})$   $x=a$  polushoz tartozó résidu-matrixának, az

$$|\text{Res}_a a_{ik} - \rho \delta_{ik}| = 0 \quad (9)$$

egyenletet, melynek gyökei a  $\rho_1, \dots, \rho_n$  mennyiségek, a classicus elméletben alkalmazott terminológiával, az  $x=a$ -hoz tartozó determináló fundamentalegyenletnek nevezzük, az  $(y_{ik})$  matrixról pedig azt mondjuk, hogy az  $x=a$  pontban normál alakú.

Az általános esetben, a mikor  $R > 0$ , a  $\varphi_{ik}$  matrixot egy eljárásnak vetjük alá, mely a KRONECKER adta reductionnak<sup>1</sup> az itt főnforgó esetre való alkalmazásában áll. Ezen eljárás a következő: A  $(\varphi_{ik})$  matrix egy és ugyanazon oszlopában foglalt elemeiből képzeljük az  $(x-a)$ -nak legmagasabb hatványát kihúzva, mely az illető oszlop összes elemeiben szerepel; legyen

<sup>1</sup> V. ö. HENSEL-LANDSBERG, Theorie der algebraischen Functionen, Leipzig, 1902, p. 169.

$$\varphi_{ik} = a_{ik} (x-a)^{g_k} [1 + \bar{\varphi}_{ik}],$$

$$(k=1, 2, \dots, n)$$

a hol  $\bar{\varphi}_{ik}$  az  $x=a$  környezetében holomorph és az  $x=a$ -ban egyenlő zéróval,  $g_k$  nem negatív egész szám és az  $a_{ik}$  állandók közül  $i=1, 2, \dots, n$ , legalább egy nem egyenlő zéróval. Akkor nyilvánvaló, hogy

$$\sum_{k=1}^n g_k \leq R. \quad (10)$$

*Ha az egyenlőség jele áll, akkor*

$$(\varphi_{ik}) = (a_{ik} [1 + \bar{\varphi}_{ik}]) \cdot (\partial_{ik} (x-a)^{g_k})$$

és a (6) egyenlet

$$\lim_{x=a} |a_{ik} [1 + \bar{\varphi}_{ik}]| \neq 0,$$

$$i, k=1, 2, \dots, n$$

a miből következik, hogy a *kezdő tagok*  $|a_{ik}|$  determinánsa is zérótól különböző.

Ha pedig a (10)-ben a «kisebb» jele érvényes, azaz ha  $|a_{ik}|$  determináns egyenlő zéróval, akkor az által, hogy a  $(\varphi_{ik})$  oszlopait állandókkal megszorozzuk, és hogy, ha  $g_\lambda < g_\nu$ , a  $\nu$ -dik oszlop elemeiből a  $\lambda$ -dik oszlopnak  $\text{const. } (x-a)^{g_\nu - g_\lambda}$ -val szorzott elemeit kivonjuk, elérhetjük azt, hogy az így átalakított  $(\psi_{ik})$  matrixra nézve (a mely  $(\psi_{ik})$  matrix determinánsa a  $(\varphi_{ik})$  determinánstól csak állandó factorban különbözik) az *oszlopok osztói*-nak a szorzata pontosan  $(x-a)^R$ -rel egyezik, úgy hogy

$$(\psi_{ik}) = (\pi_{ik}) (\partial_{ik} (x-a)^{r_k}),$$

a hol a  $r_k$  nem negatív egész számok összege :

$$\sum_{k=1}^n r_k = R, \quad (11)$$

a  $\pi_{ik}$ -k pedig  $x=a$  környezetében holomorphok és

$$\lim_{x=a} |\pi_{ik}| \neq 0. \quad (12)$$

Az átmenet  $(\varphi_{ik})$ -tól  $(\psi_{ik})$ -hoz azonban akkép történik, hogy  $(\varphi_{ik})$ -t jobb felől oly  $(g_{ik})$  matrixszal componáljuk, melynek elemei lineár aggregatumaik az  $(x-a)$  nem negatív kitevőjű hatványai-



nak, és melynek determinánsa állandó; az ilyen  $(g_{ik})$  matrixot *neutris matrixnak* mondjuk. Nyilvánvaló, hogy valamely neutris matrix invers matrixa szintén neutris. Lesz tehát

$$(\varphi_{ik}) = (\pi_{ik}) (\partial_{ik} (x-a)^{\gamma_k}) (h_{ik}), \quad (13)$$

a hol a (11), (12) fönnállásával  $(h_{ik})$  neutris matrixot jelent.

A

$$(z_{ik}) = (\eta_{ik}) (\pi_{ik}) \quad (14)$$

matrix  $x=a$ -ban nyilvánvalóan *normal alakú*, azaz, hogy a

$$D_x(z_{ik}) = (b_{ik}) \quad (15)$$

matrix elemei  $x=a$  pontban legfőlebb elsőrendű polussal bírnak, és

$$D_x(\eta_{ik}) = \left( \frac{\text{Res}_a b_{ik}}{x-a} \right), \quad (16)$$

míg a

$$D_x(\pi_{ik}) = (p_{ik}) \quad (17)$$

matrix elemei  $x=a$  környezetében holomorfok. Áll tehát a következő fontos tétel:

*Ha az*

$$\frac{dy_k}{dx} = \sum_{\lambda=1}^n a_{\lambda k} y_\lambda \quad (A)$$

( $k=1, 2, \dots, n$ )

*differentiálrendszer integráljai az  $x=a$  pontban, melynek környezetében az  $a_{ik}$ -k egyértékűek, nem határozatlanok, akkor a rendszer az*

$$y_k = \sum_{\lambda=1}^n z_\lambda (x-a)^{\gamma_\lambda} h_{\lambda k} \quad (18)$$

( $k=1, 2, \dots, n$ )

*substitutio alkalmazásával, hol a  $\gamma_\lambda$ -k nem negatív egész számok,  $h_{ik}$ -k pedig egy neutris matrix elemei, a*

$$\frac{dz_k}{dx} = \sum_{\lambda=1}^n b_{\lambda k} z_\lambda$$

( $k=1, 2, \dots, n$ )

*differentiálrendszerbe megy át, melynek integrálmatrixai az  $x=a$  pontban normal alakúak.*

Az oly differenciálrendszer tehát, melynek integráljai  $x=a$ -ban nem határozatlanok, mindig egy (18) alakú transformatio útján oly differenciálrendszerre alakítható át, melynek coefficientensei  $x=a$ -ban legfőlebb elsőrendű polusokkal birnak. Ilyen differenciálrendszerrel HORN<sup>1</sup> szerint azt mondjuk, hogy  $x=a$ -ban *canonicus alakú*. Megjegyzendő azonban, hogy egy canonicus alakú differenciálrendszer nem bir szükségképen avval a tulajdonsággal, hogy integrálmatrixai az  $x=a$ -ban normal alakúak, úgy hogy a mi tételünk azt a KÖNIGSBERGER,<sup>2</sup> SAUVAGE<sup>3</sup> és HORN-tól<sup>4</sup> bebizonyított tételt, mely szerint minden differenciálrendszer, melynek integráljai  $x=a$ -ban nem határozatlanok, egy (18) alakú transformatióval canonicus rendszerbe átvihető, ugyan magában foglalja, e tétellel azonban nincsen kimerítve.

---

<sup>1</sup> Mathematische Annalen Bd. 40, 1892, p. 527.

<sup>2</sup> Lehrbuch der Theorie der Differentialgleichungen, Leipzig, 1889, pag. 447.

<sup>3</sup> Annales de l'École Normale 1889; Annales de la Faculté de Toulouse 1895.

<sup>4</sup> Mathematische Annalen Bd. 40.

## AZ OSTWALD-FÉLE MECHANIKAI ELVRŐL.

FEJÉR LIPÓT-tól.

### BEVEZETÉS.

OSTWALD «Lehrbuch der allgemeinen Chemie»<sup>1</sup> című munkájában szószerint a következő, általános energetikai elvet állította fel:

«*Von allen möglichen Energiewandlungen wird diejenige eintreten, welche in gegebener Zeit den grösstmöglichen Umsatz ergibt*».

A tiszta mechanika keretén belül maradvá, bármiként fogjuk is fel a matematikai tárgyalás szempontjából ezt az elvet, mindenesetre tisztáznunk kell a következő két kérdést:

a) Létezik-e egyáltalában olyan mozgás, mely az adott feltételeknek eleget tesz, és a mely az összehasonlításra megengedett minden mozgással szemben az OSTWALD-féle módon ki van tüntetve?

b) Ha létezik ilyen mozgás, megegyezik-e ez a mozgás az ugyanazon feltételek mellett a NEWTON-LAGRANGE-féle differenciálegyenletekből adódó mozgással vagy nem?

A válasz, melyet e kérdésekre kapunk, természetesen lényegesen függ attól, hogy miképen fogjuk fel az OSTWALD-féle elvet. Egy határozott felfogása az elvnek egy határozott matematikai tárgyalásban nyer kifejezést.<sup>2</sup> Ilyen felfogást képvisel a C. NEU-

---

<sup>1</sup> 1902, I. kötet, 36, 37. oldal.

<sup>2</sup> Nézetünk szerint az OSTWALD-féle elvnek a szövegben közölt fogalmazása tiszta-mechanikai jelenségek esetében egészen határozott matematikai tárgyalást von maga után, azt a tárgyalási módot épen, melyet ezen dolgozatban közlünk. Ugyanis tiszta-mechanikai jelenség esetében

MANN-féle,<sup>1</sup> az egyetlen, melyet ezen bevezető sorokban részletesen megbeszélünk, mert olyannak tartjuk, mely az irodalomban fellépő felfogások között a legközelebb áll a nézetünk szerint az OSTWALD-féle elv eredeti fogalmazásában már benne rejlő, dolgozatunkban részletesen kifejtendő matematikai felfogáshoz.

A NEUMANN-féle tárgyalási mód — egységnyi tömegű tömegpont  $U(x, y)$  potenciálú szabad mozgására szorítkozva — lényegben a következőben áll:

Legyenek  $x_0, y_0$  a  $t=0$  időpontnak megfelelő kezdőhelyzet derékszögű koordinátái, és  $u_0, v_0$  a szintén megadott kezdősebesség komponensei. Legyenek  $\tau(\tau>0)$  idő múlva  $x, y$  a tömegpont koordinátái és  $u, v$  sebességének komponensei. Ezen ismeretlen végsebességre nézve először is áll a postulált

$$x'^2 + y'^2 = 2(U(x, y) + h)$$

elevenerő-egyenlet, azaz

$$u^2 + v^2 = 2(U(x, y) + h),$$

hol  $h$  az elevenerő-állandó, melyet az

$$u_0^2 + v_0^2 = 2(U(x_0, y_0) + h)$$

egyenlet határoz meg.

A  $h$  kiküszöbölése által az

$$u^2 + v^2 - (u_0^2 + v_0^2) = 2(U(x, y) - U(x_0, y_0))$$

egyenlethez jutunk, melyben az  $U(x, y)$  potenciált az  $(x_0, y_0)$  hely környezetében linearizálva, az

$$u^2 + v^2 - (u_0^2 + v_0^2) = 2 \left[ \frac{\partial U}{\partial x} (x - x_0) + \frac{\partial U}{\partial y} (y - y_0) \right]$$

---

minden, a fentidézett OSTWALD-féle fogalmazásban fellépő fogalomnak, követelésnek megvan a maga határozott, konvencionális matematikai æquivalense, a mely körülmény az elvet egy határozott matematikai állítás fokára emeli. Mindazonáltal az *elv könnyű modificatióját nagyon is jogosultnak, sőt kívánatosnak tartjuk*, épen azért, mert kiderül — ezt kimutatni dolgozatunk egyik főcélja —, hogy a «szó szerint vett OSTWALD-féle elv» csak kivételesen vezet mozgásra.

<sup>1</sup> 1892, Sächsische Berichte, 44. kötet.

egyenlethez jutunk; itt a  $\frac{\partial U}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial U}{\partial y}$  differenciálhányadosok az  $(x_0, y_0)$  helyen veendők. Ha még az

$$x - x_0 = \frac{u + u_0}{2} \tau, \quad y - y_0 = \frac{v + v_0}{2} \tau$$

közelítő értékeket használjuk, akkor a keresett  $u, v$  végsebességekre vonatkozólag az

$$u^2 + v^2 - \tau \frac{\partial U}{\partial x} u - \tau \frac{\partial U}{\partial y} v = u_0^2 + v_0^2 + \tau \frac{\partial U}{\partial x} u_0 + \tau \frac{\partial U}{\partial y} v_0 \quad (a)$$

$u, v$ -ben négyzetes relációt kapjuk. Feladatunk most már egyelőre meghatározni azon  $u, v$  értékpárt, mely az (a) egyenletnek tesz eleget, és a melyre vonatkozólag az

$$\frac{u^2 + v^2}{2} - \frac{u_0^2 + v_0^2}{2}$$

energiaforgalom értéke maximum.

Ábrázoljuk a viszonyokat geometriailag az  $u, v$  független változók síkjában. Az (a) relciónak itt egy kör felel meg, melynek  $C_\tau$ -val jelölendő középpontjának <sup>1</sup> koordinátái

$$\frac{\tau}{2} \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \frac{\tau}{2} \frac{\partial U}{\partial y}.$$

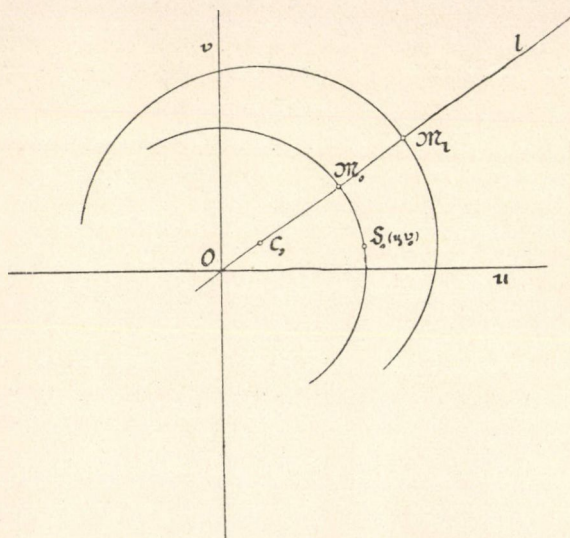
Sugarát jelöljük  $R_\tau$ -val. Feladatunk — minthogy  $\sqrt{u^2 + v^2}$  jelenti az  $(u, v)$  pontnak a koordinátarendszer kezdőpontjától való távolságát — most már abban áll: határozzuk meg a  $C_\tau$  középpontú és  $R_\tau$  sugarú kör azon  $M_\tau$  pontját, mely a koordinátarendszer  $O$  kezdőpontjától a lehető legnagyobb távolságban van. Világos, hogy a keresett  $M_\tau$  pontot azon félsugárnak a körrel való metszéspontja szolgáltatja, mely az  $O$  pontot a  $C_\tau$  ponttal köti össze. Ezen  $M_\tau$  pont  $u, v$  koordinátái — melyeket ezentúl jellemzőbben  $u_\tau, v_\tau$ -val jelölünk — lesznek a keresett  $u, v$  értékek.

<sup>1</sup> Ez csak akkor esik össze a koordinátarendszer kezdőpontjával, ha az  $(x_0, y_0)$  kezdőhelyzet egyensúlyi helyzet. Ez nyilván kivételes eset.

A tulajdonképeni feladat megoldását most már a NEUMANN-féle módon úgy kell befejeznünk, hogy a nyert  $u_\tau$ ,  $v_\tau$  értékekkel a

$$\lim_{\tau=0} \frac{u_\tau - u_0}{\tau}, \quad \lim_{\tau=0} \frac{v_\tau - v_0}{\tau} \quad (\beta)$$

határértékeket képezzük, melyek, ha léteznek, megadják a kezdőgyorsulást a kezdőhelyzet és kezdősebesség függvényeként.



1. ábra.

Ámde a  $(\beta)$  alatti határértékek, ha az  $u_0$ ,  $v_0$  komponensek közül csak az egyik is a zérustól különböző, általában nem léteznek. E végből elég kimutatnunk, hogy az  $u_\tau$ ,  $v_\tau$  értékpár a  $\lim_{\tau=0}$  határátmenetnél nem is konvergál az  $u_0$ ,  $v_0$  értékpárhoz, vagy a mi ugyanaz, hogy az  $M_\tau$  pont a  $\lim_{\tau=0}$  határátmenetnél nem konvergál az  $u_0 v_0$  koordinátájú  $S_0$  ponthoz.

Nézzük tehát, mely ponthoz konvergál  $M_\tau$  a  $\lim_{\tau=0}$  határátmenetnél?

A  $C_\tau$  középpont a szóban forgó határátmenetnél az  $O$  kezdőponthoz konvergál és pedig egy határozott, a  $\tau$ -tól egészen független  $l$  félsugár mentén, a melyet pl. úgy szerkeszthetünk, hogy

a  $\frac{\partial U}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial U}{\partial y}$  koordinátájú ponttal összekapcsoljuk az  $O$  kezdőpontot (l. 1. ábrát).

A kör  $R_r$  sugara pedig  $\sqrt{u_0^2 + v_0^2}$ -hoz konvergál. Ebből rögtön következik, hogy az  $M_r$  pont azon  $M_0$  ponthoz konvergál, melyben az említett « $l$ » félegyenes az  $O$  középpontú és  $\sqrt{u_0^2 + v_0^2}$  sugarú kört, vagyis az  $O$  középpontú és  $S_0$  ponton áthaladó kört metszi. Minthogy pedig általában ezen  $M_0$  pont az  $S_0$  ponttól különböző (ugyanis az  $l$  félegyenest az  $U_x(x_0, y_0)$ ,  $U_y(x_0, y_0)$  értékek, az  $S_0$  pontot pedig az ezen értékpártól teljesen függetlenül megadható  $u_0, v_0$  kezdősebességi komponensek határozzák meg), tehát *általánosságban, tetszőleges, zérustól különböző kezdősebesség esetén, a NEUMANN-féle módszer semmiféle differenciálegyenletrendszerre sem vezet.*<sup>1</sup>

De abban a speciális esetben, melynek vizsgálatára NEUMANN idézett akadémiai cikkében egyedül szorítkozik, *midőn* ugyanis  $u_0 = 0, v_0 = 0$ , igenis *határozott eredményhez jutunk*. Ekkor ugyanis  $S_0$  a kezdőpontban van és  $M_r$  a  $\lim. \tau = 0$  határátmenetnél *ugyanazon*  $S_0$  ponthoz konvergál. Ekkor, mint tüstént belátható

$$u_\tau = \tau \frac{\partial U}{\partial x}, \quad v_\tau = \tau \frac{\partial U}{\partial y} \quad (\gamma)$$

és minthogy ezen esetben

$$\lim_{\tau=0} u_\tau = u_0 = 0, \quad \lim_{\tau=0} v_\tau = v_0 = 0,$$

tehát

$$\lim_{\tau=0} \frac{u_\tau}{\tau} = x''(0), \quad \lim_{\tau=0} \frac{v_\tau}{\tau} = y''(0)$$

és így a  $(\gamma)$  alatti egyenletekből  $\lim. \tau = 0$  határátmenettel az

$$x_0'' = U_x(x_0, y_0), \quad y_0'' = U_y(x_0, y_0)$$

<sup>1</sup> ZEMPLÉN barátom kísérletét tehát illuzóriusnak kell tekintenem. Hogy a ZEMPLÉN-féle differenciálegyenletek, melyek egyébként az erővonalak elsőrendű differenciálegyenletei, mégis dolgozatunkban is szereplő néhány következményre vezetnek, annak magyarázatát az olvasó könnyen megadhatja magának. L. «Mathematikai és Physikai Lapok» 1902, 318. oldal, 1903, 372. oldal.

NEWTON-LAGRANGE-féle egyenletekhez jutunk, melyeket azonban természetesen *nem* mint *minden* időben érvényes *differentiál-egyenleteket* kaptunk ki az OSTWALD-féle elvből, hanem mint egyenleteket, melyek megadják a *kezdőgyorsulást*, ha a *kezdőhelyzet* meg van adva és ha a szintén megadott *kezdősebesség* zérus.<sup>1</sup>

A most megbeszélt NEUMANN-féle tárgyalási módszer tehát a mozgásnak csak egy speciális esetére nézve hozzáférhető: a «nyugalomból mozgásba jövés» esetére. Itt az eljárás feleletet ad az *a), b)* kérdésekre, olyan értelemben, hogy ekkor az OSTWALD-féle elv vezet határozott mozgásra, de csak a nyugalmi állapotot követő első időelemben, és hogy ezen «mozgásba jövés» tényleg a NEWTON-LAGRANGE-féle egyenletek szerint történik.

★

Azt hisszük, hogy az előzők átgondolása után az OSTWALD-féle elvnek szigorú elemzését, a jellemző nehézségeknek lehetőleg erős kidomborítását több szempontból is kívánatosnak fogjuk tartani.

Ezt kísértjük meg keresztülvinni ezen dolgozatban, teljesen az elvnek OSTWALD-féle fogalmazásához ragaszkodva.<sup>2</sup>

A nyert eredmények a szövegben eléggé ki vannak emelve. Összefoglalásukat tehát fölöslegesnek tartjuk.

<sup>1</sup> Az  $\frac{u_0}{v_0} = \frac{\partial x}{\partial y}$  eset külön vizsgálandó. Ez a NEUMANN-féle eseten

kívül az egyetlen speciális eset, melyben szintén  $S_0$ -hoz konvergál az  $M_z$  pont.

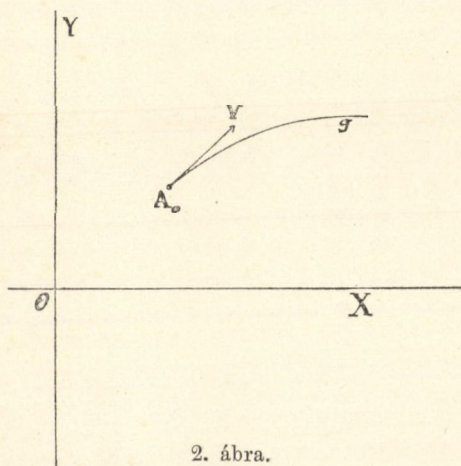
<sup>2</sup> Egész más alapon áll pl. RÉTHY tanár úr. L. «OSTWALD elve az energiaforgalomról a mechanikában» 1904. «Mathematikai és Physikai Lapok» II—III. füzet, 111. oldal. Kevésbé ragaszkodva az OSTWALD-féle elvben postulált szélsőértéki tulajdonsághoz, sajátos variáció-eljárásával inkább pozitív eredményekre törekszik.



### I. Az Ostwald-féle feladat.

Jelölje  $A_0$  az  $XOY$  derékszögű koordinátarendszer síkjában mozgó tömegpont kezdőhelyzetét. Jelöljük  $x_0, y_0$ -sal az  $A_0$  pont koordinátáit. Legyenek továbbá  $x'_0, y'_0$  a kezdősebesség komponensei és ábrázolja az  $A_0V$  vektor a kezdősebességet nagysága és irányítása szerint.

Vegyünk fel most egy *tetszőleges*  $A_0g$  görbét, mely az  $A_0$  pontban az  $A_0V$  vektor által meghatározott félsugarat érinti.



2. ábra.

Akkor — mint ismeretes — a tömegpontot, mely a  $t = 0$  időpontban az  $A_0$  helyzetet foglalja el, az  $A_0g$  pályán úgy lehet vezetni, hogy bármely időpontban az

$$\frac{x'^2 + y'^2}{2} = U(x, y) + h \quad (1)$$

elevenenerő-egyenletnek tesz eleget, és hogy azonfelül ezen vezetés mellett még az

$$\begin{aligned} x(0) &= x_0, & y(0) &= y_0 \\ x'(0) &= x'_0, & y'(0) &= y'_0 \end{aligned}$$

kezdőfeltételek is ki vannak elégítve. Itt  $U(x, y)$  jelenti az adott potenciálfüggvényt,  $h$  pedig egy állandót, melyet a kezdőfeltételek teljesen meghatároznak.

Legyen továbbá  $t$  egy adott időpont.<sup>1</sup> Akkor az  $A_0$ -ból kiinduló, az  $A_0g$  görbén az (1) elevenező egyenlet által előírt «menetrend» szerint haladó pont a  $t$  időpontban egy újabb helyzetet foglal el, melyet  $A_t$ -vel jelölünk. Ha  $s$ -sel jelöljük a  $t$  idő alatt befutott  $\widehat{A_0A_t}$  ívhosszúságot és  $d\sigma$ -val az  $A_0g$  görbe ívelemét, akkor a

$$t = \int_0^s \frac{d\sigma}{\sqrt{2(U(x, y) + h)}} \quad (2)$$

egyenlet határozza meg (impliciten) a szóban forgó  $A_t$  ponthoz tartozó  $s$  ívhosszúságot. (Fölösleges hozzátennünk, hogy az előbbi integrál az  $A_0g$  görbe mentén, és pedig az  $A_0$ ,  $A_t$  határok között veendő.)

Tekintsük most már az  $A_0$ -ból kiinduló és  $A_0$ -ban az  $A_0V$  félsugarat érintő görbék összességét. Mindegyikhez tartozik — az előbb részletezett módon — egy  $A_t$  pont. Az OSTWALD-féle feladat — felfogásunk szerint — most már a következőkben áll:

*Határozzuk meg azon  $A_0$  pontból kiinduló és  $A_0$  pontban az adott  $A_0V$  félsugarat érintő  $A_0g$  görbét, melyhez tartozó  $A_t$  pontban az  $U(x, y) - U(x_0, y_0)$  potenciálkülönbség lehető legnagyobb.*

A most fogalmazott OSTWALD-féle feladat láthatólag nem közönséges variációszámítási feladat (nem tetszőleges görbétől függő határozott integrál az, a melynek szélsőértéke vizsgálendő), hanem inkább kissé szokatlan mellékfeltételekhez kötött függvény-szélsőértéki feladat. Az  $U(x, y)$  két változós függvény az, melynek maximuma keresendő, és pedig abban a tartományban, melyet az előbb jellemzett  $A_t$  pontok összessége alkot.

Közelebbi vizsgálat mindjárt egy lényeges megkülönböztetésre vezet. Más jellegű ugyanis az OSTWALD-féle feladat akkor, midőn a tömegpont a  $t=0$  időpontban nyugalomban van, és más jellegű, ha zérustól különböző kezdősebességgel indul útnak.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> A  $t$  egyelőre tetszőleges fix időpontot jelöl, de főtartjuk magunknak, hogy később a  $(0, t)$  időintervallumot bizonyos következtetések levonhatósága érdekében kellőleg kicsinyíthessük.

<sup>2</sup> Ezt a tényt, hogy a mondott két eset között különbség van, már a NEUMANN-féle elemzés is felszínre hozta.

Az első esetben ugyanis a kezdősebességi vektor *ponttá* *zsugorodik* össze, tehát nem is ad vektoriális irányt és így az  $A_0g$  görbék azon fontos megszorítás alól, mely szerint azok  $A_0$ -ban egy adott  $A_0V$  félsugarat érinteni tartoznak, föl vannak mentve.

A második esetben azonban a kezdősebességi vektor egy egész *határozott*  $A_0V$  félsugarat *szab meg*, melyet aztán az összes  $A_0g$  görbék  $A_0$ -ban érinteni tartoznak.

A most jelzett eset-szétválasztás «zérus» és «nem zérus» kezdősebesség szerint azonban nem végleges számunkra. *Reánk* *nézve* ugyanis *csak az fontos: szolgáltat-e a kezdősebességre vonatkozó föltétel egy határozott  $A_0V$  vektort, melyet a tekintetbe jövő  $A_0g$  görbék  $A_0$ -ban érinteni tartoznak, vagy nem.* Épen azért az OSTWALD-féle feladat tárgyalásánál a következő két esetet különböztetjük meg:

1. *eset, midőn az  $\vec{A_0V}$  kezdősebességi vektor csak nagyságára nézve van megadva, míg irányítására nézve szabad.* (Az  $\vec{A_0V}=0$  különös esetnek a nyugalomból való kiindulás felel meg.)

2. *eset, midőn az  $\vec{A_0V}$  (nagyságára nézve zérustól különböző) vektor úgy nagyságára, mint irányítására nézve meg van adva.*

Lássuk most már, miért is fontos ez a megkülönböztetés. Ezt czélszerű lesz egy az OSTWALD-féle feladathoz teljesen rokon természetű feladaton megvilágítani, melynél azonban a viszonyok szemléletesebbek, mert a föllépő mennyiségeknek egyszerű *geometriai* jelentésük van, míg az OSTWALD-félénél legfeljebb a *mechanikai* jelentésük egyszerű. Az OSTWALD-féle feladatra nézve jellemző nehézségek azonban már ezen egyszerű geometriai feladaton is föl fognak tűnni.

Ez a síkgeometriai feladat a következő.

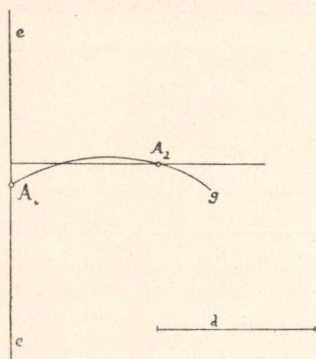
## II. Egy síkgeometriai feladat tárgyalása.

Legyen adva egy *ee* egyenes vonal és rajta egy  $A_0$  pont. Legyen továbbá adva egy  $d$  hosszúság. Keressük azon  $A_0$ -ból kiinduló, és az *ee* egyenestől jobbra eső félsíkban haladó  $A_0g$

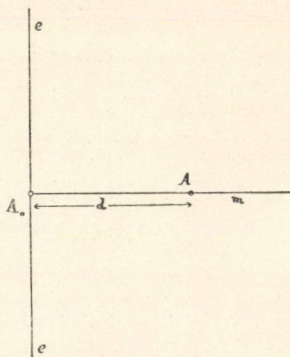
görbét, melyre az adott  $d$  hosszúságot ( $A_0$ -tól kezdve) ráfektetve olyan  $A_d$  végpontot nyerünk, melynek az  $ee$  egyenestől való merőleges távolsága a lehető legnagyobb. És pedig oldjuk meg ezt a feladatot

I. abban az esetben, midőn az  $A_0g$  görbéket az  $A_0$  pontra vonatkozólag semmiféle érintési megszorításnak nem vetjük alá.

II. abban az esetben, midőn az  $A_0g$  görbéket azon föltételhez kötjük, hogy  $A_0$ -ban egy  $A_0$ -ból kiinduló és az  $ee$  egyenestől jobbra eső félsíkban haladó  $A_0V$  félsugarat érintsenek.



3. ábra.



4. ábra.

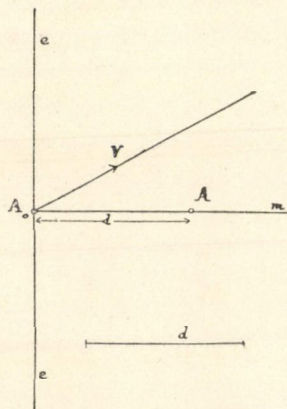
Látható, hogy az I. feladat megfelel az 1. OSTWALD-féle feladatnak, míg a II. feladat a 2. OSTWALD-féle feladatnak felel meg.

Világos, hogy az I. feladatnak van megoldása. Emeljük ugyanis  $A_0$ -ban  $ee$ -re az  $A_0m$  merőleges félsugarat, mérjük rá  $A_0$ -ból a « $d$ » hosszúságot, akkor nyerünk egy  $A$ -val jelölendő végpontot. Most már tüstént belátható, hogy valóban az  $A_0m$  merőleges az a vonal, melyen  $d$  hosszúságnyra haladva a lehető legmesszebbre jutunk az  $ee$  egyenestől, és hogy ennek következtében  $A$  épen az a pont, a mely a jelzett föltételek mellett a lehető legmesszebbre van az  $ee$  egyenestől. Ezt fölösleges részleteznünk.

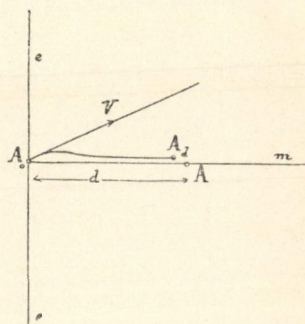
*Míg az I. feladatnak van, addig a II. feladatnak nincs megoldása.*



Hogy ezt beláthassuk, ejtsük el egy pillanatra azt a megszorítást, mely szerint az  $A_0g$  görbék érinteni tartoznak  $A_0$ -ban az  $A_0V$  vektort. Ha ezt teszszük, az I. feladatra térünk vissza. Ennek megoldása azon  $A$  pontra vezet (5. ábra), melyre vonatkozólag  $\overline{A_0A} = d$ . Most már az I. feladatnak megfelelő  $A$  pont szerkesztése után, ennek felhasználásával könnyen beláthatjuk, hogy a II. feladatnak valóban nincs megoldása. Először is világos, hogy olyan  $A_d$  végponthoz, melynek távolsága az  $ee$  egye-



5. ábra.

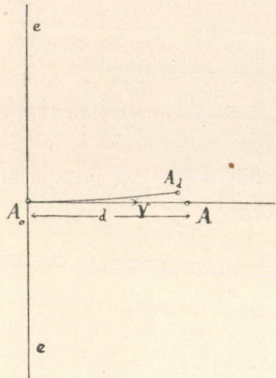


6. ábra.

nestől nagyobb, mint az  $A$  ponté (tehát nagyobb mint  $d$ ), nem juthatok. De « $d$ » távolságnyra sem juthatok el. Ugyanis az egyetlen  $d$  hosszúságú vonaldarab, melynek egyik végpontja  $A_0$ -ban van és másik végpontja « $d$ » távolságnyra van az  $ee$  egyenestől, az  $A_0A$  merőleges vonaldarab, és ez a vonaldarab nem érinti  $A_0$ -ban a megadott  $A_0V$  vektort. De míg a megadott föltételekhez simulva « $d$ » messzeségű végponthoz nem juthatok el, addig eljuthatok tetszőleges  $\delta$  messzeségű végponthoz, bármilyen közel essék is a  $\delta$  érték a « $d$ » értékhez, föltéve hogy  $\delta < d$ .

Ennek bizonyítására elég megjegyeznünk azt, hogy eljuthatunk olyan  $A_d$  végponthoz, mely  $A$ -hoz tetszőleges közel van. Ha ugyanis a 6. ábra által megadott típusú  $A_0g$  görbén haladunk, akkor  $A$ -hoz tetszőleges közel juthatunk, a nélkül, hogy a kezdőpontban követelt érintési föltételt megszegnők.

Az előbbiekből látjuk, hogy a II. feladat esetében az  $A_d$  végpontnak az  $ee$  egyenestől való távolságának van (WEIERSTRASS-féle) felső határa (ez « $d$ »), de nincs maximuma, mert nincs olyan a feltételeknek megfelelő  $A_0g$  görbe, melyhez tartozó végpont « $d$ » távolságyira volna az  $ee$  egyenestől.



7. ábra.

A II. feladatnak tehát általában nincs megoldása. Jeleznünk kell azonban azt a fontos speciális esetet, a mikor mégis van megoldása. Ez a kivételes eset akkor áll be, midőn az  $A_0V$  vektor merőleges az  $ee$  egyenesre. Világos, hogy akkor az érintési mellékfeltétel nem okoz semmi nehézséget, és az  $A$  pont —

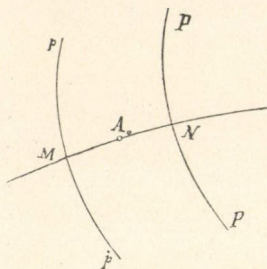
ugyanazon pont, melyre az I. feladat vezet — képezi a feladat megoldását.

Ezen terjedelmes discussio után, mely azonban később fölment bennünket attól, hogy ugyanazt lényegtelenül komplikáltabb viszonyok közt ejtsük meg, áttérünk az OSTWALD-féle feladat megoldására.

Először az 1. esettel foglalkozunk.

### III. Az 1. eset tárgyalása.

Legyen  $A_0$  a kezdőhelyzet, továbbá  $pp$  és  $PP$  két æquipotenciális görbe, a melytől alkotott sávban az  $A_0$  pont benne van, és a mely sávon belül a potenciál folyton nő. Ez utóbbi



8. ábra.

kifejezés alatt pontosabban azt értjük, hogy a potenciál folyton nő,<sup>1</sup> midőn az  $MA_0N$  erővonal mentén haladunk a  $pp$  æquipotenciális vonalon fekvő  $M$

<sup>1</sup> Azon eset, midőn a sávban a jelzett haladásnál a potenciál folytonosan fogy, teljesen úgy tárgyalható, mint a szövegben fölvetett növekedés esete.



ponttól a  $PP$  æquipotenciális vonalon fekvő  $N$  pontig.<sup>1</sup> Most már kezdettől fogva a szerkesztett sávra szorítkozunk.

Más szóval: olyan kicsinyre választjuk a megadott  $t$  időt, hogy az  $A_0g$  görbén fekvő, és a

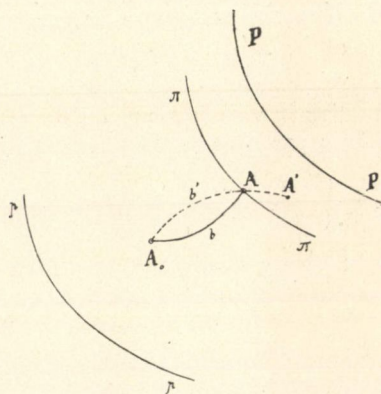
$$t = \int_0^s \frac{d\sigma}{\sqrt{2(U+h)}} \quad (2)$$

követelésnek megfelelő  $A_t$  végpont mindig a  $pp$  és  $PP$  æquipotenciális görbék által meghatározott — és ezentúl  $S$ -sel jelölendő — sáv belsejébe essék.

Könnyű belátni — ezt nem is részletezzük —, hogy ha  $t$  elegendő kicsiny, a (2) egyenlet fönnállása *tényleg* maga után vonja azt, hogy  $A_t$  az előírt  $S$  sáv belsejébe esik.<sup>2</sup>

Legyen most már ezek után  $A_0bA$  azon pálya, melyen az elevenerő-egyenlet által megállapított menetrend szerint haladva  $t$  idő múlva magasabb potenciállal bíró  $A$  ponthoz jutunk, mint *minden* egyéb, az  $A_0$  pontból kiinduló pályán. Azt állítjuk, hogy ugyanazon  $A_0bA$  pálya a következő tulajdonsággal is bír:

Az összes az  $A_0$  és  $A$  pontokat összekapcsoló görbék között az  $A_0bA$  görbévet futja be a mozgó pont a legrövidebb idő alatt, föltéve, hogy az összes mozgások az elevenerő-egyenlet által megállapított menetrend szerint történnek.



9. ábra.

<sup>1</sup> Ilyen sáv általában mindig kijelölhető. Kivételt képez pl. azon eset, midőn  $A_0$ -ban stabilis egyensúly van. Kellő feldarabolással azonban ezen eset vizsgálata is a szövegben tárgyalt módszerrel végezhető.

<sup>2</sup> Midőn így az adott  $t$  időt nagyságára nézve megszorítjuk (a mi-nek tehát geometriailag az felel meg, hogy az  $S$  sávra szorítkozunk), tulajdonképpen egy, a mechanikai variációk elveknél szokásos korlátozást teszünk. Ezeknél a szélsőértéki tulajdonság *valóban* csak bizonyos elegendő kicsiny időközben mutatkozik.

Föltéve ugyanis, hogy léteznék egy  $A_0b'A$  pálya, melyre vonatkozólag a

$$\tau = \int_{A_0}^A \frac{d\sigma}{2(U+h)}$$

(az  $A_0b'A$  görbe mentén integrálva) befutási idő kisebb volna az  $A_0bA$  görbéhez tartozó  $t$  befutási időnél, akkor az  $A_0b'A$  görbe mentén haladva már a  $\tau$  időpontban az  $A$  ponthoz érkeznénk, úgy hogy a még rendelkezésünkre álló  $(t-\tau)$  időt arra fordíthatnók, hogy egy olyan  $A'$  pontba jussunk, melyben a potenciál nagyobb mint  $A$ -ban. E szerint a föltevessel ellentétben  $t$  idő alatt olyan  $A'$  ponthoz juthatnánk, melyben a potenciál magasabb mint  $A$ -ban.

Tehát valóban az  $A_0bA$  pályának felel meg a legrövidebb befutási idő, más szóval, az  $A_0bA$  pálya az  $A_0$ ,  $A$  pontok által, és az (1) elevenerő egyenlet által meghatározott brachistochron pálya. (Az (1) egyenletben a  $h$  állandó teljesen meg van határozva, mert  $t=0$  időben a sebesség nagysága:  $\sqrt{x_0'^2 + y_0'^2}$  meg van adva.)

Eddigi fontos eredményünk most már úgy fejezhető ki, hogy:

Valamely az  $A_0$  pontból kiinduló brachistochron pálya az, melyen a tömegpont az adott nagyságú kezdősebességgel indulva meg, azon tovább haladva a rendelkezésre álló  $t$  idő múlva a lehető legmagasabb potenciállal bíró helyhez jut.

Már most az ugyanazon  $A_0$  pontból kiinduló, és ugyanazon  $h$  elevenerő-állandóhoz tartozó brachistochron görbék egy egydimenziós végtelen sokaságot, egy «brachistochronális sugársor»-t alkotnak. További feladatunk most már csak abban áll, hogy e brachistochron-sugársor azon elemét válasszunk ki, melyen a tömegpont a sokszor részletezett módon haladva,  $t$  idő alatt a lehető legmagasabb potenciálú helyhez jut. Ez már egy közönséges, függvénymaximum meghatározását követelő feladat, mely részletesen következőképen hangzik:

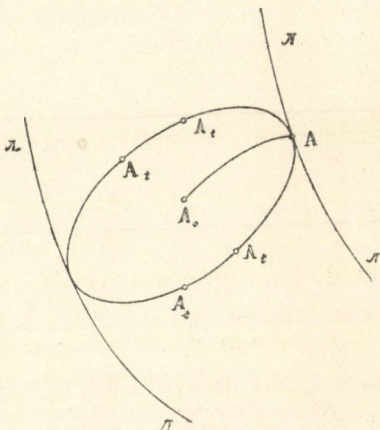
Határozzuk meg előbb az  $A_0$  pontból kiinduló összes brachistochron görbéken azon  $A_t$  pontokat, a melyekhez a tömegpont az illető brachistochron görbén haladva az adott  $t$  idő lefolyása után jut. Az így nyert  $A_t$  pontok mértani helye egy zárt görbe, melyet «brachistochronális kör»-nek nevezhetünk. Az



említett függvénymaximum-feladat most már abban áll, hogy határozzuk meg az  $U(x, y)$  függvény maximumát a most jellemzett «t sugarú» «brachistochronális kör»-ön.

E relativ maximum-feladat megoldása már rendkívül egyszerű. Felkeressük e végből azon  $\pi\pi$  æquipotenciális görbéket, melyek a szerkesztett brachistochronális kört érintik. Ilyen æquipotenciális görbe (hacsak  $t$  elegendő kicsiny) általánosságban csak kettő van (l. 10. ábrát). Jelöljük a két nyert érintési pont közül  $A$ -val azt, amelyben a potenciál magasabb, akkor az  $A_0A$  brachistochronon ívdarab képezi az 1. OSTWALD-féle feladat megoldását.

10. ábra.



10. ábra.

<sup>1</sup> L. ROGER: Thèse sur les brachistochrones (Journal de Liouville, 1<sup>re</sup> série, t. XIII, p. 41, 1848) és főkép DARBOUX: Théorie générale des surfaces, t. II. p. 456.

#### IV. Az Ostwald-féle elv tárgyalása zérus kezdősebesség esetére.

Miután az 1. OSTWALD-féle feladat tárgyalását általánosságban befejeztük, könnyű lesz most már a következő, bennünket leginkább érdeklő kérdésre a feleletet megadni:

Föltéve, hogy az  $A_0V$  kezdősebesség egyenlő zérussal, létezik-e olyan, az  $A_0$  pontból kiinduló pálya, melyen a pont az elevenerő-egyenlet által megállapított menetrend szerint mozogván, a mozgás *minden időpontban* az OSTWALD-féle maximum-tulajdonsággal bír?

Előbbi eredményeink szerint a szóban forgó pálya csak brachistochron pálya lehet. De minthogy a maximum-tulajdonságot minden (elegendő kicsiny)  $t$  időre nézve követeljük, tehát kell továbbá az is, hogy az említett brachistochron pálya merőleges legyen az összes æquipotenciális görbékre. Ha tehát a maximum-tulajdonság érvényességét minden  $t$  időre nézve követeljük, akkor kell, hogy az  $A_0$  ponton keresztül menő *erővonal egyszersmind brachistochron is legyen. Minthogy pedig általánosságban az erővonal nem lehet brachistochron görbe, tehát az OSTWALD-féle elv általánosságban véges időközben* (legyen az különben bármilyen kicsiny) *még a nyugalomból mozgásba jövés esetében sem érvényes.*

Mikor érvényes mégis az OSTWALD-féle elv a nyugalomból mozgásba jövés esetében, és pedig véges időközben? Láttuk, hogy akkor és csak akkor, a midőn az  $A_0$  ponton áthaladó erővonal egyszersmind brachistochron görbe. Azt állítjuk most már, hogy olyan erővonal, mely egyszersmind brachistochron is tartozik lenni, föltétlenül *egyenest* vonal.

Ennek bizonyítására egy, azt hisszük új és talán önálló érdekű tételt fogunk felhasználni.

#### V. Egy variáció-számítási tétel.

Tehát tárgyalásainkat egy pillanatra félbeszakítva, legyen adva egy bizonyos határok között vett és következő alakú

$$\int f(x, y) \varphi(y') dx \quad (3)$$

határozott integrál. Itt  $y' = \frac{dy}{dx}$ .

Állítsuk a (3) alatti integrál mellé az

$$\int \frac{\varphi(y')}{f(x, y)} dx \quad (4)$$

integrált, és kérdezzük, milyen kapcsolatban vannak a (3) és (4) integrálokhoz tartozó variációs számítási problémák LAGRANGE-féle differenciálegyenletei?

Az integrálokban  $f(x, y)$  jelenti az  $x, y$  változók tetszőleges függvényét,  $\varphi(y')$  pedig  $y'$  tetszőleges függvényét.

Vezessük be a következő rövidítéseket:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} = f_x, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = f_y, \quad \frac{dy}{dx} = y', \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = y'', \\ \frac{d\varphi}{dy'} = \varphi', \quad \frac{d^2 \varphi}{dy'^2} = \varphi''. \end{aligned}$$

Akkor a (3) integrál LAGRANGE-féle differenciálegyenlete:

$$-f_y \varphi + f_x \varphi' + f_y \varphi' y' + f \varphi'' y'' = 0,$$

a (4) integrálé pedig

$$\frac{1}{f^2} f_y \varphi - \frac{1}{f^2} f_x \varphi' - \frac{1}{f^2} f_y \varphi' y' + \frac{1}{f} \varphi'' y'' = 0,$$

vagy  $f^2$ -tel szorozva<sup>1</sup>

$$f_y \varphi - f_x \varphi' - f_y \varphi' y' + f \varphi'' y'' = 0.$$

*Ha tehát a (3) integrál LAGRANGE-féle differenciálegyenlete*

$$y'' = F(x, y, y'),$$

*akkor a (4) integrál LAGRANGE-féle differenciálegyenlete*

$$y'' = -F(x, y, y').$$

<sup>1</sup> Ezáltal a differenciálegyenlet integráljaihoz csak az ismeretes  $f(x, y)=0$  egyenlet által jellemzett függvényt csatoljuk hozzá.

Ezen tétel fejezi ki a (3) és (4) integrálok LAGRANGE-féle differenciálegyenletei között fennálló egyszerű kapcsolatot.

★

Alkalmazzuk ezt a tételt a következő speciális esetre:

$$f(x, y) = \sqrt{U(x, y) + h}, \quad \varphi(y') = \sqrt{1 + y'^2}.$$

Ekkor az

$$\int \sqrt{U+h} \sqrt{1+y'^2} dx \quad (M)$$

és

$$\int \frac{\sqrt{1+y'^2}}{\sqrt{U+h}} dx \quad (B)$$

integrálokról van szó. Ezek közül az első az ú. n. akcióintegrál, melynek extremálisai az  $U$  potenciálhoz és  $h$  elevenerő-állandóhoz tartozó *mechanikai trajektóriák*.

A második integrál extremálisai pedig tudvalevőleg az  $U$  potenciálhoz és  $h$  elevenerő-állandóhoz tartozó *brachistochron görbék*.

*Minthogy pedig az említett mechanikai trajektóriák differenciálegyenlete*

$$y'' = \frac{\left( \frac{\partial U}{\partial y} - y' \frac{\partial U}{\partial x} \right) (1 + y'^2)}{2(U+h)}, \quad (5)$$

*tehát a brachistochron görbéké:*

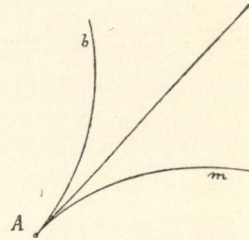
$$y'' = - \frac{\left( \frac{\partial U}{\partial y} - y' \frac{\partial U}{\partial x} \right) (1 + y'^2)}{2(U+h)}. \quad (6)$$

Ha tehát úgy a mechanikai differenciálegyenletrendszerből, mint a brachistochrongörbék közönséges differenciálegyenletrendszeréből az elevenerő-egyenlet segítségével — mint röviden mondani szokás — «*az időt elimináljuk*», akkor az (5), illetve (6) alatti, fölötté egyszerű összefüggésben lévő differenciálegyenletekhez jutunk.

Ezen összefüggés geometriailag a következőképen interpretálható:



Legyen  $A$  közös pontja (az ugyanazon  $h$  elevenerő-állandóval bíró)  $Am$  mechanikai és  $Ab$  brachistochron pályának. Akkor, ha ezen pályáknak az  $A$  pontban közös érintőjük van, ezen  $A$  pontban egyszersmind abszolút értékben egyenlő, de jelre nézve ellentett görbületi mértékük is van.<sup>1</sup>



11. ábra.

## VI. A IV. folytatása.

Ezen kitérés után lássuk most már, mikor lehet erővonal egyszersmind brachistochrongörbe?

Ha az

$$y = y(x)$$

görbe erővonal, akkor kell, hogy

$$\frac{\partial U}{\partial y} - y' \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

legyen. Ha egyszersmind brachistochrongörbe, akkor kell, hogy a (6) egyenletnek is eleget tegyen. A két egyenletből — (6)-ból és (7)-ből — pedig következik, hogy

$$y'' = 0.$$

*E szerint, ha a tömegpont  $A_0$  pontból zérus kezdősebességgel indul meg, akkor a mozgás akkor és csak akkor fog minden időben (de azért határozott időközben) az OSTWALD-féle elv szerint mozogni, ha az  $A_0$  ponton átmenő erővonal egyenes vonal.*

<sup>1</sup> Ezen tétel a síkbeli mechanikai pályák egyszerű jellemzését adja a síkbeli brachistochron pályák segítségével. Egyszerűnek ezen jellemzést talán azért mondhatjuk, mert a brachistochron görbe a maga részéről egyszerűbben jellemezhető, mint a mechanikai pálya. A brachistochron görbék ugyanis a  $(B)$  integrált teszik minimummá, egy integrált, melynek egyszerűen «idő» mechanikai jelentése van, míg a mechanikai pályák megfelelő jellemzése mint: olyan pályák, melyek az  $(M)$  akcióintegrált teszik minimummá, talán jelentésében komplikáltabb, és pedig azért, mert az  $(M)$  akcióintegrálnak nincs olyan közvetlenül egyszerű mechanikai jelentése, mint a  $(B)$  időintegrálnak.

Világos, hogy ebben az esetben a mozgás a mechanikai differenciálegyenleteknek is eleget tesz, úgy hogy mondhatjuk:

Ha a nyugalomból mozgásba jövés esetében a tömegpont az OSTWALD-féle elv szerint mozog, akkor a mozgás ebben az esetben ugyanaz, mint a melyet a mechanikai differenciálegyenletek szolgáltatnak. Persze sajnos, hogy a nyugalomból mozgásba jövés véges időközre, csak abban a rendkívül speciális esetben történik az OSTWALD-féle elv szerint, midőn az erővonalak egyenes vonalak; más szóval, a midőn az equipotenciális görbék orthogonális trajektóriái egyenes vonalak, vagy végre, midőn az *aequipotenciális görbék parallel-görbék*.

A IV. és VI. paragrafusok végeredménye tehát abban nyer kifejezést, hogy az OSTWALD-féle elv már a nyugalomból mozgásba jövés esetében is csak speciális potenciál esetében vezet a mechanikai pályára, ha annak érvényességét véges, de különben bármilyen kicsiny időtartamra követeljük.<sup>1</sup>

## VII. A 2. eset tárgyalása.

Intézzük el néhány szóval a 2. eset tárgyalását. Azt állítjuk, hogy míg az 1. feladatnak általában van, addig a 2. feladatnak általában nincs megoldása. Ezt nem részletezzük, lévén a 2. feladat ugyanolyan viszonyban az 1. feladathoz, mint a II. feladat az I. feladathoz. A II. feladatnak, láttuk, van kivételesen megoldása. A 2. feladatnak is van kivételesen megoldása, és pedig akkor, midőn a kezdősebességi  $A_0V$  vektor érinti az  $A_0A$  brachistochron görbét. Itt  $A$  jelenti azt a pontot, melyet a kezdősebesség irányának elejtésével az 1. feladat megoldásaképpen nyerünk.

★

Ezen, a 2. feladatra vonatkozó néhány megjegyzésünket előrebocsátva, kimondhatjuk, hogy olyan, *zérustól különböző*

---

<sup>1</sup> Egyenesvonalú erővonalak lépnek fel pl. az esésnél (ez épen azon eset, melyen OSTWALD az ő elvét exemplifikálja), centrális mozgásnál stb. Ezen elementáris esetekben tehát a nyugalomból mozgásba jövés véges időközben az OSTWALD-féle elv szerint történik.

*kezdősebességgel bíró mozgás, mely az OSTWALD-féle elvnek eleget tenne, általában nem is létezik.* (Hiszen már olyan mozgás sem létezik, melyre vonatkozólag az OSTWALD-féle maximum-tulajdonság egy határozott  $t$  időre nézve ki volna elégtíve, a mint azt épen a 2. feladat tárgyalása mutatta.) Könnyen ki lehet most már mutatni, hogy *a következő kivételes esetben* (és csakis abban) *mégis érvényes az OSTWALD-féle elv: midőn t. i. az  $A_0$  ponton keresztül haladó erővonal egyenes vonal, és midőn az  $A_0V$  kezdősebesség iránya az erővonal irányával megegyezik.*

★

Nem lesz talán érdektelen annak a kiemelése, hogy *kivételesen létezhetik olyan  $A_0$  kezdőpont, a melyből bármilyen nagyságú és irányítású kezdősebességgel indítva meg a tömegpontot, a mozgás véges időtartamban az OSTWALD-féle elv szerint történik.* Ilyen pont pl.  $U(r)$ ,  $r^2 = x^2 + y^2$  potenciállal bíró centrális mozgás esetében a centrális mozgás középpontja (az  $r=0$ -nak megfelelő pont), ha az  $U$  függvény az  $r=0$  pontban reguláris, és ha ugyanezen pontban minimuma van. (Például ha  $U(r) = r$ ). Itt könnyen verifikálható, hogy minden a középpontból kiinduló mozgás bizonyos határolt időközben az OSTWALD-féle elv szerint történik.

Érdekes, hogy *általános tárgyalásunk ezt az esetet is mintegy magától adja.* Térjünk vissza egy pillanatra az 1. feladatra. Tudjuk, hogy az 1. feladatnak megfelelő  $A$  pont mint a « $t$ » sugarú és « $A_0$  középpontú brachistochronális kör», és az ezen kört érintő æquipotenciális görbe közös érintkezési pontja adódott. Most már lehetséges, hogy e brachistochronális kör *összeesik teljesen* egy æquipotenciális görbével. Ebben az esetben az 1. feladatnak végtelen sok megoldása van, mert az említett æquipotenciális görbe minden pontja megfelel a feladatnak. Ha már most ebben az esetben áttérünk a 2. feladatra az által, hogy a kezdősebesség irányát is megadjuk, akkor, épen azért, mert az 1. feladatnak végtelen sok megoldása van (egy egész brachistochronális sugársor felel meg az 1. feladatnak), lehetséges lesz a kezdő irányhoz való simulás. Az említett sugársorból egyszerűen ki kell választanunk azt a brachistochront, mely az adott kezdőirányt érinti.

Ennek előrebocsátása után nézzük, mit von maga után azon követelés, hogy ezen határozatlanság az 1. feladat megoldásában *bármilyen*  $t$  időre vonatkozólag föllépjen. Világos, hogy ez æquivalens azon követeléssel, mely szerint az  $A_0$  középpontú, és különböző  $t$  sugarú brachistochronális körök æquipotenciális görbék legyenek. De ebből, előző eredményeink felhasználásával rögtön következik, hogy ebben az esetben az erővonalak mind egyenes vonalak, melyek azonfelül mind az  $A_0$  ponton mennek keresztül. Ebből azonban tüstént következik, hogy az *æquipotenciális görbék koncentrikus körök*, melyeknek  $A_0$ -ban van közös középpontjuk. E szerint a potenciál  $U(r)$  alakú. Ilyen módon tehát valóban az előbb említett centrális mozgás példájára vezettünk.

### VIII. A Darboux-féle leképezés.

Végül megjegyezzük, hogy az OSTWALD-féle feladat különösen szemléletes formában jelentkezik, ha a síkot a DARBOUX-féle módon (l. idézett helyet) egy olyan

$$\xi = \xi(x, y), \quad \eta = \eta(x, y), \quad \zeta = \zeta(x, y)$$

felületre képezzük le, melynek  $ds'$  íveleme

$$ds'^2 = d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2 = \frac{ds^2}{U+h} = \frac{1}{U(x, y)+h} (dx^2 + dy^2).$$

E leképezés a szóban forgó felületre conform, és a *sík brachistochron görbéinek a felület geodetikus vonalai felelnek meg.*

A felületen most már az OSTWALD-féle feladatnak (pl. az 1.-nek), a következő feladat felel meg:

*Adva van a felületen egy  $A_0$  pont. Adva van továbbá egy  $t$  hosszúság. Határozzuk meg azon, az  $A_0$ -ból kiinduló és a felületen haladó görbe vonalat, melyre a  $t$  hosszúságot  $A_0$ -tól kezdve ráfektetve olyan végponthoz jutunk, melyben az  $U(x, y)$  függvény értéke a lehető legnagyobb.*

Így az OSTWALD-féle feladat rokonsága a II. paragrafusban tárgyalt geometriai feladattal még sokkal feltűnőbb.



## A HAZAI ASPARAGUS-FÉLÉK MONOGRAPHIÁJA.<sup>1</sup>

BERNÁTSKY JENŐ-től.

A mű tárgya: a hazai *Asparagus*-félékhez tartozó összes nemek és fajok részletes ismertetése alapján természetes rokonságuk és phylogenetikai kapcsolatuk megállapítása. A szerző a hagyományos szokástól eltérve, e monographiában a phylogenetikai kapcsolat kiderítését mint főczélt tűzi ki s ezen feladat megoldása kedvéért nem elégszik meg csupán morphologiai leírásokkal, hanem az ontogenetikai fejlődést, anatomiát, növényföldrajzi elterjedést, a kész növény morphológiáját és a teratológiát egyenlő részletességgel tárgyalja, s azonfelül idegenföldi növényeket is vesz fel az általános fejezetek keretébe.

A botanikai monographiák tárgya minden esetben valamely növénycsoport ismertetése. De a czél és eljárás nem mindig egy és ugyanaz. A régebbi monographiákban az egyes fajok s. nemek minél pontosabb diagnosztikus leírásával elégedtek meg; a feladat arra irányult, hogy az addig még hiányosan vagy homályosan ismert fajokat morphologiailag, különösen a virág és levél alapján jól leírják. Sokszor összes ismert lelőhelyeinek felsorolásával s részletes synonymáival toldották meg. Az ilyen monographiák a systematikai kutatás nélkülözhetetlen forrásművei gyanánt értékesek s még mai nap is helyén valók ott, ahol a fajok, általában a systematikai formák pontos megállapítása kívánatos, a mi különösen a kryptogam növényekre vonatkozólag gyakori eset. Máskülönben azonban mai nap a monographus a systematikai haladás magaslatának megfelelően a termé-

---

<sup>1</sup> A Magy. tud. Akadémián Vitéz-díjat nyert pályamű ismertetése.

szetes rokonság megállapítását ismeri el egyik céljának s azonkívül — ha nem is az összes formáknak, de legalább a csoportnak — minél több oldalról való megvilágítását kíséri meg, így pl. az anatómiai szerkezet és fejlődési menet, sőt esetleg egyik-másik érdekesebb biológiai sajátosság tárgyalásába is bocsátkozik. Így pl. WETTSTEIN az *Euphrasia*-k monographiájában az élösködés kérdését is tisztázta ezen genusra vonatkozólag. Feltűnő, hogy az olyan mű, amely AUG. PYR. DE CANDOLLE idejében tökéletes monographia számba ment volna, mai nap nem monographia czímen jelenik meg; értem a HAYEK-féle *Centaurea*-művet, a mely Ausztria és Magyarország *Centaurea*-fajait s összes systematikai formáit igen részletesen ismerteti — de csak morphologiailag.

Szerző az említett újabb iránynál sem állapodik meg, hanem még egy lépéssel tovább megy. A phylogenetikai kapcsolat lehetőleg pontos megállapítását legfőbb feladatnak ismerve el, ennek érdekében az idetartozó növényeket minél több oldalról világítja meg s a feladatot *minél több úton-módon megoldani* igyekszik; *különböző szempontokból kiindulva* vizsgálja meg a növényeket, minden egyes esetben a phylogenetikai leszármazást kutatva. Tekintet nélkül arra, hogy pl. a morphologiai vizsgálatnak mi az eredménye, az anatómiai vizsgálat alkalmával a phylogenetikai leszármazás kérdését újból felveti s az így nyert eredményt ismét egyelőre mellőzve, a földrajzi elterjedésből igyekszik phylogenetikai következtetéseket vonni; mindezekből függetlenül még az ontogenetikai fejlődést is számba veszi. Az ilyen módon suggestiv befolyástól, esetleges elfogultságtól menten s egymástól függetlenül nyert eredményeket végül összegezi, egybeveti s ezen összehasonlítás adja meg az emberi kutatás és emberi számítás határain belül a legvalószínűbb phylogenetikai végeredményt. A hol az összes disciplinák eredményei összevágznak, ott a végeredmény a legbiztosabb; a hol esetleg ellentét mutatkozik, az sem vész kárba, az csak az illető kérdés megoldhatatlan voltát bizonyítja s így tévedésektől ment meg; a hol több disciplina eredménye összevág, de az egyiké vagy másiké eltér, ott meg az illető egy disciplinában elkövetett hibákra leszünk figyelmesek. Mindennek megfelelően a monographia külsőleg is némileg eltér a szokott módtól, mert az általános

fejezetek igen bővekek s az ontogenetika, a kész növény morfológiája, a teratologia, anatomia és növényföldrajz mint koordinált disciplinák szerepelnek, melyek mind egyformán a phylogenetikának vannak subordinálva. Más monographiákban a külső morfológiai fejezetnek a többi fejezetek, mint pl. anatomia, ontogenitika stb. vannak alárendelve s utóbbiak eredményét, ha a morfológiai eredményekkel nem egyeznek, sokszor mellőzik. Máskor meg — ha nem is épen monographiákban, hanem egyéb systematikai művekben — a növényföldrajzi vagy az anatómiai adatokat tekintik legfontosabbaknak s a morfológiai adatokat, ha nem illenek be, mellőzik.

A szerző említett kutatási eljárásával azt bizonyítja, hogy egy korábban megírt, a M. Tud. Akademiában bemutatott kisarányú dolgozatában röviden kifejtett álláspontjához hű maradt s kutatási módszere következetes. «A *Ruscus-phyllocladium* morfológiai értelmezése anatómiai alapon» cz. dolgozatában ugyanis kiemelte, hogy tudományos kérdésben a külső morfológiai vizsgálatot az anatómiai szerkezet vizsgálatával összhangzásba kell hozni, hogy a két vizsgálati módszer ellentétes eredményre nem vezethet s hogy nehezebb kérdés megoldásakor hol az egyikre, hol a másikra kell támaszkodni. Ez az elv, bármilyen természetesnek és magától értetődőnek is lássék, nincsen általánosan elismerve s még ritkábban látjuk fogantatva. Hogy azonban ennek az elvnek megfelelő kutatási módszer milyen eredményekre juttat, arra a megírt monographia nyújt példát.

E monographiában ugyanis az a legfeltűnőbb s elvi szempontból legértékesebb eredmény, hogy az ontogenetikai, morfológiai, anatómiai s földrajzi vizsgálatok alapján külön-külön nyert következtetések szinte matematikai pontossággal egybevágnak, úgy hogy nem csak a levezetett phylogenetikai eredmények bizonyulnak igen alaposaknak, hanem maga a phylogenetikai leszármazás, a természetes rokonság theoriája is a növényországnak egy kis csoportjára vonatkozólag igen alapos bizonyítékokat nyer.

1. Az ontogenetikai vizsgálatok alapján a *Convallaria majalis* (legközelebbi rokonaival együtt, az összes *Convallarieae*) a legegyszerűbbnek s legkezdetlegesebbnek mondható; állandóan monopodiális elágazású. A *Polygonateae* (a hova a hazai genu-

sok közül a *Majanthemum*, *Polygonatum* és *Streptopus* tartozik) a csirázást követő első időszakban hasonlítanak a *Convallarieae*-hez, de csakhamar sympodiális elágazási módot követnek, a miért is fejlődési menetük komplikáltabb s így magasabbrendű csoportként foghatók fel. Az *Asparageae* végül mindjárt kezdettől fogva sympodiális elágazásúak.

2. Morphologiaiailag ismét a *Convallarieae* a legegyszerűbbek. Földfeletti száruk nincs, csak tőkocsányuk van. A levelek mind töllevelek, száruk igen korlátolt. A virágzatok száma szintén korlátolt. A *Parideae* (*Paris quadrifolia*) ontogenetikailag a *Convallarieae*-hez hasonlók, de már lombleveleket hordó földföldrőlötti száruk van. A *Polygonateae* csoportján belül a földföldrőlötti szár igen tekintélyes, számos lomblevelet hord, el is ágazik; a virágzatok száma lehet még korlátolt, amikor csúcsállásúak, de lehet igen nagy is, a mikor a lomblevelek hónaljából ered. Az *Asparageae* csoportján belül a szár szintén igen tekintélyes, ismételten elágazik. Mindez arra vall, hogy a *Convallarieae* a phylogenetikailag legalacsonyabbrendűek, a *Parideae* valamivel magasabbrendűek. Még előbbrehaladtak a *Polygonateae*, a melyeken belül két, sőt több fokozat konstatalható.

A vázoltak mellett figyelemre méltó az, hogy a lomblevél a *Convallarieae* csoportjában a legnagyobb, a *Polygonateae* csoportjában kisebb, az *Asparageae* csoportjában pedig egészen eltűnik. Úgyszintén a virág az elsőnek említett csoportban a legtekintélyesebb, legnagyobb, legfeltűnőbb, a többi csoportban pedig fokozatosan kisebbedik, gyengül, de egyúttal ivarilag is differenciálódik.

Az ivari differenciálódás a hazai *Asparagus*-fajokon igen fontos, mert az az egész növényre is áterjed, sőt — szerző felfedezése szerint — a növényországban vajmi ritkán konstatalható másodlagos ivari differenciálódás is áll be, a mi systematikai tévedésekre adott alkalmat.

3. Teratologiai szempontból igen érdekesek az olyan esetek, a midőn a *Convallaria* tőkocsányán lomblevél fejlődik, a mi a *Polygonateae* típusára emlékeztet, vagy amidőn a *Majanthemum* virágzó szára alatt töllevél is támad, a mi a *Convallaria* képét utánozni látszik.

4. Anatomiailag ismét a *Convallarieae* a legegyszerűbb kifejlődésűek, a *Parideae*, *Polygonateae* s végre *Asparageae* fokozatosan magasabbrendű anatómiai szerkezetet árulnak el. Physiologiai-anatómiai szempontból általában a *Convallarieae* és *Parideae* inkább mesophil, a *Polygonateae* s még sokkal nagyobb mértékben az *Asparageae* xerophil alkotásúaknak mondhatók.

5. Földrajzi elterjedés tekintetében a *Convallarieae* a legkorlátozottabbak. A földrajzi elterjedési központ az extratropikus keleti Ázsia, a Himalajával együtt. A *Convallarieae* innen csak Ázsia mérsékelt övén keresztül egészen Európa nyugati partjáig terjedtek el; a *Parideae* átmentek Amerikába is. Úgyszintén a *Polygonateae* is Amerikába jutottak el, de ezek még dél felé és észak felé igen messzire haladnak; azonban az Aequatort csak a Monsun-vidéken lépik át, a hol a klíma igen nedves. Az *Asparageae* végül dél felé vándoroltak s mint tipikus xerophil növények, épen a legszárazabb klíma alatt is elterjednek, Afrikába átmenve itt egészen a Kapföldig jutnak el; csak éppen észak felé nem mennek messzire s ezért Amerikába sem jutottak át, mert az Ázsia keleti partjait Amerika partjaival összekötő északi szigeteken nem otthonosak, tovább délen pedig átvándorlásuknak a végtelen Óceán állja útját.

Ennek megfelelően Magyarországon is azt látjuk, hogy az *Asparageae* déli növények, két *Ruscus*- és három *Asparagus*-faj épen Magyarországon északi határvonalat ér, holott a *Polygonateae*, mint igazi mérsékelt övi növények, különösen a Kárpátokban otthonosak, egyik fajuk (*Streptopus*) pedig subalpin és alpin régiókban fordul elő.

## A VÉR GLYCERINTARTALMÁRÓL.<sup>1</sup>

TANGL FERENCZ lev. tagtól és WEISER ISTVÁN-tól.

A különböző glycerineszterek a szervezet anyagcseréjében igen nagy jelentőségűek; nemcsak a sejtek felépítésében vesznek lényeges részt, hanem az életfunkciókhoz szükséges chemiai energiának is jó részét épen ezen vegyületek szolgáltatják, a melyek a szervezet valamennyi vegyületei között a legtöbb chemiai energiát tartalmazzák. Azon chemiai folyamatok közben, melyek folyamán ezen energiaátalakulások történnek, ezen eszterek egyszerűbb komponenseikre esnek szét és kétségtelen, hogy ezen chemiai átalakulások bizonyos stádiumában s mindenek szerint a legelsőkből, szabad glycerin is képződik, a mint az a zsírok hydrolysises bomlásánál ki is van mutatva. Már ezen tény egymagában is kíváncsnak, sőt szükségesnek tűnteti fel annak megállapítását, hogy van-e az egyes szervekben és a szervezet keringő nedveiben szabad glycerin s ha igen, miképen változik ennek mennyisége a különböző élettani viszonyok között. Minderről eddigelé semmit sem tudunk, a minek különben egyszerű magyarázata az, hogy nem rendelkezünk oly methodus felett, mely a glycerin biztos quantitativ meghatározását kis mennyiségben és oly komplikált keverékekben, a milyenek az állati szervek és nedvek, lehetővé tenné. Mindazon módszerek, melyek a glycerinnek kaliumpermanganáttal való oxydálásán vagy benzoylchloriddal való benzoylozásán alapulnak, egyrészt magukban véve nem kifogástalanok, másrészt csak tiszta glycerinoldatokon

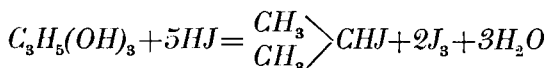
---

<sup>1</sup> A budapesti m. kir. állatélettani kísérleti állomáson készült dolgozat.

alkalmazhatók, nem is szólva arról a durva és kizárólag technikai czélokra kielégítő indirekt módszerről, melylyel például a borban szokás a nyers glycerint meghatározni.

Újabb időben ZEISEL és FANTO<sup>1</sup> kimutatták, hogy a ZEISEL-féle methoxyl eljárás sikeresen alkalmazható a glycerin meghatározására is. Az eljárás elve a következő: forró *JH*-oldattal illó alkyljodidot állítunk elő, melyet a fertőzésektől kellően megtisztítva alkoholos *AgNO<sub>3</sub>*-oldatban fogunk fel; ebben aequivalens mennyiségben *AgJ* képződik, melyből viszont az alkyljodid, illetőleg alkoxyl mennyisége kiszámítható.

Nevezett szerzők igen gondos kísérletekkel bebizonyították, hogy forrásig hevített, 1.7 fajsúlyú és 127°C forráspontú jodhydrogensav kellő feleslegben a glycerint quantitative átalakítja illó isopropyljodiddá a következő egyenlet szerint.



Ezzel ezen eljárás a glycerin quantitativ meghatározására alkalmazhatónak bizonyult, a mint arról ZEISEL és FANTO részben tiszta glycerinnel, részben zsírokkal és borokkal végzett vizsgálataikkal meg is győződtek.

Tekintettel a módszer egyszerű voltára és analytikai bizonyítékokkal megerősített megbízhatóságára, alkalmasnak ígérkezett egyrészt annak eldöntésére is, hogy a különböző állati szervekben és folyadékokban van-e szabad glycerin, és másrészt a mennyiben szabad glycerin találhatnánk, mennyiségének megállapítására.

Vizsgálatainkat a vérrel kezdtük meg, melyről NICLOUX legújabb vizsgálatai daczára még mindig nem volt kétségtelenül eldöntve, hogy tartalmaz-e szabad glycerint.

A milyen egyszerű maga az eljárás, különösen, ha a STRITAR<sup>2</sup> által módosított ZEISEL-féle készüléket használjuk, oly körülményes a vérnek előkészítése ezen meghatározásra. Először azért, mert

<sup>1</sup> Zeitschrift f. das landwirtsch. Versuchswesen in Oesterreich Jahrg. V. p. 729.; Fresenius' Zeitschr. f. analytische Chemie XLII. köt. p. 549.

<sup>2</sup> Fresenius' Zeitschrift f. analyt. Chemie XLII köt. p. 579.

tekintettel a glycerinnek elvárható igen csekély mennyiségére, aránylag sok vért kellett feldolgozás alá venni. Másodszor pedig nagy gonddal kellett eltávolítani mindazon anyagokat, melyek a meghatározást zavarják vagy lehetetlenné teszik. Ezen célból el kellett távolítani: 1. a fehérjéket, mert ezekből a *JH*-nel való főzéskor  $H_2S$  és illó isopropylmerkaptan képződhetik; 2. a zsírokat, cholestearin-esztereket és a lecithint, mert ezek mind illó alkyljodidokat adhatnak; 3. a sulfatokat, mert ezek a *JH*-nel történő reductionál szintén  $H_2S$  fejlődéséhez vezethetnek; 4. a chloridokat, mert mint FANTO<sup>1</sup> kimutatta, ezek az eredményt, bár kis mértékben, befolyásolják, valószínűleg chlorhydrin képződése folytán, melyre a *JH* tovább nem hat. De még ha ezen anyagok nem is zavarnák közvetlenül a glycerinmeghatározást, már csak azért is el kellene távolítani legnagyobb részüket, mert különben nagy tömegüknél fogva lehetetlenné tennék 400—1800 gramm vérnek bepárologatását kellő kis térfogatra (5 cm<sup>3</sup>-re) a nélkül, hogy az teljesen beszáradjon, a mitől az esetleges glycerinvesztés miatt óvakodni kell.

Mindezt szem előtt tartva, eljárásunk kidolgozásakor mindekelelt azon tényre támaszkodtunk, melyet ZEISEL és FANTO újból kísérletileg is megállapítottak, hogy az alkoholban és vízben igen könnyen oldható, æthyl-ætherben és petroleum-ætherben pedig oldhatatlan glycerin közönséges légnyomás alatt vízgőzökkel vagy alkohollal *nem illó*, legalább nem, ha olyan igen csekély concentrációban van jelen, a milyennel mi kísérleteinkben — a besűrítés végén is — találkoztunk.

Eljárásunk a következő:

A vért frissen 96 %-os alkoholban fogjuk fel rázás közben; 1 kgr. vére körülbelül 2—3 liter alkoholt veszünk. Többszörös összerázás és néhány órai, esetleg napi, állás után az alkoholt a csapadékról zsirtalanított wattarétegen át leszűrjük, a visszamaradt csapadékot — mely főleg a lecsapott vérsejtekből és a plasmából lecsapódott fehérjékből áll — porcellán csészében alkohollal alaposan összedörzsöljük s a watta-szűrőn alkohollal újra kimosuk, úgy hogy a szüredék a mosásra használt ezen alkohollal

<sup>1</sup> Zeitschr. f. angewandte Chemie 1903. 18-ik füzet.



együtt eredeti térfogatának kétszeresére megszaporodik. Hogy az ilyen módon alaposan kimosott csapadéokban esetleg még jelen levő glycerint még eltávolítsuk, az egész csapadékot BUCHNER-féle présben 300 atmosphæra nyomással kipréseljük; a kipréselt folyadékot a szüredékhez öntjük, a mely tehát a vérnek összes glycerinjét tartalmazza. Ezen szüredékből azután lombikban az alkoholt ledesztilláljuk mindaddig, míg a folyadék erősen habzik, azután porcelláncsészében vízfürdön tovább kb. 300—400 cm<sup>3</sup>-re sűrítjük be, az elpárolgó alkoholt folyton vízzel pótolva. Lehülés után üveg dugós hengerbe vagy rázó tölszerbe öntjük és æthyl-ætherrel vagy petroleum-ætherrel többször kirázzuk, az æther többszörös megújításával. A fehérjék legnagyobb részétől, a zsírtól, szabad zsírsavaktól, lecithintől, cholestearintól és cholestearin-eszterektől ilyen módon megszabadított folyadékhoz ecetsavval való megsavanyítás után phosphorwolframsavat adunk a még le nem csapódott fehérjék eltávolítására. Szűrés helyett czélszerű a csapadékot ismételten centrifugálással elválasztani a folyadéktól és kimosni. A fölösleges phosphorwolframsavat conc. barytvízzel és az utóbbinak feleslegével mindjárt a sulfatokat és phosphatokat is eltávolítjuk, a fölösleges  $Ba(OH)_2$ -t pedig  $CO_2$ -val. A csapadékok leszűrése és kimosása után oldatunkat óvatosan körülbelül 50 cm<sup>3</sup>-re bepárologtatjuk, ügyelve arra, hogy a csésze falán beszáradási gyűrűk ne képződjenek. Lehülés után a chloridok legnagyobb részének eltávolítása czéljából 150—200 cm<sup>3</sup> absolut alkoholt öntünk hozzá, néhány óra múlva a chlorideszapadékról leszűrjük és alkohollal kimossuk. Az alkoholos szüredéket az alkohol teljes eltávolításáig víz hozzáadásával vízfürdön az eredeti 50 cm<sup>3</sup>-re bepárologtatjuk. Ezen vizes oldathoz öntünk azután a még megmaradt kevés chlorid eltávolítása végett conc. forró ezüstacetatoldatot melyet úgy készítünk, hogy  $Ag_2CO_3$ -t forró ecetsavban oldunk. A fölösleges ezüstsó nem zavar tovább, mert részben már az oldat bepárologatásakor, részben pedig akkor válik ki, mint  $Ag_2O$ , a mikor az esetleg még el nem távolított sulfatok eltávolítása végett még egyszer  $Ba(OH)_2$ -t adunk hozzá. Czélszerű a  $Ba(OH)_2$ -t szilárd állapotban hozzáadni. A csapadék leszűrése és kimosása után a szüredéket kerek térfogatra besűrítjük, illetőleg mérőlombikban 50

cm<sup>3</sup>-re felöntjük és ebből azután pipettával lemért mennyiséget — 10 cm<sup>3</sup>-t — a ZEISEL-féle készülék lombikjában 5 cm<sup>3</sup>-re bepárologtatunk. (Ha kevés vért — 300—400 cm<sup>3</sup>-t — dolgozunk fel, akkor az egész szüredéket először porcellán csészében, azután a ZEISEL-féle lombikban sűrítjük be 5 cm<sup>3</sup>-re.) Nagyobb térfogattal azon folyadéknak, melyből az isopropyljodidot elő akarjuk állítani, nem szabad birnia, mert csak úgy higul a hozzáöntött 1,9 fajsúlyú *JH* csak 1,7-re; több folyadékot pedig nem célszerű a lombikba önteni.

A továbbiakban teljesen ZEISEL és FANTO előírásához tartottuk magunkat. Kezdetben az ezen szerzők konstruálta készüléket, később a STRITAR<sup>1</sup> módosította, lényegesen egyszerűbbet használtuk. Utalva ezen szerzők közleményeire, szükségtelennek tartjuk az eljárás leírását. Csak azt akarjuk megjegyezni, hogy úgy, a mint azt ZEISEL és FANTO követelik, a súly szerint lemért *AgJ* minden kísérletünkben 0·4 gr.-nál kevesebb volt.

Az *AgJ*-t 0·3922 factorral megszorozva, megkapjuk a megfelelő glycerint. Az egyes kísérleteinkben lemért *AgJ* mennyisége 0·0696 gramm és 0·1884 gramm között volt.

Vizsgálatainkat eddigelé öt marhavérrel és két lóvérrel végeztük. Az eredményeket a következő táblázat tünteti fel:

száma	A feldolgozott vér		100 gr. vér glycerin tartalma: mgr.
	minősége	mennyisége	
1	lóvér	332 gr.	9·35
2	marhavér	1898 "	7·19
3	"	598·5 "	4·72
4	"	832·8 "	8·87
5	"	402 "	6·81
6	"	935 "	5·21
7	lóvér	3585 "	6·78 <sup>2</sup>

Azon anyagok közül, melyek a mi eljárásunkkal a vérből nem, vagy csak részben távolíttatnak el s melyek esetleg úgy

<sup>1</sup> L. c.

<sup>2</sup> Kettős meghatározás középértéke; az egyes értékek: 6,89 mgr. és 6,67 mgr. voltak.

mint a glycerin, illó alkyljodidot adhatnak, a czukorra, tejsavra, cholinra és glycerinphosphorsavra kellett gondolnunk. A czukorról, tejsavról és cholinról már ZEISEL és FANTO kimutatták, hogy nem zavarnak. A glycerinphosphorsav mindenesetre úgy mint a glycerin isopropyljodidot ad. Annak eldöntésére tehát, hogy szabad glycerin vagy glycerinphosphorsav adja-e az isopropyljodidot, meg kellett állapítanunk, hogy van-e a mi eljárásunkkal a vérből nyert fehérje-, zsír- és sómentes folyadéokban glycerinphosphorsav. Ennek eldöntésére a chloridok eltávolítása után nyert szüredéket salétromsavval főztük a netán jelenlevő glycerinphosphorsav megbontására, azután molybdénsavas ammoniummal phosphorsavat kerestünk. Nyomát sem találtuk, úgy hogy a glycerinphosphorsavat kizárhatjuk.

Kíváncosnak tartottuk ezenkívül meggyőződni arról, hogy azon illó jodid, melyet mi a ZEISEL-féle eljárással a vérből nyertünk, tényleg isopropyljodid. Arra, hogy ezen jodidot oly mennyiségben nyerjük, mely elegendő lett volna elementaris összetételének vagy legalább forráspontjának megállapítására, rendkívül sok vért kellett volna feldolgoznunk. Ennek következtében meg kellett elégednünk azzal, hogy ezen jodidról kimutassuk azt, hogy másodlagos, a mi a MEYER VICTOR-féle pseudonitrol-reactióval sikerül. Ezen reactiót a ZEISEL-től előszóval és levélben nyert utasítások szerint hajtottuk végre és kimutattuk, hogy a fent leírt eljárással a vérből nyerhető illó jodid *tényleg másodlagos jodid*, mely  $HNO_2$ -val jellemző kékszínű pseudonitrolt ad. Miután ezen reactio igen kis mennyiségekkel nem sikerül, ezen kísérletre  $3\frac{1}{2}$  kgr. vért kellett feldolgoznunk és az eljárásunkkal ebből előállított összes illó jodidot ezen MEYER-féle próbára felhasználnunk. Hogy ezen illó jodiddal előállított pseudonitrol propylpseudonitrol —  $CH_3C(NO)NO_2CH_3$  —, illetőleg, hogy az illó jodid isopropyljodid —  $CH_3CHJCH_3$  — volt, abból következtethető, hogy a mi eljárásunkkal a vérből nyert folyadéokban még jelenlevő anyagok közül egyedül a glycerin adhat másodlagos jodidot.

Mindezek után jogosítva vagyunk annak kimondására, hogy *a vérben szabad glycerin van, még pedig a megvizsgált vérekben 0.005—0.009, középértékben 0.007 súlyszázaléknyi mennyiségben.*

Még azon ellenvetést emelhetné valaki eljárásunk ellen, hogy a hoszadalmas és körülményes műveletek közben a vérben oly csekély mennyiségben jelenlevő glycerin egy része elvész. Ezen ellenvetés megezáfolása és eljárásunk megbízhatóságának bizonyítása végett a következő ellenőrző kísérletet végeztük:

A vágóhidon ugyanazon marha véreből (5. sz.) két részletet fogtunk fel; az *A*) részletet, 2010 gr.-ot, 3 liter tiszta 96 %-os alkoholban, a *B*) részletet, 1988 gr.-ot, 3 liter 96 %-os alkoholban, melyhez előzetesen 10,088 gr. hig glycerin oldatot öntöttünk. Ezen hig glycerinoldatnak 100 gr.-jában, a ZEISEL és FANTO-féle jodideljárás szerint két elemzéssel meghatározva, volt:

	4.692	gramm glycerin
	4.653	«            «
középértékben	4.672	«            «

Tehát a *B*) vérhez hozzáadott 10.0886 gr. glycerinoldatban volt 0.4714 gr. glycerin.

Úgy az *A*) mint a *B*) részletből fent leirt eljárásunkkal 50—50 cm<sup>3</sup> sómentes folyadékot nyertünk, melyből 10—10 cm<sup>3</sup>-t vetettünk a *JH*-nel való kezelés alá.

A lemért *AgJ*-nak megfelelően az

<i>A</i> ) részletben	0.137	gramm glycerin, a
<i>B</i> )	0.643	«            «            van,

vagyis a *B*) részlet 0.506 gr. glycerinnel tartalmaz többet, míg a hozzáadott glycerin 0.471 gr. volt. Tehát a hozzáadott glycerint teljesen megtaláltuk.

Nézetünk szerint vizsgálataink először bizonyították be kétségtelenül, hogy a vérben szabad glycerin van s hogy ennek mennyisége — legalább a megvizsgált vérekben — átlag 0.007 %. Nem rég NICLOUX<sup>1</sup> egészen más eljárással, a fehérjétől megfosztott vérekből vacuumban való beszárítással és vízgőzökkel való

<sup>1</sup> Journal de physiol. et de pathol. gánérale t. V. 1903. p. 803 és 827.

többszörös átdestillálással igyekezett a glycerint eltávolítani és a destillátumban a bichromat-módszerrel meghatározni. Eltekintve attól, hogy ez utóbbi módszer nem kifogástalan, NICOLOUX vizsgálatai nem zárták ki, hogy a talált glycerin glycerinphosphorsavból származik; azonkívül ő csak félannyi glycerint talált mint mi.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának. 1905. február 13.-án tartott üléséből.)

## A PERIFERIKUS IDEGROSTOK FEJLŐDÉSÉRŐL.

LENHOSSÉK MIHÁLY r. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

Még alig tiz év előtt azt hihettük volna, hogy az idegek fejlődésének kérdésében a kutatás His neuroblast-tanával nyugvópontra érkezett, mert úgy látszott, mintha e tanítás, amely a kérdést nagyjában megoldja, végkép felvételre volna a tudomány befejezett igazságai közé. Ma másképp áll az ügy; pár év óta megint élénk irodalmi mozgalom indult meg e téren, a neuroblast-elméletnek ismét bőven kijutott a heves támadásokból, amivel szemben azonban szót emelt több olyan szerző is, aki teljesen a His-féle nézet hívének vallja magát. A neuroblast-tan ellen megindított küzdelmet a maga valójában csak akkor értjük meg, ha nem különálló jelenség gyanánt fogjuk fel, hanem csak egyik oldalát látjuk benne annak a hadjáratnak, a melyet csaknem egy évtizede lankadatlan heveséssel folytat néhány szerző a neuron-tan ellen. Ennek a neuroblast-tan egyik talpköve s így érthető, hogy azok, a kik teljes erővel azon iparkodnak, hogy a neuront végkép kiküszöböljék az idegtanból, támadásaikat kiterjesztik His tanítására is, tudva, hogy a neurontan addig az érvényességét teljesen el nem veszítheti, bármit derítsenek is ki a különböző festési módszerek a kifejlődött idegrendszeren, amíg nem sikerül e tanításnak fejlődéstani alapjait is megingatni.

A His-féle tanítás szerint az idegrendszernek idegegységekből való felépülése rendkívül világosan kifejeződik az idegelemek fejlődésében. Itt is úgy áll az ügy, mint a szervezet sok más alakviszonyára nézve, hogy t. i. a befejezett alakulás bonyolul-

tabb, nehezebben érthető viszonyai a fejlődés korai szakaiban vázaltszerű körvonalakban, csaknem egy séma egyszerűségével tárulnak elénk. Az embrióban eleinte minden egyes idegegységnek egy egyszerű, nyúlványtalan sejt, egy-egy neuroblast felel meg. E neuroblastok egyrészt a velőcsőben, másrészt mellette, a dúcztelekben fekszenek. Nemsokára nyúlványokat bocsátanak ezek, még pedig a legtöbb neuroblast kétfélét: egyfelől rövidebb dendriteket, melyek már a sejt közelében elágaznak s itt végződnek is, másfelől egy vagy két hosszabb főnyúlványt, a mely a sejt teste felől szabályos, egyforma átmérőjű fonal alakjában messzire tovaburjánzik, hol a középponti idegrendszer fehér állományában a szürke állomány más területei felé haladva, hol meg a periferián, az érző vagy mozgató végterületek irányában. E fonal később egy középponti vagy környéki idegrost tengelyfonalává lesz, s ezért az idegsejt e nyúlványát idegnyúlványnak nevezhetjük. A végződése legtöbbször hol egyszerűbb, hol inkább bokorszerű elágazásban áll. E szerint minden tengelyfonál egyetlen idegsejtből fejlődik s később is csak ezzel az egy sejttel függ össze az egyik végén, míg a másik végén szabadon fut ki. A tengelyfonál e fejlődése alapján alkotórésze marad mindvégig a tágabb értelemben vett idegsejtnak, azaz vele s végbokrával együtt cellularis egységet alkot s ez az, a mit idegegységnek vagy neuronnak nevezünk. Az idegegységek első fejlődésükben teljesen függetlenek egymástól, s ha volna is közöttük utóbb, a kifejlődött állapotban, benső összefüggés, ez csakis másodlagos egybeolvadásnak volna képzelhető.<sup>1</sup>

Ismeretes, hogy e tanításnak alapos kifejtése, bebizonyítása, minden oldalról való megvilágítása, megvédése HIS VILMOS, a nemrég elhunyt nagy lipcei embryologus nevéhez fűződik. 1883 óta számos cikket közölt HIS e tárgyról, s még legutóbb, néhány hónappal a halála előtt közzétett munkájában<sup>2</sup> is több fejezetet szentel az idegelemek fejlődésének, megvédve az ő tanát BETHE-

<sup>1</sup> L. erről bővebben: LENHOSSEK M., *Der feinere Bau des Nerven systems im Lichte neuester Forschungen.* II. Aufl. Berlin, 1895.

<sup>2</sup> W. HIS: *Die Entwicklung des menschlichen Gehirns während der ersten Monate,* Leipzig, 1904, pg. 29.

és NISSL támadásaival szemben. Így voltaképen Hist tekinthetjük a neurontan megalapítójának is, a mint hogy csakugyan elég világosan ki is van már fejezve e tanítás veleje 1886-ban megjelent értekezésének <sup>1</sup> következő mondatában: «Minden idegrost egyetlen egy sejtől fejlődik ennek a nyúlványakép, s ez a sejt teszi a rost fejlődési, táplálkozási és működésbeli központját. Az idegrostok minden egyéb összeköttetései csak közvetettek vagy másodlagosan képződtek.»

De a neuroblast-elméletnek vagy kinövési elméletnek első alapjait már több évtizeddel His első dolgozatai előtt megvetette KUPFFER.<sup>2</sup> Már ő kimondja, hogy «az idegsejtben megvannak a feltételek arra, hogy direkt nyúlvány alakjában idegrostot képezzen» s hogy «minden idegrost a periférikus végződéséig egy-egy idegsejt óriási nyúlványa gyanánt fogható fel.» Igaz, hogy Kupffer később elpártolt e felfogástól s inkább a láncolat-elmélethez csatlakozott, de ez mitsem változtat azon az igazságon, hogy a kinövési elmélet első irodalmi kifejtését az ő ifjúkori művében találjuk. Ő tehát ezen elmélet egyik első alapvetője, a mit annál szívesebben emelek ki, mivel Kupffer ezen első állásfoglalásában a jeles embryologus egy nagy érdemét látom.

A kinövési elmélettel szemben áll a láncolat-elmélet, mely az idegrostok keletkezését hosszanti sorokba elrendezkedő idegképző sejtek egybeolvadásából magyarázza s e szerint az idegrostot nem egy sejt származékának, hanem multicellularis képződménynek itéli. Az idegképző sejtek magjai megvannak a kifejlődött periférikus idegroston is, mint a Schwann-féle vagy neurilemma magvak, míg határaikat a velőhüvelyű idegrostokon a Ranvier-féle befűződések jelzik.

Ez az elmélet sokkal régibb keletű, mint a kinövési tan. A szerzője SCHWANN, a sejtelmélet híres megalapítója az állatországra nézve. 1848-ban megjelent alapvető kis munkájá-

---

<sup>1</sup> W. HIS, Zur Geschichte des menschlichen Rückenmarks und der Nervenwurzeln. Abh. d. mathem.-phys. Klasse d. Kgl. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. Bd. XIII, 1886, pg. 479.

<sup>2</sup> F. BIDDER und C. KUPFFER: Untersuchungen über die Textur des Rückenmarks, Leipzig, 1857.



ban <sup>1</sup> fejti ki az idegfejlődésre vonatkozó nézeteit. Felfogását a következő sorokban foglalja össze: «Elszerint minden idegrost egész hosszában másodlagos sejt gyanánt fogható fel, a mely elsőleges, maggal bíró sejtek egybeolvadásából keletkezett.»

Tagadhatatlan, hogy a lánczolat-elméletnek minden időben, még a neuroblast-tan legnagyobb sikerei idején is megvoltak a maga hivei, s ezek között jeles tudósok, mint Balfour, Goette, Beard, Dohrn és mások nevével találkozunk. Nagy aktualis jelentőségűvé a két nézet küzdelme azonban csak az utóbbi évtizedben lett, a mikor egybefonódott a szövettan egyik legnevezetesebb vitás kérdésével, a neurontan helyességének vagy téves voltának problémájával.

A lánczolatelméletnek, a másikkal egybevetve, egy nagy fogyatkozása van; az, hogy nem alkalmazható az idegelemek összességére.

A középponti idegrostok fejlődését ilyen módon magyarázni merő lehetetlenség, még pedig azért az, mert az agy- és gerinczvelő fehér állománya fejlődésének nagyon előhaladott stádiumáig, még olyankor is, a mikor már sok ezer idegrost tömött nyalábjából áll, híján van minden sejtmagnak. Egyáltalában nem találunk benne tehát olyan sejteket, a melyek egybeolvadásából magyarázhatnók a keletkezésüket. Csak később jelennek meg, eleinte gyéren, azután mind számosabban, a magvak a fehér állomány területén, a mikor a velőcső ventrikuláris rétegeiből kivándorolnak a neurogliasejtek az idegrostok közé. Ez olyan egyszerű, felszínen fekvő igazság, hogy ehhez kétség nem férhet. Sajnos, hozzá kellett ahhoz is szoknunk az utóbbi időben, hogy a neuron elleni küzdelem egyes fanatikusai példátlan elszántsággal kétségbe vonják a legszembetűnőbb szövettani tények valódiságát is, ha nem illik bele támadásaik keretébe, de ez az egy tény olyan, hogy ehhez eddig senkisé sem mert nyúlni. S e mellett kimutatható az is, hogy a fehér állomány kötegei nem egyöntetű felrakódás útján képződnek, hanem hogy azok a

---

<sup>1</sup> TH. SCHWANN, Mikroskopische Untersuchungen über die Uebereinstimmung in der Structur und dem Wachsthum der Thiere und Pflanzen, Berlin 1838, pg. 175.

rostnyalábok, a mikből felépül, a szürke állomány egyes sejtcsoportjaiból, vagy a velőcső mellett fekvő érző duczokból erednek s azután hosszában tovanőnek, miközben előhaladásuk nyomról nyomra követhető.

A lánczolatelmélet egyes hívei persze könnyedén túlteszik magukat e nagy nehézségen azzal a kijelentéssel, hogy a középonti és környéki idegrostok fejlődésében a természet más utat követ, hogy ezek különbözőképp fejlődnek. Így a legujabb szerzők egyike, SCHULTZE OSZKÁR<sup>1</sup> a periferikus idegrostokat idegképzősejtek olvasószerű egybeolvadásából magyarázza, a középpontiakra ellenben azt az elméletet koczkáztatja meg, hogy ezek két-két sejt közti protoplasmahidnak a megnyúlásából keletkeznek. Ugyancsak meglepő volna, hogy egy protoplasmahid annyira megtudna hosszabbodni; hisz tudjuk, hogy egyes középponti idegrostok nagy hosszúságot érhetnek el, így a pyramis-pálya egyes rostjai 1 m.-nél is hosszabbak lehetnek.

S az a különös, hogy Schultze ezt az elméletét azzal a frázissal vezeti be, hogy «világos, hogy arra kell törekednünk, hogy a központi és periferikus idegrostok fejlődéséről lehetőleg egységes felfogásra jussunk.» Ha Schultze ezt a két ugyancsak széjjelágazó fejlődési módot még bele tudja illeszteni egy egységes felfogás keretébe, akkor alig érthető, hogy hol is kezdődnek az elvi különbségek az eltérő fejlődési folyamatok között, sőt azt hiszem, hogy az ilyen laza megítélés mellett még a kinövési elmélet is elférne amaz egységes felfogás szárnyai alatt, kivált ha megfelelő stylaris alakba tudjuk azt önteni.

Hogy a centralis idegrostok másként fejlődnének, mint a környékiek, az már eleve roppant valószínűtlen. Hisz egyforma alkotórészekből állanak, egyforma szerkezetűek. Legfontosabb részük, a tengelyfonal, itt is, ott is, neurofibrillumokból s ugyanabból a hig interfibrilláris anyagból áll, s velőhüvelyük is egyforma, sőt a központi idegrostok e hüvelyén TOURNEUX és LE

---

<sup>1</sup> O. SCHULTZE, Nachtrag zu meinem auf der Anatomenversammlung in Jena gehaltenen Vortrag über die Entwicklung d. peripherischen Nervensystems. Anat. Anzeiger, Bd. 25, 1904, pg. 181.

GOFF,<sup>1</sup> SCHIEFFERDECKER,<sup>2</sup> CAJAL,<sup>3</sup> FLECHSIG,<sup>4</sup> DOGIEL<sup>5</sup> és mások megállapításai szerint még olyan félbeszakítások sem hiányznak, mint a milyenek a periférikus idegrostok Ranvier-féle befűződésai. A központi idegroston csak egy alkotórész hiányzik ahhoz, hogy ép olyan teljesen felszerelt rost legyen, mint a környéki: a Schwann-féle hüvely magjaival. Ez pedig azért felesleges, mert szerepét az idegrostokat körülhálózó neurogliasejtek és rostok teljesítik. Ebből a különbségből értjük meg a központi és periférikus idegrostok fejlődésében észlelhető eltérést, jelesül azt a különbséget, hogy míg a fehér állomány idegrostjai sokáig híján vannak minden magképződménynek, a környéki idegrostok fejlődésében már az első lépéstől kezdve nagyban szerepelnek sejtmagvak is, nevezetesen a hüvelyképző sejtek magjai.

S megfontolandó még egy dolog. Tudjuk, hogy a hátulsó gyökerek idegrostjai eleinte periférikus rostok, de azután benyomulnak a központi idegrendszerbe, centralis rostokká válnak s e minőségükben hosszú pályákon haladhatnak még tova. Az ilyen idegrostokra Schultze elmélete szerint azt kellene feltennünk, hogy az egyik részük a lánczolat-typus módjára, a másik pedig a sejtközi hid kinyúlásának módszere szerint fejlődik, a mit ugyancsak nehéz volna elhinnünk.

Schultzének merész elméletével szemben örömmel idézem e helyen egy bő tapasztalatú, kiváló embryologusnak, KEIBEL-

---

<sup>1</sup> TOURNEUX et LE GOFF: Note sur les étranlements des tubes nerveux de la moelle épinière. Journal de l'Anat. et la Physiol. 1875, pg. 403.

<sup>2</sup> P. SCHIEFFERDECKER, Beiträge z. Kenntniss des Baues der Nervenfasern. Archiv f. mikrosk. Anatomie, Bd. 30, 1887, pg. 435.

<sup>3</sup> S. R. Y CAJAL. Nota sobre los tubos nerviosos del lóbulo cerebral eléctrico del torpedo. Revista triomestral de histol. norm. y patol. 1888, No. 2.

<sup>4</sup> P. FLECHSIG, Ueber eine neue Färbungsmethode des centralen Nervensystems. Berichte der königl. Sächs. Ges. d. Wissensch. Nat. phys. Classe. 1899.

<sup>5</sup> J. S. DOGIEL. Die Nervelemente im Kleinhirn der Vögel und der Säugethiere. Archiv f. mikrosk. Anat. Bd. 47, 1896, pg. 707.

nek<sup>1</sup> megfontolt nyilatkozatát. Keibel a SCHULTZE előadásához fűződő vitatkozásban kijelenti, hogy részéről nem fogadhatja el a lánczolatelméletet, mert akkor a környéki és központi idegrostokra nézve más-más fejlődési módot kellene feltételeznünk, a mihez ő nem tudna hozzájárulni. Meggyőződése szerint ezek a rostok egyformán fejlődnek s a fejlődési módjuk kutatására a kétfajta rost közül a centralis idegrostok alkalmasabbak. A kérdés eldöntése a középponti idegrendszer területén várható.

Ha csakugyan ezen a téren kell a kérdésnek eldőlnie, akkor azt mondhatnók, hogy az idegrostok fejlődésének problémája immár teljesen megoldott kérdés. A központi idegrostokról teljes biztossággal ki van mutatva, hogy a szürke állomány s a dúczok idegsejtjeiből képződnek nyúlványszerű kinövés útján, s hogy azután önállóan, minden egyéb sejt hozzájárulása nélkül nőnek tovább s alkotják az agy- és gerinczvelő fehér állományának hosszanti nyalábjait. Hisz alaposan megvilágította ezt a fejlődési módjukat különböző értekezéseiben a fejlődéstani kutatás szokásos módszereivel: a seriesek festésére alkalmazott rendes eljárásokkal; de még sokkal kézzelfoghatóbban, sokkal meggyőzőbben bizonyítható ez be a Golgi-féle eljárás alkalmazásával. Így pl. 4—6 napos tyúkembryók gerinczvelején, ha sikerült az eljárás, remekül látható a fejlődés e módja az elülső eresztéken áthaladó idegrostokon, a «commissura-sejtek» nyúlványain. A velőcső dorsalis felében könnyen felismerhetők azok a körteidomú, még sima felületű neuroblastok, a melyekből e rostok erednek; nyúlványuk ívben lefelé kanyarodik a velőcső fenéklemeze felé, miközben szép hajlással megkerüli a velőcső belső, sűrű magvakból álló zónáját. A kinövés ténye e rostokra nézve a különböző fejlődési fokozatokon levő rostok egybevetéséből biztosan megállapítható.

Gyakran egy metszeten előttünk van a rostok egész fejlődési sorozata; látunk egészen rövid rostokat, a melyek már a sejt közelében végződnek; azután hosszabbakat, a melyek hosszanti növekedésükben már az elülső ereszték közelébe jutottak,

---

<sup>1</sup> Verhandlungen der Anat. Gesellsch. XVIII. Versamml., Jena 1904, pg. 15.

még hosszabbakat, a melyeknek előre növvő vége az eresztékben magában fekszik s végül teljesen kifejlődöttéket, a melyek az eresztéken áthaladva, a túloldal keskeny, szegélyszerű fehérálományában vesznek el. A szabad vég diagnózisát mindenütt az ismert körtealakú megvastagodás, CAJAL növekedési kúpja teszi biztossá, a mit ujabban HARRISON<sup>1</sup> is megerősített a lazacembryón, megfelelően ezzel BETHE azon követelésének, hogy e végduzzanat egyéb módszerrel is, mint a Golgi-féle eljárással kimutattassék.

Persze e rendkívül meggyőző képeket a neuron-tan ellenesei nem igen fogadják el bizonyíték gyanánt, a mint hogy egyáltalában «quantité negligible»-nak tekintik az idegelemek fejlődésének kérdésében a Golgi-féle módszerrel nyert eredményeket. Tárgyamtól nagyon is eltérítene, ha tüzetesen bele akarnék menni a Golgi-féle eljárással szemben gyakorolt e kritikának méltatásába s megczáfolni iparkodnám azt. Ennek mellőzésével nézetemet abban foglalom össze, hogy azok a meggyőző, világos, csak egyféleképp értelmezhető képek, a melyeket ez az eljárás az idegelemek fejlődésére nézve szolgáltat, megingathatatlan tények; ezek mindig egyformaképp fognak mutatkozni, későbbi generációknak is, akkor is, a mikor a velük ellenkező ephemer elméletek már rég feledésbe merültek.

A környéki idegrostok fejlődésében nincs meg a folyamatnak ez a könnyű áttekinthetősége, a viszonyok itt bonyolultabbak. Két körülmény homályosítja itt el az idegrostok hasonló fejlődésmódjának a tényét. Az egyik az, hogy a fiatal idegrostokat, mihelyt kinőttek a velőcsőből, sejtek veszik körül; s ezek velük csakhamar szoros érintkezésbe jutva, sőt mondhatnók, velük egybeolvadva, illetéktelen módon azt a hatást kelthetik, mintha valami szerepük volna az idegrostok tengelyfonalának a formálásában, holott csak másodlagos jelentőségű, hüvelyképző elemek. A másik körülmény, a mely zavart okozhat a viszonyok megítélésében, az, hogy az idegrostok fejlődése során olyan képek kerülnek a szemeink elé, a melyek némi hasonlatosságot tüntetnek fel az izomrostok fejlődésénél észlelhető tünetmennyekkel.

---

<sup>1</sup> R. G. HARRISON, Über die Histogenese des peripheren Nervensystems bei *Salmo salar*. Archiv f. mikrosk. Anat. Bd. 57, pg. 354. 1901.

Igaz, hogy e hasonlatosság ugyancsak felszínes, s hogy bővebb vizsgálatra eltűnedeznek a közös vonások, de mégis elegendőnek mutatkozott arra, hogy némely megfigyelő gondolatmenetét abba az irányba terelje, hogy az idegrostok és izomrostok fejlődése közös típus szerint megy végbe, a mit sok más kutatóval együtt nagy tévedésnek tartok. Mindezek ellenére tapasztalataim szerint a periférikus idegrendszerénél is úgy áll az ügy, hogy gondosan előállított készítmények, helyes megfigyelés és a viszonyok elfogulatlan megítélése mellett itt is csak arra az eredményre kell jutnunk, hogy az idegrostok a velőcső és dúcztelemek neuroblastjai részéről kinövés útján fejlődnek.

A kérdés megvizsgálására úgy látszik nem egyaránt alkalmas minden gerinczes állat embryója. Legalkalmasabbnak találtam e célra az emlős-embryót s másfelől tapasztalataim szerint legkevésbé szerencsésen választottunk, ha e tárgy kutatásában a tyúk-embryót vesszük anyagul. Azért nem ajánlható a tyúk-embryo erre a célra, mert ennél az említett hüvelyképző sejtek, a melyekről elmondhatjuk SCHULTZE OSZKÁR-ral (habár más értelemben, mint a hogy azt ő contemplálta), hogy minden baj kútforrásai a kutatás e terén, igen korán s rendkívül nagy számban jelennek meg a fiatal idegrostok körül. Ennek viszont megtaláljuk a magyarázatát a madarak kifejlődött velőhüvelyű idegrostjainak egy sajátosságában, nevezetesen abban, hogy ezek rendkívül bővelkednek Schwann-féle magvakban. KEY és RETZIUS<sup>1</sup>, a kiknek e tény ismeretét köszönjük, pontos számbeli adatokkal világítják ezt meg. Kimutatják, hogy ugyanolyan átmérőjű,  $8\mu$  vastag idegrostban e magvak távolsága egymástól az emberen 0.64 mm, a pintyen pedig 0.32 mm; e szerint épen még egyszer annyi Schwann-féle magja van a pinty idegrostjának, mint az emberének! Világos, hogy ennek a szembeötlő különbségnek meg kell nyilvánulnia a fejlődésben is, még pedig abban, hogy a madáron az embryói állapotban több az ilyen mag, mint az emlős-állat embrióján.

Jóllehet tehát a madár-embryók a periférikus idegrostok

---

<sup>1</sup> A. KEY und G. RETZIUS, Studien in der Anatomie des Nervensystems und des Bindegewebes. Bd. II, 1876, pg. 85—91.

fejlődésének kutatására nem épen a legjobb anyagot alkotják, jelen dolgozatomból tárgyaképpen az idegrendszer histogenesise körüli vizsgálataimból mégis épen a tyúk-embryóra vonatkozókat ragadom ki. Közel másfél évtizede kutatom, igaz, félbeszakításokkal, az idegelemek fejlődését; vizsgálódásaim eredményeiből egyeseket, főleg azokat, a melyeket a Golgi-módszerrel nyertem, régebben már közzé is tettem több dolgozatban. Az utóbbi időben ismét elővettem e kérdést és számos sorozaton vizsgáltam meg újra e nevezetes problémát, főképp madarak, emlős állatok és csontos halak embryóin, még pedig ezúttal nem a Golgi-féle eljárással, hanem közönséges festésekkel, jól fixált sorozatokon. Hogy épen a tyúk-embryón tett észleleteimet közlöm itt, annak az az oka, hogy erre az állatra vonatkoznak BETHE-nek legújabb észleletei s nyilatkozatai,<sup>1</sup> a melyek alapján pálczát tör a neuroblasttan felett s helyébe a lánczolat-elmélet egy módosítását akarja érvényre juttatni.

Igen sajnálható, hogy Bethe, a ki nyilván már eleve — szeliden szólva — azzal a reménységgel látott vizsgálataihoz, hogy a neuroblast-elmélettel ellenkezőket fog találni, épen ezt a legkevesebbé alkalmas objectumot választotta vizsgálatai anyagául. Még inkább sajnálható, hogy olyannyira tökéletlen módszerrel dolgozott; technikájának a jellemzésére elegendő az arra való utalás, hogy embryóit 96%-os alkohollal fixálta, olyan folyadékkal tehát, mely erősen vízelvonó hatásával ugyancsak zsugorítja az olyan lágy testet, a minő egy 3—4 napos tyúkembryo organismusa, s a mely ezáltal összetapadásokat, látszólagos egybeolvadásokat okozhat olyan szövetelemek közt, a melyek valójában nincsenek ilyen szorosan egybecsatolva.

A viszonyokat, az egyöntetűség kedvéért, csakis az elülső gyökereken fogom szemügyre venni. Az első fejlődési mozzanatok leírásában alapúl egy 6·5 mm. hosszú, a harmadik költési nap közepéről való tyúk-embryo keresztsorozatát használom. E stadium jellemzésére megemlítem, hogy az amniontömlő ez időtájtban már záródott, de a fej hátulsó végétől a caudalis testvégig

---

<sup>1</sup> A. BETHE. Allgemeine Anatomie und Physiol. des Nervensystems. Leipzig 1903, pg. 233 sq.

az amniogen choriionnal a lefűződési vonal mentén még varrat-szerűen összefügg. Az embryo rögzítés céljából néhány perczre Flemming-féle folyadékba s utána ugyancsak rövid időre Zenker-féle oldatba került. A sorozat hæmatoxylin-eosinnal van megfestve.

Tudvalevő dolog, hogy az embryók elülső részei fejlettebbek a hátulsóknál, s ezért ha a metszeteket a farki vég felől a feji vég felé vizsgáljuk a sorozaton, egy-egy szervnek vagy szövetszövetfajtának különböző fejlődési fokozatait van alkalmunk haladó sorrendben vizsgálni. Így áll az ügy az idegrostok fejlődésére is: ezen az egy sorozaton megvizsgálhatjuk a periferikus idegrostok első megjelenését is, meg a reá következő első stádiumokat is. A sorozat 1100 metszetből áll; ezek 19 tárgyüvegen vannak egyenlően elosztva. A caudális végen kezdve a vizsgálatot, az 5 első tárgyüvegen nyomát se látjuk a periferikus idegrostok fejlődésének. De már a 6-dik tárgyüvegen szembeötlenek az első tünetmények (1. ábra).

A velőcső ventralis felében, ott, a hol a fenéklemmez áthajlik az oldalfalba, a felszín közelében a sok sejt között 2—3 példány vonja magára a figyelmet erősebb szineződésével. Az illető sejtek orsóalakúak vagy kúpalakúak; csúcsaikkal kissé összehajolnak a velőcső felszínének egy pontja felé. Minden egyes sejt egy elég vastag, szintén erősen festődő protoplasmából álló nyúlványba folytatódik; ez áttöri a velőcső felszínét bevonó finom határhártyát s kilépve a gerincezvelőből, benyomul a velőcső körüli mesenchymába.

Ez a mesenchyma igen laza szövetű, orsó- vagy csillagalakú sejtekből áll; magjai leginkább egyközű fekvésűek a velőcső felszínével, vagyis mintegy körkörösén rendezkednek a velőcső ventralis fele körül.

A fiatal idegrostok — mert nyilván ilyenek vannak előttünk — könnyen felismerhetők és követhetők e laza szövetben, annál is inkább, mert rózsaszínű eosinfestődésük feltűnővé teszi őket. Megállapíthatjuk, hogy haránt irányban haladnak a testszelvény felé. Ez ilyenkor a hátlemmez állapotában van: két szorosan egymáshoz simuló sejtrétegből áll: kívül a még mesenchymává fel nem oldódott irhalemezből, belül az izomlemezből. A fiatal idegrostok —





rendesen csak 2—3 észlelhető ilyenkor — nem érik el a testszelvényt, hanem már előbb eltűnnek szemeink elől. Hogy mikép végződnek, azt nem sikerült készítményeimen biztosan megállapítanom. A Golgi-féle képekből azonban ösmerjük ezt a véget: tudjuk, hogy bunkószerűen megvastagodott (növekedési kup).

Magunk előtt látjuk tehát itt az első motorius és mondhatjuk az első környéki idegrostokat. *Készítményeim világosan bizonyítják, hogy ezek finom, magnélküli fonalak alakjában fejlődnek, még pedig mint a velőcső neuroblastjainak nyúlványai.* Hogy nem a centralis idegsejtek s a végződési hely sejtei közti intercellularis hidak megnyúlásából keletkeznek, mint azt HENSEN<sup>1</sup> hitte s még ujabbán, ha ugyan szavait jól értelmezem, GRAHAM KERR<sup>2</sup> is hiszi, az kiderül egyebek között már abból a tényből, hogy e stadiumban a legelső rostok még el sem érték növekedésükben az összelvényt; bizonyos ebből, hogy nem egyszerre bukkannak fel egész hosszúságukban, hanem hogy az eredő sejtjük felől fokozatosan nőnek a végződési helyük felé. Ez az intercellularis-elmélet légből kapott hypothesis, melynek nincs semmi alapja.

De teljesen valótlannak bizonyul BETHE azon állítása is, hogy «a tyúkembryón, mielőtt csak nyomai is volnának az idegrostoknak, már sejtek láncolata jelzi azt a helyet, a hol utóbb az ideg kifejlődik.» Készítményeim alapján *határozottan állíthatom, hogy az első motorius rostok megjelenése előtt a mesenchymában az illető helyen semmiféle sejt-láncolat vagy ilyesféle nem észlelhető*; nincs ott egyáltalában semmi különös, a mi a figyelmet magára vonná. BETHE-nek e tévedését, a melynek a keletkezését lesz még alkalmunk megvilágítani, megczáfolja egyébként ujabbán a láncolat elmélet egyik buzgó hive s a neuron-elmélet ellensége, JORIS<sup>3</sup> is. E szerző szintén helytelennek

<sup>1</sup> V. HENSEN. Die Entwicklung des Nervensystems, Virchow's Archiv Bd. XXX. 1864. pg. 166.

<sup>2</sup> J. GRAHAM KERR (Glasgow). On some points in the early development of motor nerv trunks and myotomes in *Lepidosiren paradoxa* (Fitz). Transact. of the Royal Soc. of Edinburgh. Vol. XLI. part. 1. 1904. pg. 20.

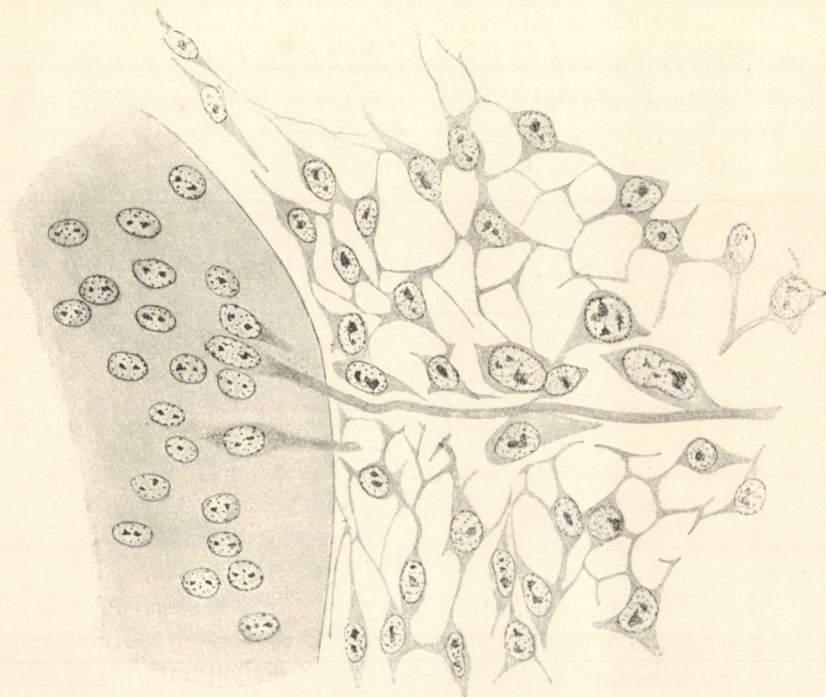
<sup>3</sup> H. JORIS. Histogenèse du neurone. Bruxelles 1904. pg. 20.

jelzi BETHE-nek idézett állítását s oda nyilatkozik, hogy a tyúk-embryón a periferikus idegrostok s a Schwann-féle sejtek egy időben jelennek meg. Én részemről, tapasztalataim alapján még tovább mennék, mint JORIS. Azt állítom, hogy van egy olyan rövid időszak a tyúkon is (kifejezettebb ez az emlősembryón), amikor a fiatal idegrostok környezetében még teljesen hiányzanak a Schwann-féle magvak; észleleteim szerint tehát a JORIS-tól állított egyidejűség sincs meg, hanem az első idegrostok megelőzik fejlődésükben a Schwann-féle magvakat, vagyis éppen az ellenkezője áll annak, a mit BETHE állít.

De folytassuk leírásunkat. Az az állapot, a mikor még semmi említésre méltó a velőcsőből kinőtt idegrostok környezetében nem mutatható ki, nem soká tart: csak pár metszetre terjed ki. Már néhány metszet után megváltoznak a viszonyok. Közepes nagyításokkal még mindig semmi különösét nem észlelünk a fiatal tengelyfonalak körüli mesenchymában, de ha erősebb lencsét alkalmazunk, megállapíthatók már egyes tünetények, a melyek arra vallanak, hogy immár megindul a Schwann-léle sejtek képződése (1. ábra). Azon az egypár sejten ugyanis, a melyek a fiatal rostokhoz legközelebb esnek, tüzetes vizsgálatkor főképp kétféle elváltozást állapíthatunk meg. Az egyik az, hogy közülök egyiknek-másiknak a magja nagyobb a környező mesenchymasejtek magjainál; a másik pedig az, hogy magvaikon határozottan kimutatható az az igyekezet, hogy a kilépő idegrostok irányában helyezkedjenek el, a mi meglehetősen megkülönbözteti őket a szomszédos mesenchyma-magvaktól, mert ezek, mint hallottuk, a velőcsővel egyközű s így az idegrostokkal kereszteződő fekvésűek. Csakhogy ez az irányváltozás még nem ment teljesen végbe valamennyi magon az idegrostok körül. Egyik-másik még csak ferde helyzetű, a másik meg épenséggel még parallel fekszik a velőcső felszínével, habár megnagyobbodásával már bebizonyítja, hogy a Schwann-féle magvak sorába tartozik. De e két sajátságon kívül még egy harmadik eltérés is észlelhető a sejteken, az, hogy protoplaszájuk kissé zömökebb testet formál s hogy alig mutathatók ki rajtuk a mesenchymasejtekre jellemző nyúlványok. E stadiumban még igen kevés ilyen sejt észlelhető: metszetenként egy pár mindössze, ezek is legin-

kább csak azon a helyen, a hol az idegrostok elhagyják a gerinczvelőt.

Nagyfontosságú kérdés, hogy mikép viszonylanak e sejtek az idegrostokhoz. E tekintetben nagy súlyt helyeznék arra az észleletre, hogy az *első Schwann-féle sejtek nem fekszenek*



1. ábra, 6·5 mm. hosszú, 2½ napig költött tyúkembryo keresztmetszetéből. Zeiss, Apochrom. 30, Apert 0·95, Comp. oc. 6. Az elülső gyökér rostjainak első megjelenése; a fiatal idegrost mellett már egy pár Schwann-féle sejt látható.

*valamennyien közvetlenül az idegroston, hanem egy részük csak mellette található.* Készítményeimen azt látom, hogy egyesek csak a közelükben foglalnak helyet, a nélkül, hogy velük érintkeznének; mások már érintik őket, de felszínüknek csak kis darabjával, s nem úgy, hogy egész hosszukban hozzájuk feküdnek. De ez az utóbbi eset is előfordul, csak hogy ilyenkor is nagyon

élesen különválnak a Schwann-féle sejt protoplasmája a tengelyfonal állományától a szineződése és egyéb viselkedése útján. A tengelyfonal ugyanis a halványpiros eosinfestést veszi fel, míg a sejtprotoplasmája csaknem szintelen marad s amattól még göröngyösségével is elüt. Ezekből a képekből határozottan kidomborodik az a fontos tény, a melyre eddigelé nem vetettek eléggé ügyet a kérdés irodalmában, *hogy az első Schwann-féle magvak nem az idegrostokon, hanem az idegrostok mellett jelennek meg s hogy csak másodlagos módon jutnak szoros érintkezésbe az idegrostok felszínével, mintha ezek vonzó hatással volnának rájuk.* Nem áll az, a mit BETHE állít, hogy az első rostok a Schwann-féle sejtek protoplasmájában találhatók, hogy ebből differenciálódni ki. Mikor az első rostok megjelennek, Schwann-féle sejteknek még nyoma sincs, s később ha látunk is már egy párilyent, a viszony köztük s a fiatal tengelyfonalak között csupán érintkezésben áll, s nem egyébben.

\*

Mellőzve néhány átmeneti kép leírását, azokat az állapotokat akarom szemügyre venni, a melyek a 15-dik, tehát előlről az 5-dik tárgyüvegen észlelhetők. E metszetek a nyaktájék alsó határának felelnek meg; ezentúl a viszonyok craniális irányban az idegrostok fejlődése tekintetében egyformák maradnak.

A velőcsőben több lett a neuroblast, ezek hosszúkásabbak, s a mi nagyon feltűnő, egyesek közülök már nem merőlegesen állanak a felszínre, mint azelőtt, hanem inkább érintőszerű helyzetűek. Megszaporodtak valamennyire az elülső gyökök rostjai is, de még mindig csekély számúak s ezért még mindig nem csoportosulnak valódi nyalábbá, hanem külön-külön, egyenként vagy párosával haladnak. Megállapítható rajtuk az is, hogy valamivel erősebb fénytörésűek s keskenyebbek, mint a caudálisabb metszeteken, a mit hajlandó volnék az idegrostoknak előhaladotabb hosszanti növekedéséből magyarázni. Az idegrostok ugyanis most már határozottan a testszelvény belső lemezéig követhetők; hosszabb lett a haladásuk az által is, hogy már nem futnak olyan harántul, mint az előző stádiumban, hanem ferdén, ventrolateralis irányban, a minek az a magyarázata, hogy időközben,

kapcsolatban a test oldalfalazatának kifejlődésével, a hátlemez jócskán megnyúlt ventralis irányban.

De a legnevezetesebb változás a periférikus idegrostokon az, hogy körülöttük a Schwann-féle sejtek tetemesen megszapordtak, kivált azon a helyen, a hol a rostok épen kilépnek a velőcsőből. A mesenchyma elemeitől e sejtek könnyen megkülönböztethetők már fentebb kiemelt két tulajdonságuk alapján: azáltal, hogy magjaik nagyobbak, mint a mesenchyma magjai s hogy a legtöbbször egyközűen fekszenek az idegrostokkal. Az idegrostok kezdete körül, ott, a hol épen elhagyják a velőcsövet, 3—4 sejtől álló csoportocska van; ennek a magjait kivételkép ferde, vagy épen haránt helyzetben is találhatjuk.

*Ime itt van tehát előttünk a «sejtlánczat» gyanánt értelmezett kép, az a stadium, a melyből kiindulnak azok a szerzők, a kik vonakodnak His tanítását elfogadni. Megérdemli e szerint, hogy vele bővebben foglalkozzunk. Benyomásaimat és észleleteimet e felől a következő pontokban foglalom össze.*

1. Ez a «sejtlánczat-stadium» nem az első lépése az idegrostok fejlődésének, mint BERHE állítja. Nem ezzel indul meg a folyamat, hanem egy ezt megelőző stadiummal, a melyben meztelen idegrostokat találunk, legfőleg csak pár Schwann-féle sejtrel a környezetében.

2. Sejtlánczat idegrost nélkül nem létezik; a Schwann-féle sejtek sorozatában jó készítményeken mindig felismerhetők a köztük futó idegrostok.

3. A sejtek külön-külön mindenütt élesen el vannak határolva, ott is, a hol szorosan egymás mellett fekszenek, mint pl. közvetlenül a velőcső mellett. Nem áll az, hogy e sejtek egymással plasmodiummá olvadnának egybe, a mint azt BETHÉ, SCHULTZE O. és mások állítják. Az ilyen állításokban biztos jelét látom annak, hogy azok a készítmények, a mikén az illető szerzők vizsgálataikat végezték, technikai tekintetben nem kifogástalannok. Erősen zsugorító, a protoplasmára roncsoló hatású fixálók alkalmazására könnyen megesik, hogy a szomszédos sejtek határai elmosódnak s látszólagos syncytiumok támadnak olyan helyen is, a hol a sejtek valójában teljesen különállók. Megjegyzem itt, hogy a rossz technikának még egy más káros következménye

is lehet, az t. i. hogy eltűnnek a Schwann-féle sejtek között haladó idegrostok. Ezek olyan érzékeny képződmények, hogy néha a fixálók hatására teljesen feloldódnak vagy a felismerhetetlenségig elroncsolódnak. Vagy máskor meg, ha a fixálás meg is kimélte őket, a festéssel való előtüntetésük nem sikerül. Ilyen esetekben persze csak a rostokat kísérő sejteket látjuk, a miből megértjük Bethe és mások tévedéseinek a genesisét. E technikai tökéletlenségek teszik a termőágyát a láncolat-elméletnek; ezeknek tulajdonítható, hogy annyi czáfolat után is újra meg újra akadnak az elméletnek szószólói. Összefüggő syncytiumról az idegrostok mentén már csak azért sem lehet szó, mert ilyenkor a sejtek, ha meg is szaporodtak, még mindig nem sorakoznak összefüggő, igazi lánczolatá; sorozatuk helyenként hiányos, elrendeződésük nem egyenletes. Pedig egyenletes, olvasószerű sejtsort kellene várnunk, ha csakugyan e sejtekből fejlődének a szabályos, szakadatlan, egyforma átmérőjű idegrostok.

4. Még e stádiumban is észlelhetők Schwann-féle sejtek, a melyek nem fekszenek még szorosan oda az idegrostokhoz. Igaz, hogy általában bensőbbnek találjuk most e sejtek odacsatlakozását a rostokhoz, mint előbb; de azért bizonyos, hogy csak érintkezés, contactus áll fenn köztük s nem valódi szerves egyesülés. A határ a Schwann-féle sejt világos, göröngyös protoplasmája s a rózsaszínű, homogen tengelyfonál közt mindenütt éles. Helytelen állítás, hogy az idegrost a sejt protoplasmájában fekszik. A sejt a rosthoz mindig csak az egyik oldalán fekszik hozzá; protoplasmája az idegrost túlsó oldalára nem terjed át. A szomszédos idegrostok közt, a mennyiben nem fekszik sejt köztük, semmiféle protoplasma-állomány nem mutatható ki. Hogy milyen laza vonatkozás áll fenn e stádiumban a Schwann-féle sejtek s a fiatal idegrostok közt, ez legmeggyőzőbben olyankor nyilvánul meg, ha egy-egy sejt osztódik. Ilyenkor a mitosisba lépő sejt megduzzad és gömbölyűvé lesz s ezen idoma következtében megint csaknem teljesen elveszti a contactusát az egyenesen haladó idegrosttal, melytől az által is élesebb az elhatárolódása, hogy protoplasmája teljesen felvilágosodik s felszíne hártyszerű határréteggé tömörül.

*Mind e képek elfogulatlan, objectív értelmezése csak ah-*

*hoz a felfogáshoz vezethet, hogy a Schwann-féle sejtek egyszerűen hozzáfekszenek a fiatal tengelyfonalakhoz, mint másodlagos módon rájuk rakódó elemek. Nem állhat meg az a felfogás, hogy az első rostok e sejtek protoplasmájában fejlődnek.*

A lánczolatelméletnek egyik sokszor idézett, nagynevű hive BALFOUR. A híres embryologus az ideggyökerek fejlődését őshalakon, nevezetesen pristurus-embryókon <sup>1</sup> vizsgálta meg s első megjelenésükben sejt-sorok gyanánt írja le; ezeknek az egybeolvadásából keletkeznék az ideg. Tankönyvének azon sorai, <sup>2</sup> a melyekben önérzetes, a csalhatatlanság hangján megfogalmazott phrasis kíséretében újra kifejti e nézetét, több könyvbe, így többek közt HERTWIG O. fejlődéstanába is átmentek. Ugyancsak őshalakon végezte vizsgálatait DOHRN, <sup>3</sup> a lánczolatelmélet egy másik hírneves előharczosa is. Ezen adatok még csak nem rég megczáfolatlanul állottak, mert a selachiusokon az újabb technikai eljárásokkal az idegfejlődést senki sem vizsgálta. Legújabbban fordult a koczka. Előttém fekszik NEAL-nak egy nemrég megjelent dolgozata, <sup>4</sup> melyből kiderül, hogy az őshalak sem tesznek kivételt az idegfejlődés általános törvényei alól, vagyis hogy itt sem fejlődnek a környéki idegek másképp, mint az emlősökön, madarakon, sauropsidákon, kételtűeken és csontos halakon: t. i. a neuroblastokból való kinövés útján. NEAL vizsgálatai szerint a fiatal rostok eleinte híján vannak minden magnak: csak ezután következik olyanféle sejtlánczyszerű stadium, a minőt BALFOUR láthatott. Csakhogy itt is másképp áll az ügy, mint a hogy azt BALFOUR leírja: a sejtsorok közt ugyanis mindenütt megvannak, mint tőlük különálló képződmények, azok az idegrostok, a melyeket másutt látunk a Schwann-féle sejtek közt s a melyek elkerül-

<sup>1</sup> FR. BALFOUR. On the development of spinal nerves in elasmobranch fishes. Philos. Transact. Vol., 166, 1876.

<sup>2</sup> FR. BALFOUR. Comparative Embryology, London II. 1881. pg. 372.

<sup>3</sup> A. DOHRN, Studien zur Urgeschichte des Wirbelthierkörpers, 17. Nervenfasern und Ganglienzellen. Mitth. a. d. Zool. Stat. zu Neapel. Bd. 10. H. 2, 1891.

<sup>4</sup> H. V. NEAL, The development of the ventral nerves of selachii. Mark Anniv. Volume, Article XV., 1903, pg. 291.

ték BALFOUR figyelmét. S még abban is eltér NEAL BALFOUR-tól, hogy a sejteket nem jellemzi s nem ábrázolja összefolyó plasmodiumnak, hanem minden egyes sejtet éles elhatárolással tüntet fel, a mire nézve a dolgozatához mellékelt szép rajzok közül különösen a 14. és 19. ábrára utalok. Vizsgálatának főeredményei közé NEAL első helyre a következő tételt helyezi: «The neuraxones of spinal ventral nerves of selachians develop like those of Amniota as processes of neuroblast cells. In their growth they are secondarily surrounded by sheath cells.»

Megjegyzem, hogy e dolgozat értékét és megbízhatóságát nagyban növeli az a körülmény, hogy szerzője készítményei előállításában nagy gonddal járt el, s többek között nem érte be a közönséges sorozatfestő módszerekkel, hanem ezeken kívül specifikus idegfestő eljárásokat is alkalmazott; különösen dicséri VOM RATH-nak egy ilyenmű módszerét, melyben platinchlorid és faeczet játszsza a főszerepet.

*Mindezek után kétségtelennek tartom, hogy azok a szerzők, a kik a periferikus idegrostok keletkezését számos sejt sorozatos egybeolvadásából magyarázzák, távol járnak a valóságtól. Részemről teljesen His tanához csatlakozom. Az idegrostok unicellularis képződmények, a neuroblastok hosszúra megnőtt nyúlványai, s azok a sejtek, a melyeknek a lánczolatelmélet hívei az idegrostok képzésében oly nagy szerepet tulajdonítanak, csak másodlagos jelentőségű elemek, a melyek csak utólagosan fekszenek hozzá a már előbb kifejlődött tengelyfonalhoz.*

Legyen szabad e helyen tárgyalásomat egy kis terminológiai kitéréssel félbeszakítani. SCHULTZE OSZKÁR kifogásolta, hogy a kinövési elmélet hívei e sejteket Schwann-féle sejteknek nevezik. Nézete szerint ez helytelen eljárás, sőt mintegy visszaélés a sejtelmélet hirneves megalapítójának nevével, mert SCHWANN ugyanezeket a sejteket nem hüvelyképző, hanem magát a tengelyfonalat felépítő sejteknek tartotta. Részemről bizonyos fokig elősmerem e kifogás helyességét. Való igaz, hogy Schwannnak más volt a nézete e sejtekről, mint nekünk, s ezért magam is illendőnek tartom, hogy az ő nevét mellőzzük e sejtek megjelölésében. De minthogy e sejtek jelöletlen nem maradhatnak,



egy új nevet bátorkodom e célra ajánlani: a *lemmoblast*<sup>1</sup> nevet, a melyet az magyaráz és okol meg, hogy ezek a sejtek képezik az idegrost neurilemmáját. Czélszerűtlennek tartom azt a terminológiát, a melyet GOETTE példájára APÁTHY<sup>2</sup> s a vele egy csapason haladó szerzők követnek, a kik e sejteket idegsejteknek nevezik, megkülönböztetésül a középponti idegrendszerben s a környéki idegdúcokban fekvő dúcsejtektől. Ha igaz volna, mint a hogy Götte, Apáthy és a lánczolat-elmélet többi hive állítja, hogy ezek az ú. n. idegsejtek képezik a periférikus tengelyfonalat, talán hozzácsatlakoznám én is e terminológiához, de én ezt legalább a gerinczesekre nézve nagy tévedésnek tartom, s ezért a mellett maradok, hogy az idegsejtet csak a régi értelmében használjuk, annál is inkább, mert nincs semmi ok arra, hogy ettől az uzustól eltérjünk, hisz ez az elnevezés az illető sejtek egyik legjellemzőbb, legfontosabb tulajdonságára utal: arra, hogy belőlük erednek az idegrostok. SCHULTZE O.<sup>3</sup> a mi lemmoblastjainkat periférikus neuroblastoknak nevezi. Ezt két okból nem fogadhatom el. Először azért nem, mert e sejtek meggyőződésem szerint nem neuroblastok, azaz nem idegképző elemek, másodsor pedig, mert a neuroblast elnevezést a szerzője, His csakis a központi idegrendszer fiatal idegsejtjeire alkotta meg s bizonyára tiltakoznék az ellen, hogy ezt a nevet, a mely mintegy az ő szellemi tulajdona, most már — sajnos! — szellemi hagyatéka, az ő meggyőződésével ellenkező értelemben alkalmazzák.

De vegyük ismét kézbe leírásunk elejtett fonalát! Az elülső gyökerek további haladásait a tyúkon egy valamivel fejlettebb embryón fogom szemügyre venni. Az előttem fekvő sorozat

<sup>1</sup> Elismerem, hogy grammatikailag helyesebb volna a «lemmato-blast» név, de a rövidebb, kényelmesebb lemmoblastnak meg van már az analogonja a szövettanban a haemoglobinban s több más hasonlóan képzett szóban.

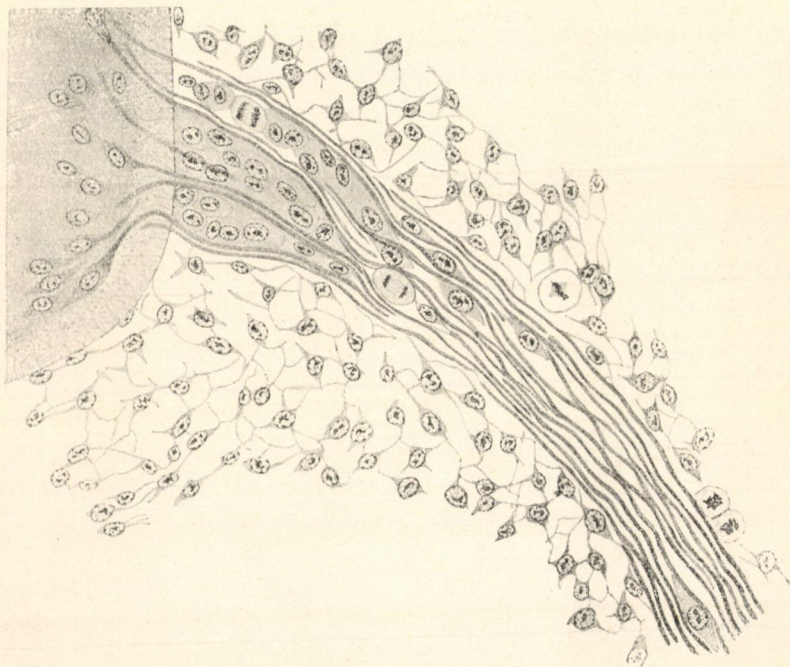
<sup>2</sup> Sr. APÁTHY. Nach welcher Richtung hin soll die Nervenlehre reformiert werden? Biologisches Centralblatt Bd. IX, 1889, pg. 600.

<sup>3</sup> O. SCHULTZE. Ueber die Entwicklung des peripherischen Nervensystems. Verhandl. d. Anat.-Gesellsch. XVIII. Versamml. Jena, 1904. pg. 6.

7 mm. hosszú, 4 napig költött, bichrom-ecetsavval rögzített embryóból készült; a metszetek timsós hæmatinnal és eosinnal vannak megfestve. Leírásomban az elülső végtagok magasságában észlelhető viszonyokat vázolom. A velőcsőben a jócskán megszaporodott motorius neuroblastok már külön sarlóalakú réteget formálnak a sűrű magyaktól álló belső zónaküloldalán: első nyoma ez a szürke állománynak. Van egy kis fehér állomány is már, a velőcsövet szegélyező pontozott réteg alakjában. Az elülső gyökerek rostjai konvergálva szedődnek össze neuroblastjaikból. Ha e finom rostok lefutását a velőcsövön túl követjük, mindjárt azon a helyen, a hol ebből kilépnek, meglepő dolgok ötlenek a szemünkbe. E helyen a rostok tömötten fekvő sejtektől vétetnek körül, a melyek élesen elhatárolt, gömbölyded vagy körteidomú halmazt, valóságos gangliumot alkotnak az idegrostok körül. A sejthalmaz 10—15, vagy még több sejtől áll: ennyi magot találunk benne egy-egy metszeten. A sejtek benne oly szorosan fekszenek, hogy határaik gyakran észre sem vehetők. A legtöbbnek azonban meglátszik a körvonala s így megállapítható, hogy leginkább gömbölyű vagy szögletes idomúak. Magjaik csak akkorák, mint a mesenkyma sejtekéi s majd kerek, majd hosszúak; közülök egy-kettő mindig mitosisban található, hol az idegrostok irányában fekvő, hol reá merőleges oszlási tengelylyel. E sejthalmazt híven iparkodtam lerajzolni a túloldalon látható 2. ábrán.

Ketségtelen, hogy itt a hüvelyképző sejteknek valóságos kis szaporodási góczát látjuk; nevezzük e csomót «lemmoblastemá»-nak. Ez a gócz tyúkon a 4-dik költési nap sajátása; a 3-ik napon csak 2—3 sejt jelzi e helyen a sejthalmaz meginduló képződését; az 5., 6. napon pedig e jellegzetes csomó a maga körülírt, ganglionszerű alakjában nincs már meg. Úgy látszik, egybeesik a lemmoblastéma legerősebb kifejlődése azzal az időponttal, a mikor az elülső gyökerek kinövése a velőcsőből, vagyis a mozgató idegrostok képződése a legélénkebb. A sejtcsomó szereplése úgy képzeld, hogy a kinövő rosthoz hozzátapadnak a lemmoblastémából egyes sejtek s ezeket a rost meghosszabbodásában mintegy magával viszi, a mely felfogásnak persze feltétele az a másik felvétel, hogy az előnövő tengelyfonalak nem a csúcson való anyagfelrakódás útján hosszabbodnak, hanem oly módon,

hogy a neuroblast felől a nyúlványnak új részletei nőnek ki, a melyek a már képződött rostot maguk elé tolják. Az idegrostok élénk szaporodása és gyors kinövése révén csakhamar az egész sejthalmaz felhasználódik s a következő napokon hiába keressük már a típusos sejtsomót. Megemlítem azt is, hogy emlős, amphibium és lazacz-embriókon ehhez hasonló felhalmozódását a lem-



2. ábra. 7 mm. hosszú, 4 napos tyúkembrió kereszt-metszetéből. Leitz, Oc. 3. Obj. 8. A velőcsőben orsó- és körtealakú neuroblastok láthatók, belőlük tengelyfonál-nyúlvány ered, mely a velőcsövön túl az elülső gyökérben hosszabb darabon követhető. Az ideggyökérbe az elején lemmoblastokból álló sejtsomó helyezkedik.

moblastoknak nem láttam s így azt vélem, hogy e képződmény ilyen alakban, így éles elhatároltsággal csak a madárembrión fordul elő.

A fiatal idegrostok e halmazon nem tömött nyaláb alakjában haladnak keresztül, hanem azt délkörszerű ívekben, fella-  
zúlva járvák át; a distalis vége felé convergálnak s azontúl már

összefüggő nyalábban vonódnak tova. Ez a nyaláb a dúcztelepből jövő érző rostok hozzácsatlakozása által csakhamar megvastagodik. Gyengén hullámosan járó rostokból áll; köztük csak igen tág közökben látható egy-egy orsó alakú sejt. Ilyen lemmoblastokat találunk a nyaláb felszínén is, de csak szórványosan, korántsem összefüggő hüvely alakjában. Az ideg periferikus részletében, a végződése felé, úgy a belső, valamint a külső sejtek elmaradoznak s az ideg teljesen «mezítelenül» van a mesenchymába ágyazva. Minthogy az idegnyalábocska jóformán csupa magnélküli rostból áll, a metszeten igen élénken szembetűnik világos sáv alakjában s már gyenge nagyítással is könnyen felismerhető és követhető. Úgy az ideg felszínén fekvő sejtek, mint a rostok közé ágyazott gyér elemek az idegrostoktól élesen el vannak határolva, s kivált ez utóbbi sejteken világosan követhető az orsó alakú sejtestest határvonala. Az idegrostok közt — eltekintve a sejtektől — protoplasmát vagy más közti állományt nem észlelünk; a rostok valóban «mezítelenül» futnak. Az is kiemelendő, hogy a szomszédos rostok egymástól pontosan elhatárolhatók. Bizonyos, hogy minden rost egy-egy tengelyfonalnak felel meg, s azért helytelennek tartom azt a pongyola eljárást, hogy több szerző a fiatal idegrostokról mint fibrillumokról szól. Mellőzendő itt ez a kifejezés (a melyet egyes szerzők nyilván egészen közömbösen, minden utógondolat nélkül használnak), mert az olvasóban azt a balhiedelmet keltheti, hogy e rostok egy-egy neurofibrillumnak felelnek meg s hogy több ilyen rostból lesz csak egy tengelyfonál.

★

Még sokkal jellegzetesebbek azok a képek, amelyeket valamivel előhaladottabb stádiumból, a 6. nap végéről nyerünk. Az embryo időközben 13 mm-nyire nőtt meg; csigolyái már jórészt porczogósak. Az idegrendszerben nevezetes haladások állapíthatók meg, úgy a középpontiban, mint a környékiben. A periferikus idegek széles, világos nyalábok alakjában járnak át a szöveteket, élesen és egyenes széllel elhatárolódva a környezet felé. Ez az a stádium, amelyben gyakran egy-egy metszeten úgyszólván egy séma áttekinthetőségével tárulnak elénk a periferikus ideg-

rendszer tervezetének alapvonalai: a mozgató és érző ideggyökerek egyesülése, a közös törzsök eloszlása ventrális és dorsális ágra, az összekötő ág viszonyai stb. A végtagok tövébe erős ideg tér be, melyet követhetünk a végtag közepéig, a hol eloszlik ágaira. Az idegek most egyforma alkotásúak a velőcsőtől egész a végződésükig: számos tengelyfonálból állanak, amelyek könnyed hullámvonalakban, minden összekötő anyag nélkül haladnak egymás mellett. A nyáláb jóformán csakis idegrostokból áll; csak igen elszórtan, nagyobb közökben bukkan elő a rostok közt egy-egy nagy, ovalis mag, körülvéve orsóalakú, élesen elhatárolt sejttesttől. Az ideg felszínén található lemmoblastok sem alkotnak e stádiumban összefüggő réteget; sporadikusok az ideg központibb részeiben, s csaknem teljesen hiányzanak a végdarabján. Az ideg ilyenkor úgyszólván elérte magvakban szűkölködő voltának a tetőpontját, a miből azt kell következtetnünk, hogy a 3. naptól az 5.-ig, vagyis a legutóbb szemügyre vett stadium óta lefolyt két nap alatt a lemmoblastok nem igen szaporodtak s csak annyiban estek át változáson, hogy míg a 3-dik napon csaknem valamennyien az ideg proximális része körül helyezkedtek el egy csomóban, most egyenletesen oszlanak el az ideg egész területén. A lemmoblastema az elülső gyökér tövén nyomtalanul eltűnt.

Az idegrostok közé ékelt hüvelyképző sejtek viszonya a rostokhoz most sem más, mint azelőtt: csak laza érintkezésben állanak velük. Erről most is olyankor győződhetünk meg legjobban, ha egy ilyen sejt oszlását végzi. A sejt ilyenkor megnagyobbodik, gömbalakot ölt, széle hártyszerűen megtömörül, a miáltal első reápillantásra is szembetűnővé lesz, hogy a rostoktól élesen elhatárolt képződmény. Megnagyobbodásával kissé széjjelszorítja a mellette elfutó idegrostokat s ezeknek a gömbölyűvé lett sejt domborulatát ívekben kell megkerülniök. Könnyen elképzelhető ily viszonyok közt az az eshetőség, hogy egyik-másik idegrostnak ez az ívben kanyarodó részlete nem esik a metszetbe, míg a sejt előtt és mögött fekvő egyenesen haladó darabja még benne van. Ebből olyan képek keletkezhetnek, mint-ha a sejt két oldalán az idegrostok hirtelen félbe szakadnának, pedig erről szó sincs: a következő metszeten megtaláljuk szorgos

vizsgálatra a hiányzó ívdarabot. Szinte érthetetlen, hogy mikép ejthették e képek tévedésbe BETHE-t; mert csak az ilyen képek félremagyarázásából érthető e szerzőnek azon állítása, hogy a Schwann-féle sejtek mitosisa alkalmával az idegrostnak a sejten, vagy Bethe szerint a sejt-«ben» haladó darabja láthatatlanná lesz.

Még egyszer kiemelem, hogy olyan stadium van itt előttünk, a mikor *a periférikus idegnyalábok csaknem egyedül finom, halvány idegrostokból állanak, magvak nélkül*. E képeket mindenki ismerheti, a ki csak valaha vizsgált gerinces-embryókat; a viszonyok egyformák a gerincesek minden csoportjában. E képek oly meggyőzően szólnak a mellett, hogy az idegrostok minden más sejt hozzájárulása nélkül csupán egy idegsejtből való kinövés útján fejlődnek, hogy az ember szinte ámulatba esik azon, hogy mikép akadhat ily képek mellett szerző, a ki a periférikus idegrostok keletkezését sejtek sorozatos összeforradásában keresi?

Psychologiai szempontból igen érdekes, hogy mikép igyekeznek a lánczolatelmélet egyes hívei, pl. BETHE, az idegeknek azt a fejlődési stadiumát, mikor csupa rostokból állanak, magvak nélkül, a saját elméletükkel megegyeztetni. BETHE előtt tisztán áll, hogy a láncz-hypothesis amaz egyszerű, mondhatnám naiv alakjában, a hogy azt Balfour contemplálta, hogy t. i. minden egyes idegrost egy-egy sejtlánczolatból keletkezik, nem tartható fenn, mert akkor az idegrostok számbeli gyarapodásával mind több és több sejtlánczolatnak, a vastagodó rostnyaláiban mind több és több magnak kellene előtűnnie, pedig éppen az ellenkezőjét látjuk: a magvak a vastagodó nyaláiban mind gyérebbek lesznek, mert eloszlának egyenletesen a megnövekedett ideg területén s a mellett az ideg felszínére szorúlnak, míg végül oda fejlődik a dolog, hogy a már száznál is több rostból álló nyaláb csaknem teljesen híján van magvaknak. Bethe a lánczolatelméletnek ilyen viszonyok között már-már elkerülhetetlen csődjét azzal igyekszik elhárítani, hogy teljesen kiforgatva ezt az elméletet eredeti alakjából, olyképen módosítja azt, hogy most már úgy véli, hogy nem ellenkezik a fentebb vázolt képekkel. A Schwann-féle sejtek, a melyeket Bethe «ideg-

sejt»-eknek nevez, az ő nézete szerint, mint hallottuk, hosszú olvasószerű syncytiumot alkotnak. Ebben az összefüggő protoplasmában differenciálódnak ki, még pedig a magsozolat egyik oldalán, megsűrűsödés útján a fiatal tengelyfonalak, de egy-egy sejtláncban nemcsak egy tengelyfonal, hanem a tengelyfonalak egész sora képződik, miközben az előbb keletkezettek a magot tartalmazó protoplasmarészből az újabbak részéről mindinkább félreszorítottatnak, míg végre a rostnyaláb tengelyébe jutnak. «Itt a rostok látszólag szabadon fekszenek, pedig valójában még mindig be vannak ágyazva az általános plasmába, csak hogy ez a plasma olyan hig, hogy nem látható világosan.»

«A 4-dik nap végén s az 5-dik nap elején a rostok száma még mindig növekszik. Minthogy pedig az idegsejtek ezen időben alig szaporodnak, a tetemesen megvastagodott rostnyalábot az 5. nap közepe táján csak a felszínén látjuk bevonva kevés sejtből álló köpenyegtől.»

Ezen újabb hypothesishez a következő kritikát kell fűzőm. Légből kapott állítás, hogy a fiatal idegrostok protoplasmába beágyazva feküdnének. Mint már többször kiemelttem, a rostok laza fekvése folytán könnyen és biztosan meggyőződhetünk arról, hogy a rostok közt sem protoplasma, sem egyéb nincs. Ennek a rostközi protoplasmának a felvétele kétségbeesett mentési kísérlet, mely talán egy pillanatra felszabadíthatja a megfeneklett láncolat-elméletet a zátonyról, de a mely állandó, megbízható támasztéknak nem válhat be, mert nagyon is ellenkezik az objective észlelhető tényekkel.

Ha követjük az idegrostokat a velőcső felé, meggyőződünk arról, hogy minden egyes rost egy-egy neuroblasttal függ össze. Az ember azt hinné, hogy ezt az összefüggést lehetetlen másképp magyarázni, mint oly módon, hogy következménye annak, hogy minden egyes idegrost egy-egy sejtből nő ki. De Bethe-ben nem ezt a felfogást kelti ez összefüggés, ő azt másképen, még pedig ugyancsak erőltetett módon igyekszik megmagyarázni. A centralis neuroblast, melylyel az idegrost összefügg, teljesen egyenértékű az ideg periferikus részeit képező Schwann-féle sejtekkel: úgyszólván csak a legcentrálisabb, végső láncszeme a sejtek e sorozatának. Már most a dolog máshogy folyik le a pe-

riferián s máshogy a központban. Míg amott az idegrostok az előbb vázolt módon mindinkább eltávolodnak az idegképző sejt magtartalmú részétől, addig a centrumban az idegrostok szilárd összeköttetésben maradnak a neuroblasttal. Ennek a következménye azután, hogy később «úgy látszik, mintha a rostok a neuroblastok nyúlványai volnának s mintha a tulajdonképeni idegképző sejtekhez semmi közük sem volna.»

Nem tudom, az olvasó is úgy jár-e vele, mint én, de én e ködös, nyilván csak sebtiben odavetett sorokból képtelen vagyok világos fogalmat alkotni magamnak arról, hogy hogy is gondolja Bethe ezt a dolgot. Akárhogy csűröm-csavarom is az ügyet, nem tudom e folyamat lefolyását Bethe szavai szerint szemlélhetően magam elé képzelni. Vegyük közelebről szemügyre ezt a hypothesisist. A periferián a rostok szaporodnak s felrakódnak a sejtlánczolat egyik oldalára; ezzel látszólag elvesztik az összefüggésüket a Schwann-féle sejtek sorozatával, bár valójában még mindig bele vannak foglalva e sejtek felhígult protoplasmájába. A centrumban azonban mások a viszonyok: itt fennmarad a rostok szoros összefüggése a legcentrálisabb neuroblasttal. Mit jelent ez? Hát én ezt csak úgy tudom érteni, hogy a centrumban a rostok nem szaporodnak, mert ha ide is folytatódna a rostok szaporodási folyamata, itt is csak a felrakódásukat várhatnók a neuroblast egyik oldalán s csakis a legkésőbb keletkezett rost maradhatna összefüggésben a neuroblast magtartalmú részével, vagy mondjuk: magával a neuroblasttal, a többinek ellenben szabadon kellene, sejttel való összefüggés nélkül végződnie. Ámde ha elmarad a velőcsőben a rostok szaporodása, világos, hogy a mozgó gyökér összes idegrostjainak egyetlen egy sejtbe kellene összefutniok, convergálniok kellene egy pont felé; pedig éppen ellenkezőleg, divergálnak, a mint a velőcsőbe lépnek s mindegyikük a maga idegsejtjéhez halad. S ezek az idegsejtek nem plasmodium viszonyában állanak egymáshoz, hanem mindegyikük élesen körvonalozott sejtindividuum, mely kúpalakban megkeskenyedve megy át a periferia felé vonuló idegrostba. S hol kezdődik az a bizonyos általános plasma, a mely ezen idegrostokat körülveszi és egybefoglalja? Mind olyan kérdések és nehézségek, a melyek mintegy útvesztőbe vezetnek az



ember gondolkodását, s a melyekkel BETHE nem számíthatott, midőn saját szerű ötletét papírra vetette.

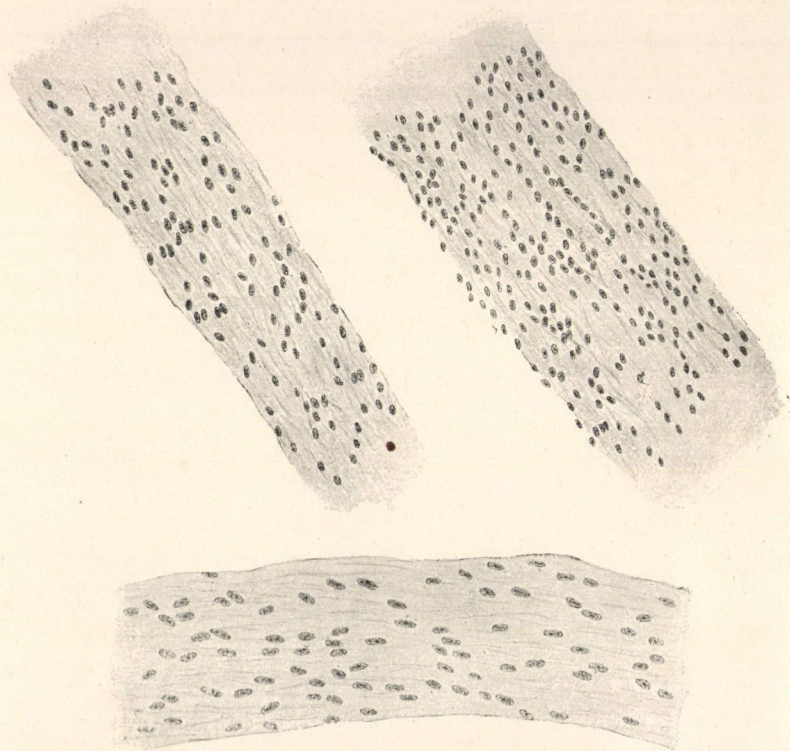
Bethe-nek még elismeréssel kell adóznom, hogy egyáltalán elismeri a fiatal periférikus idegrost összefüggését a központi neuroblasttal. Nem minden elvtársa teszi ezt. Igaz ugyan, hogy ez a legvilágosabb, legszembetűnőbb tények egyike, s hogy elmondhatjuk HARRISON-nal,\* az idegrendszer fejlődésének e jeles kutatójával, hogy «az idegek histogenesisében nincs biztosabb tény annál, hogy a tengelyfonal eleitől kezdve szakadatlan összefüggésben van az idegsejt protoplasmájával»; való igaz az is, hogy ezt az összefüggést sikerült készítményeken még a kezdő mikroszkopozó is első reápillantásra felismerheti; de mindez nem akadályozta meg a lánczolatelmélet egyes híveit abban, hogy ezt az összefüggést kétségbe ne vonják. Így DOHRN szerint (1891) megvan ugyan ez a folytonosság, de csak később; eleinte függetlenek egymástól az idegrostok és idegsejtek. Azokban az észleletekben, a miket az előzőkben az idegrostok első fejlődésére nézve közöltem, bennefoglaltatik már ezen állítás czáfolata.

Más alakba ölti skepticismusát egy újabb szerző, JORIS (l. c. pg. 18). E szerző azt állítja, hogy ha az ember összehasonlítja a központi neuroblast nyúlványát a periférikus idegrosttal, azt látja, hogy két teljesen eltérő karakterű, más fajta képződmény van előtte. «Les prolongements nerveux dans la moelle et les fibres nerveuses dans les nerfs sont des éléments anatomiquement très différens.» Nézete szerint nincs bebizonyítva, hogy ez a kétféle képződmény csakugyan continuitásban folytatódna egymásba s ezt HIS-nek sem sikerült kimutatnia. JORIS ezen állításával a mindent kétségbevonó nihilismusnak olyan fokát éri el, hogy a vitatkozás vele úgyszólván czéltalanná lesz. E merész állításával csakis az a kijelentése helyezhető egy sorba, hogy kétséges, vajjon azok a rostok, a melyeket az elülső gyökök helyén embriókon a Golgi-féle eljárással lehet kimutatni, csakugyan tengelyfonalak-e vagy sem.

---

\* R. G. HARRISON. Experimentelle Untersuchungen über die Entwicklung der Sinnesorgane der Seitenlinie bei den Amphibien. Archiv f. mikrosk. Anat. Bd. 63, 1904, pg. 35.

A fiatal idegnyaláboknak ez a magban szűkülő állapot, a melyhez eddigi leírásunk során eljutottunk, nem soká tart. Mindinkább kezd az ideg magvakkal benépesedni. Hogy ez olyan hirtelen történék, a 6. napon, amint azt Bethe állítja, azt két-



3., 4. és 5. ábra. Gerincvelői ideg hosszmetsetei, közepes nagyítással, 7 nap és 8 óráig, 8 nap és 1 $\frac{1}{2}$  óráig és 9 napig költött tyúkembryóból. A három rajz az idegrostok közt fekvő lemmoblastok fokozatos megszaporodását tünteti fel.

ségbe kell vonnom; észleleteim azt tanúsítják, hogy ez inkább lassú, fokozatosan előhaladó folyamat. Haladását a három mellékelt rajz érzékíti. Mind a három a gerincvelői idegtörzsnek körülbelül ugyanazt a darabját tünteti fel, ugyanazzal a nagyítással. Az első 7 napos és 8 órás, a második 8 napos és másfél órás, a harmadik 9 napos tyúkembryóból való. Első rápillan-

tásra is szembeötlik a magvak szaporodása a költési idő előhaladásával és különösen feltűnő ez a 9. napon az előzőhöz képest. Meg kell még említenem a következőket: Mind a 3 stádiumban nagyobbak a rostok közé iktatott magvak a környező mesenchyma magjainál, de határozottan megállapítható, hogy e magvak szaporodásukkal egyléptűen kisebbek lesznek. Közülök számosan, mind a 3 stádiumban, mitosisos oszlásban találhatók. A magvak sűrűségére nézve alig van különbség az ideg proximális és distálisabb darabja között és csak a legvégőbb ágakon, ahol az ideg már kisebb nyálábokra oszlik, látszanak gyérülni. Az idegnyálábok felszínén összefüggő sejtsorokat egyik stádiumban sem észlelünk; vannak ugyan mindenütt lemmoblastok kívül az idegen, de hogy e sejtek teljes hüvelyt alkotnának körülötte, azt nem mondhatnám. Nézetem szerint ezek a felszínes sejtek inkább csak úgy foghatók fel, mint az ideg állományában szétszórt lemmoblastok legkülsőbb példányai. E haladott stádiumokból való sorozataim a lemmoblastok sejttestének viselkedéséről nem nyújtanak kellő felvilágosítást. Kétségtelennek tartom, hogy ilyenkor már megindultak azok az elváltozások is, amelyek révén e sejtek teste körülnöve az egyes idegrostokat s hártyaszerűen megvékonyodva, a Schwann-féle hüvelylyé alakul át, s a melyekre nézve oly jeles észleleteket köszönünk GURWITSCHNAK<sup>1</sup> és legújabban KAPPERSNEK,<sup>2</sup> habár észleleteik e nehéz kérdést távolról sem merítik ki. Készítményeim e folyamatok megvizsgálására azért nem alkalmasak, mert csak közönséges módszerekkel vannak festve, holott e nehéz histogeniai probléma megoldása nyilván csak külön eljárások, aranyozás stb. mellett várható.

E dolgozatom főeredményét abban foglalhatom össze, *hogy vizsgálataim a tyúkembryón teljesen beigazolják a His-től kifejtett nézetek helyességét, hogy t. i. a periferikus idegrostok kinövés útján fejlődnek a velőcső s a dúcztelepek neuroblastjai részéről.* Felelgesnek tartom, hogy felsoroljam észleleteimnek

<sup>1</sup> A. GURWITSCH. Die Histogenese der Schwann'schen Scheide. Arch. f. Anat. u. Physiol. Anat. Abth. 1900, pg. 85.

<sup>2</sup> C. M. A. KAPPERS. Recherches sur le développement des gaines dans le tube nerveux. Petrus Camper Dl. II. Afl. 2, 1903.

ama pontjait, amelyek ezt kétségtelenné teszik. Elismerem, hogy van valami meglepő abban, hogy egy-egy sejt nyúlványa ekkorára tudjon megnőni, valamint abban is, hogy az idegrostok tovanövésükben oly biztosan megtalálják azt az izmot vagy érző területet, amelynek a beidegzése a feladatuk; de ki kell emelnem, hogy e tények idegenszerűsége csak addig áll fenn, amíg a fejlődés két végletét: a kiinduló pontot és a végeredményt helyezzük mereven egymás mellé, az átmeneti állapotok, a közbeeső fokozatos fejlődés figyelmen kívül hagyásával. Az idegrostok nem egyszerre nőnek meg akkorára, mint a minőknek haladottabb embriókban találjuk; első fejlődésük nagyon korai időpontra esik, olyanra, amikor még az izomlemez szorosan a velőcső mellett fekszik és így a kinövő mozgató idegrostocskák csakhamar beleütköznek a myotomba s elérik ennek azon sejtesoportjait, a melyekből a test illető izmai alakulnak. Az idegrostok további meghosszabbodása nem a csúcsukon való növekedés útján, hanem interstitiális anyagszaporulat módjára megy végbe, vagyis úgy képzelendő, hogy az újonnan alakuló anyagrészecskék a már meglevők közé vagy mögé helyezkednek, de nem eléjük. Ami azt a feltűnő jelenséget illeti, hogy a kinövő idegrostok oly biztonsággal meglelik a végződési területüket, mintha csak öntudatosan törnének végcéljuk felé, arra nézve megjegyzendő, hogy ez nem külön probléma, hanem beletartozik a szervezet alakulásának okait kutató általános nagy problémába. Hogy az idegek a megfelelő részekbe nőnek bele és nem máshová, ez nem nagyobb rejtvény, mint az a kérdés, hogy miért nőnek be azok az izombimbók, amelyekből a végtagizmok fejlődnek, az összehúzóerőből a végtagok telepeibe és nem más helyre.

Kétségtelen azonban, hogy a periférikus idegrostok nem egyszerre törnek mind elő a velőcsőből és a dúcztelepekből, hanem hogy bizonyos fokozatosság van a fejlődésükben. A később fejlődők a már kifejlődött rostok nyálábjaikat használják fel vezető pályák gyanánt.

A fiatal rostok eleinte híján vannak minden magnak, de nagyon korán megváltoznak a viszonyok, amennyiben csakhamar körülveszik az első rostokat bizonyos sejtek, amelyek a rostok hüvelyeit vannak hivatva képezni.

Foglalkozzunk még végül a *hüvelyképző sejtek vagy lemmoblastok eredésének a kérdésével*. Három lehetőség kínálkozik erre nézve; mindháromnak megvannak a maga hívei az irodalomban.

1. Az első felfogás szerint a lemmoblastok kötőszöveti elemek, közönséges mesenchyma-sejtek, amelyek az előnövő tengelyfonalak közelében feküdve, ezeknek hatása alá kerülnek, nyúlványaikat elveszítik, alakjukat megváltoztatják, megnőnek és végül az idegrosttal a legszorosabb viszonyba jutnak.

2. A második lehetőség szerint az elülső gyökérben levő lemmoblastok a velőcsőből erednek, még pedig a velőcső azon részeiből, amelyekből a gyökér kilép. A viszonyokat ezen nézet értelmében úgy kellene képzelnünk, hogy a mikor kiburjánzanak az első tengelyfonalak, ugyanazon a helyen a velőcső ektodermális sejtjeiben is burjánzási folyamat indul meg, melynek következményeképp a rostokkal együtt mindjárt egyes sejtek is ki nyomulnak a mesenchymába. Az érző gyökerekre és periférikus érző idegekre nézve e felfogást persze úgy kellene módosítanunk, hogy itt a lemmoblastok a dúcztelepekből fejlődnek.

3. A lemmoblastok harmadik értelmezése e sejteket szintén az ektoderma származékainak tartja, de eredésük helyéül nem a velőcsövet, hanem úgy az érző, mint a mozgató rostokra nézve a dúcztelepeket, vagy korábbi stádiumban a velőcső tetején elhelyezett dúczléczet jelöli meg.

Ki kell emelnem, hogy a Schwann-féle sejtek eredésének kérdése független attól a problémától, hogy az idegrostok kinövés útján vagy egymás végtére sorakozó sejtekből keletkeznek-e. Az említett három lehetőség közül egyik sem ellenkezik a His-féle neuroblastelmélettel, de nem ellenkezik a lánczolatelmélettel sem. His maga kötőszöveti elemeknek tartotta a Schwann-féle sejteket.

A lánczolatelmélet hívei e sejteket leginkább a velőcsőből eredő elemek gyanánt fogják fel. БЕРНЕ e kérdésben nem foglal állást; kiemeli, hogy ez teljesen mellékes, episodikus kérdés az idegrostok fejlődési módjának nagy problémájában.

Vegyük először az első lehetőséget szemügyre, azt, hogy a lemmoblastok kötőszöveti sejtek. Amint hallottuk, ez volt HIS

felfogása; emellett foglalt állást újabban KÖLLIKER<sup>1</sup> is. A lánczolatelmélet hívei közül úgy látszik csak JORIS teszi magáévá e felfogást; legalább így kell értelmeznünk következő szavait, a melyekben e kérdést érinti (l. c. pg. 19): «Certaines cellules disséminées dans les tissus jouissent également de cette propriété et contribuent de place en place à former le nerf jusque dans les parties de l'organisme auxquelles il est destiné.»

E felfogás mellett azt hozhatom fel, hogy a lemmoblastok magjai s a mesenchyma sejtek magjai között semminemű különbséget nem lehet kimutatni, eltekintve attól, hogy amazok, kivált az első stádiumban, nagyobbak emezeknél. A magvakban a chromatinnak ugyanazt az aránylag erős kifejlődését és legtöbbször két nagy rögben való lerakódását találjuk. Ez a nagy hasonlatosság okozza azt, hogy ott, ahol a fejlődő idegtörzset sűrűbb mesenchyma környezi, ami különösen az ideg periferikus részeiben van meg, az idegnyalábocska felszínén elhelyezkedő lemmoblastok sorozata alig határolható el a környező mesenchyma-sejtektől.

E felfogás ellen főképp egy körülmény szól: a lemmoblastok sajátos felhalmozódása a gyökér kilépése helyén, vagyis az a tény, hogy a hüvelyképző sejtek egy ilyen gócpontból vándorolnak az ideg periferikus részeibe. Mesenchymasejtek az ideg egész útjában a végződéséig bőven vannak az ideg környezetében és így nem igen volna érthető, hogy miért merítené az ideg még periferikus részleteihez is hüvelyképző mesenchymaelemeit ama proximális góczból. De ez csak relativ értékű bizonyíték a mesenchymából való eredés ellen, döntő súlya ennek nincs, ép oly kevéssé, mint annak az érvelésnek, hogy különös volna az is, hogy mesenchyma-eredésű sejtek ilyen szoros viszonyba tudnak jutni az ektoderma-eredésű tengelyfonallal.

Vegyük most fontolóra a második felfogást, azt, hogy a lemmoblastok ektoderma-eredésűek s direkt a velőcső elemei közül vándorolnak ki az idegbe, tehát mintegy a periferiára kihelyezett gliasejtek. E felfogás hívei közé sorozhatók a legtöbben

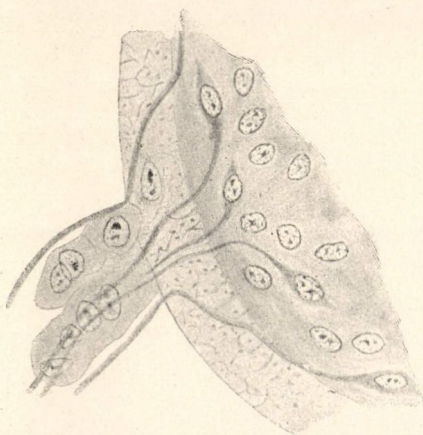
<sup>1</sup> A. KÖLLIKER. Ueber die Entwicklung der Nervenfasern. Verhandl. d. Anat. Gesellsch. XVIII. Versamml. Jena, 1904, pg. 7.

azon szerzők közül, akik a lánczolatelméletet hirdetik, csakhogy persze ők ezeket a kivándorló elemeket nem lemmoblastoknak, hanem magát a tengelyfonalat képző sejteknek tartják. De, mint hallottuk, van a kinövési elmélet hívei közt is egy, NEALE, aki a lemmoblastokat a velőcsőből származtatja, de csak az elsőket; a sejtek e kivándorlása nézete szerint csakhamar megszűnnék és a későbbi Schwann-féle sejteket a mesenchyma szolgáltatná. El kell ösmernünk, hogy e nézetek nem teljesen a képzelet szüleményei, hanem hogy van valami reális alapjuk olyan szövettani képek alakjában, amelyeket csakugyan úgy lehetne értelmezni, hogy a velőcsőből sejtek jutnak be az elülső gyökérbe. Talán BALFOUR volt az első (1875), aki ezt a látszólagos sejt kivándorlást észlelte és le is írta. Utána több szerző figyelte meg e viszonyokat; a szerzők különösen az olyan képekre helyeznek súlyt, amikor egy-egy sejt épen a velőcső határán foglal helyet, oly módon, hogy a sejt egyik fele a velőcső határhártyáján belül, a másik kívül fekszik. A szerzők nézete szerint ez épen tetten ért kivándorló sejt volna. A sejtek kilépését a velőcsőből leírja újabban HARRISON is lazaczembryókon, de elődjeitől eltér abban, hogy a kivándorló sejteket sem idegképző elemeknek, sem lemmoblastoknak nem tartja, hanem sympathikus idegsejtek gyanánt fogja fel, amelyek a mozgató gyökér és gerinczvelői ideg mentén az együttérző idegdúczig vándorolnak és annak az elemeit vannak hivatva gyarapítani.

Tagadhatatlan, hogy ily kivándorlással kapcsolatba hozható képek csakugyan előfordulnak. Magamnak is volt alkalmam több esetben ilyeneket észlelni, kivált lazacz- és tyúk-embryókon. Lazacz-embryókon valóban az volt a benyomásom, hogy egyes sejtek kilépnek a velőcsőből és bejutnak az elülső gyökérbe, de sorozataim átvizsgálása után ki kell emelnem, hogy ha elő is fordul az ilyen kivándorlás, nagyobb jelentőséget neki nem tulajdoníthatunk, mert csak itt-ott észlelhető tünetény s hozzá csak rövid ideig tart. A lemmoblastok képződését e pár kivándorló sejtől meggyőződéseim szerint magyarázni nem lehet; e képek értelmezéséül inkább HARRISON-nak vázolt nézetét vagyok hajlandó elfogadni, hogy t. i. e kivándorló sejtek az együttérző



idegsejtek sorába tartoznak. Mások a viszonyok a tyúk-embryón; itt az illető képek már korántsem olyan meggyőzőek és be kell vallanom, hogy készítményeim tüzetes megvizsgálása után kételeim támadtak az iránt, vajjon helyes-e e képek olynemű értelmezése, hogy itt csakugyan a sejtek kivándorlása forog fenn. Az idegfejlődés első napján, a 3. napon, semmi ilynemű megfigyelést nem tehettem; a velőcső határhártyája a kilépő idegrostocskáknak szánt nyílásokon kívül szakadatlan és a velőcsőben sem



6. ábra. Négy és fél napig költött tyúk-embryo keresztmetszetéből. Leitz, oc. 3, obj. 8. Az elülső gyökér kilépésének tájéka. A lemmoblastok közül egyik a fehér állományba helyeződött.

észlelhető semmi, ami a kivándorlásra utalna. Bizonyos tehát, hogy az első lemmoblastok nem ebből a forrásból erednek; anyasejtjeiket a velőcsővön kívül kell keresnünk. Csak a 4. napon észlelhetők a szóbanforgó képek (6. ábra). E stádiumra, mint hallottuk, az jellemző, hogy a lemmoblastok a kilépő ideggyökér kezdő része körül igen erősen burjánoznak, a minek következtében valóságos sejtcsomó keletkezik e helyen a fiatal idegrostok körül. A metszetek túlnyomó többségében ez a csomó a velőcső felé élesen el van határolva,

elválasztva tőle a velőcső határhártyája (membrana limitans) által. De akad olyan metszet is, a hol a viszonyok mások. A határhártya a fiatal mozgató idegrostok kilépése helyén elmosódott vagy egészen eltűnt. A sejtesomó mintegy benyomul a velőcső területére és egyes, nyilván belőle levált elemek a fehér állomány első telepét alkotó keskeny szegélyben, néha közvetlenül a szürke állomány határán fekszenek. Hogy ezen intramedulláris sejtek csakugyan lemmoblastok s nem a velőcső saját elemei, azt abból következtethetjük, hogy nagyságuk és belső szerkezetük révén egyfelől eltérőek a velőcső sejtjeitől, másfelől pedig



teljesen megegyezők a lemmoblastéma sejtjeivel. Az idegrostokhoz e sejtek vonatkozásai soha sem állanak egyébben, mint érintkezésben. Egy ilyen helyet lerajzoltam az előző oldalon látható 6. ábrán.

E leírásban már benne foglaltatik az a felfogás is, amelyet magamnak e képekről alkottam. Nézetem szerint a tyúkra nézve a dolog épen megfordítva áll, mint ahogy azt eddig magyarázták. Nem a velőcsőből lépnek ki e sejtek az idegbe, hanem ellenkezőleg az idegből vándorolnak a velőcső területére. Azt a folyamatot, amely létrehozza e képeket, a következőnek képzelem: A velőcső felszínéhez szorosan hozzáfekvő sejtcsoport erős burjánzása folytán a velőcső határhártyája egy kis területen mintegy elroncsolódik. ami annál könnyebben megeshetik, mivel a kilépő idegrostok révén úgyis szitaszerűen át van már fúrva. Ily viszonyok között könnyen megtörténhet, hogy az erősen burjánzó sejtcsoportból egyes elemek bejutnak a velőcső széli részeibe egész a szürke állományig, melynek tömött szövete útját állja ez invázióknak. A belépett sejtek az idegrostok között fekszenek s így ezek irányában megnyúlnak. E felfogás helyességéről igen meggyőző az a kép, mikor a lemmoblastémáknak egy-egy, közvetlenül a velőcsővel érintkező sejtjét mitosisban látjuk. A sejtoszlás tengelye ilyenkor gyakran merőleges a velőcső felszínére s így könnyen elképzelhető, hogy a képződött fióksejtek közül a proximális csekélyebb ellenállásra fog találni a velőcsőnek lazán szótt, hálózatszerű fehérállományában, mint a sejtesomó tömött elemei között. A lemmoblastok e kivándorlása azonban nagyobb fontossággal nem bírhat; teljesen mulandó tünemény az, mert már a következő napokon nyomát sem észleljük hasonló képeknek; a viszonyok ismét visszazökkennek a rendes, szabályos mederbe; a velőcső kifelé élesen elhatárolódik és az időközben kissé megszélesedett fehérállományban lemmoblastokat többé nem találunk. A bevándorolt lemmoblastokat a velőcső nyilván ismét kiszorítja magából, amit annál könnyebben elvégezhet, mivel közben a lemmoblastoknak tömött csoportja széteszlott és a velőcsőből ismét kilépő sejtek könnyen helyet találnak a laza környezetben.

És ezzel elértünk a lemmoblastok eredésének harmadik lehetőségéhez, ahhoz, hogy e sejtek a dúcztelepek származékai.

Ha nem csalódom, e nézetet először HARRISON fejtette ki. Első dolgozatában (1901) e kiváló szerző a lemmoblastokat a lazacz embryóin végzett vizsgálatai alapján még átalakult mesenchyma-sejteknek tartja, de legújabb kitűnő közléseiben (1904), amelyekben különböző amphibiiumok embryóin végzett vizsgálatait írja le, e 3. nézetnek lesz a megalapítójává. E szerint fel kellene tennünk a mozgató idegrostokra nézve, hogy ezeknek a hüvelyképző elemei a dúcztelepekből, vagy még valamivel korábbi stádiumban a velőcső tetejébe ékelt dúczléczből vándorolnak le az ideg kilépő helyére a fiatal idegrostok közé, és itt meg kell ismételnem azt az észleletemet, amelyet már e dolgozat elején felemlítettem, hogy már igen korai stádiumban észlelhetünk a velőcső felszínén egy igen alacsony, a keresztmetszeten orsó alakú sejtekből álló lánczolatot, mely a dúczlécz tájékától az elülső gyökerek helyéig látszik lehúzódní. Lehet, hogy előttünk van itt az első sorozata a dúczléczből levándorló lemmoblastoknak. A később megjelenő lemmoblastokat már a gerinczvelő két oldalán fekvő ovális dúcztelepekből kellene származtatnunk; bevándorlásuk az elülső gyökérbe könnyen elképzelhető, mivel ilyenkor e dúcztelepek közvetlenül a velőcső és az elülső gyökerek szomszédságában fekszenek. Be kell vallanom, hogy Harrison felfogását igen megnyerőnek tartom. A dúcztelepek ektoderma-származásúak és így e feltevással elkerültük volna az abban rejlő nehézséget, hogy a periferikus idegekben mesenchyma-eredésű elemek szorosan egyesülnek, csaknem egybeolvadnak az ektoderma-származású tengelyfonallal.

Megvolna a histogeniai analogia is a központi és környéki idegrostok támasztó elemei: a glia-sejtek és a lemmoblastok között, sőt értelmezhető volna ilyen módon az is, hogy az idegek periferikus sérülései esetén a tengelyfonalat, mint azt több szerző állítja, a Schwann-féle sejtek regenerálhatják. Nem ösmerhetem ugyan el, hogy az eddigi vizsgálatokkal a tengelyfonal ujjaképződésének ez a módja be volna bizonyítva, de ha a jövőben mégis bebizonyosodnék, megtalálhatnók a magyarázatát abban a körülményben, hogy a lemmoblastok nemcsak hogy époly ektodermaeredésű elemek, mint maga a tengelyfonál, hanem még hozzá származékai a dúcztelepnek, melynek elemei

nagyrészt mint idegsejtek szerepelnek a kifejlődött organismusban. Számba véve a lemmoblastok ezen eredését, nem ütköznék nehézségbe az a felfogás, hogy habár e sejtek rendes körülmények között csak mint az idegrostok hüvelyeit képző másodlagos jelentőségű elemek szerepelnek, megvan bennük az a «latens» képesség, hogy adandó alkalommal, azaz a tengelyfonál elpusztulásának esetén, mint idegképző, idegregeneráló elemek érvényesüljenek.

Bizonyos az is, hogy a lemmoblastok és a dúcztelepek sejtmagjai között eleinte alig van különbség, ámbár ez a körülmény döntő súllyal azért nem bírhat a lemmoblastok eredésének kérdésében, mivel, mint hallottuk, a mesenchyma-sejtek magjai sem különböznek a lemmoblastok magjaitól. A dúcztelepekből való eredés mellett szól az a tény is, hogy a lemmoblastok, mielőtt egyenletesen szétoszlanának a fiatal idegnyaláb területén, egy kis halmazban csoportosulnak az ideg kilépő helyén és innen vándorolnak azután tova az idegnyaláb hosszában. A lemmoblastok ezen aktív vándorló tehetsége érthető, ha a dúcztelepekből származó elemeket látunk bennük; His és mások vizsgálatai óta tudjuk, hogy a dúczlécz elemeinek egyik jellemző tulajdonsága a könnyű és activ mozgékonyság, a mi különösen a zsigerekben fekvő sympathikus-dúczok fejlődésében nyilvánul.

A lemmoblastoknak a dúcztelepekből való eredését nagyban támogatják HARRISON-nak nem rég közölt kísérletes vizsgálatai.<sup>1</sup> HARRISON érdeme, hogy az idegelemek fejlődésének kérdésében először fordult a kísérleti módszerhez. Előző kutatásai e szerzöt, mint hallottuk, arra a felfogásra vezették, hogy az idegek hüvelyképző elemei, a Schwann-féle sejtek, a dúcztelepek származékai. E feltevésből indult ki HARRISON kísérleteiben, a melyekhez békaporontyokat használt, abból a stádiumból, amikor a dúczlécz még a velőcső tetején van összefüggő köteggént elhelyezve. Ollóval levágott a 2·7—3 mm. hosszú porontyok hátából egy keskeny csíkot, eltávolítva így a velőcső dorsális részé-

---

<sup>1</sup> R. G. HARRISON. Neue Versuche über die Entwicklung der peripheren Nerven der Wirbelthiere. Sitzungsber. d. Niederrhein. Ges. f. Natur- u. Heilkunde zu Bonn, 1904.

vel a dúczléczet is. Ha igaz, hogy a lemmoblastokat ez szolgáltatja, akkor a periférikus idegekben, ha ugyan tudnak ilyenek fejlődni, e sértés után hüvelyképző sejteknek nem szabad megjelenniök. Az eredmény teljesen megfelelt ennek a következtetésnek. Az operálás után nyolcz napra leölt porontyok szövettani vizsgálatakor kiderült, hogy az elülső gyökerek és általában a periférikus idegek kifejlődtek náluk, csak egy különbséggel: azzal, hogy teljesen hiján voltak Schwann-féle magvaknak; csupán mezítelen tengelyfonalak nyalábjaiból állottak. A finom fonalakból álló idegtörzseket követni lehetett az elülső testfalzatba a középvonalig s a végtagok bimbószerű telepeibe, szóval haladásukban és eloszlásukban teljesen úgy viselkedtek, mint a normális idegek e fejlődési stádiumban. Nem operált békaporontyok átmetszetei ugyanebből a korból azt mutatták, hogy az idegek ilyenkor már bővelkednek magvakban. Felmerülhet az a kérdés, vajon tudnak-e az ilyen magnélküli idegek ingerületet vezetni? Harrison ezt a kérdést is megoldotta kísérleteivel; megállapította, hogy az ilyen idegeknek igenis teljes ingervezető képességük van.

HARRISON e kísérleteiben nézetem szerint az a legfontosabb, hogy *megingathatatlan bizonyítékát szolgáltatják annak, hogy a tengelyfonalak képzésében a lemmoblastoknak semmi szereplésük nincs.*

Részemről e kísérleteket ez irányban oly meggyőzőknek tartom, hogy bízva bizom abban, hogy meg fogják nyerni a lánczolat elmélet egyik-másik hívét az idegek kinövéséről szóló tanak. Hogy a His-féle neuroblastelmélet valamennyi ellenesét meg tudnák téríteni, annak a felvételére nem vagyok eléggé optimista; de kíváncsi vagyok, hogy milyen csavarodott és erőltetett magyarázatokkal fognak a lánczolatelmélet fanatikusai e kísérletek bizonyító ereje elől kitérni.

De fontosak e kísérletek a másik kérdésben is, amennyiben csakugyan *nagyon valószínűvé teszik azt a feltevést, hogy a lemmoblastok a dúcztelepekből erednek.* Teljesen meggyőzőknek a kísérleteket ez irányban mégsem tarthatjuk, mert az operálás alkalmával HARRISON eltávolított valamit az összelvényből is, abból a góczból tehát, amelyből az axiális mesenchyma sejtjei

erednek és így e kísérletek eredménye össze volna egyeztethető azzal a felfogással is, hogy a Schwann-féle sejtek a mesenchymához tartozó elemek. Igaz, hogy ezzel szemben valaki arra hivatkozhatnék, hogy kizártnak tekinthető, hogy e kísérletek alkalmával az egész összelvény eltávolított volna. Harrison maga is kiemeli, hogy a szelvénynek csak egy jelentéktelen részét vágta le. De ennek ellenében meg azt lehetne mondani, hogy az is lehetséges, hogy a testszelvénynek már kis mértékben való megsértése is olyan zavarokat okozhat az axiális mesenchyma képzésében, hogy a lemmoblastok fejlődése elmarad. HARRISON abban a rövid első jelentésében, amelyben beszámol kísérleteiről, nem említi meg, vajjon nem mutatkozik-e eseteiben defektus a mesenchyma fejlődésében, pedig az említett szempontból fontos volna ezt megtudnunk.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1905. márcz. 13.-án tartott üléséből.)

## MAGYARORSZÁG FÖLDALATTI GOMBÁI.

HOLLÓS LÁSZLÓ 1. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

A Magyar Tudományos Akadémia 1904 május hó 13.-án tartott nagygyűlésében levelező tagjává választott meg. Midőn a kitüntetést hálásan megköszönöm, egyúttal bemutatom székfoglaló értekezésemet Magyarország földalatti gombáiról.

A földalatti gombák kisebb-nagyobb mélységben a föld színe alatt, a fák gyökerein teremnek vagy a korhadó levéltörmelék közt nőnek. Gömbölyűek, gömbölydedek, gumóformájúak, nyéltelenek, fel nem nyílóak. Kívül simák, molyhosak, varangyosak, tüskések, különböző színűek; belül márványozottak, kamarások, husosak vagy port tartalmaznak.

A földalatti gombák nem alkotnak egységes csoportot, hanem rendszertanilag különböző, egymástól lényegesen eltérő osztályokba tartoznak. A Basidiomycetes-ek osztályába tartozók spórái támasztósejteken, basidiumokon ülnek, az Ascomycetes-ek osztályába való spórái tömlőkben, ascusokban keletkeznek.

Keresésük veszélyes, sok türelmet és kitartást kíván, a mint ezt részletesen megírtam «A föld alatt termő gombák keresése» című dolgozatomban.<sup>1</sup>

A földalatti gombáknak sok faja kosmopolita; nemcsak az enyhe éghajlat alatt, Olaszországban és Franciaországban terem, hanem a hideg északon is nő. Így Bucholtz rigai tanár Oroszországból újabban 45 faj földalatti gombát ismertetett.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> Természettudományi Közlöny, XXXIV. kötet, 396. füzet, 519 - 522. l. 1902.

<sup>2</sup> F. Bucholtz. Beiträge zur Morphologie und Systematik der Hypogäen. Riga, 1902. p. 1—196. Tab. I—V.

Magyarország földalatt termő gombáinak ismerete, mert nem képezte külön kutatás tárgyát, csak lassan haladt előre. Inkább csak a történetesen fölszínre került földalatti gomba lett ismeretes, vagy az olyan, mely nagyobb mennyiségben terem s eladásra kerül. A hazánkban termő földalatti gombákat legelőször HAZSLINSZKY FRIGYES foglalta össze 1875-ben, egy bécsi folyóiratban, a hol nyolcz fajt ismertetett.<sup>1</sup>

HAZSLINSZKY azt mondja ezen dolgozatában :

«Anyagom azonban oly csekély, hogy alig mutathatom fel pirulás nélkül a botanikus közönségnek, különösen ha meggondolom, hogy Magyarország már másfélszáz évvel ezelőtt E. BRÜCKMANN tanár munkái után, trifflája és trifflakutyái révén nevezetes volt.»

GRESCHIK VIKTOR 1898-ban már 12 faj földalatti gombát közöl a Magas Tátrából.<sup>2</sup>

HAZSLINSZKY felsorolása többnyire az esetleg felszínre vetődött gombákon alapszik, GRESCHIK-é már czélirányos keresés eredménye.

A földalatti gombákkal való foglalkozásnak természetes fejlődésmenete, hogy a véletlenül fölszínre került példány fel-

---

<sup>1</sup> Verhandl. der Zool.-Botan. Gesellschaft, Wien, 1875. Bd. XXV., p. 63—68. A felsorolt fajok a következők: *Gautieria morchelliformis* Vitt., *Hydnangium nudum* Hazsl., *Rhizopogon rubescens* Tul., *Elaphomyces reticulatus* Vitt., *Elaphomyces variegatus* Vitt., *Tuber aestivum* Vitt., *Choireomyces meandriformis* Vitt., *Choireomyces gangliiformis* Vitt.

A felsorolásban *Elaphomyces reticulatus* Vitt. és *Elaphomyces variegatus* Vitt. néven említett gomba a Magyar Nemzeti Muzeumban levő példányok vizsgálata alapján *Elaphomyces variegatus* Vitt. var. *pallens* Tul. A *Choireomyces gangliiformis* Vitt. egyenlő a *Choireomyces meandriformis* Vitt.-val. E szerint a felsorolt nyolcz fajból kettő törlendő.

<sup>2</sup> A Magas Tátra szarvasgombái. A magyarországi Kárpátgyeület Évkönyve, XXV. évfolyam. 1898. 95—102. lap. Az itt felsorolt fajok: *Choireomyces meandriformis* Vitt., *Genea verrucosa* Vitt., *Hydnotrya Tulasnei* Berk. et Broome, *Hydnotrya carnea* (Cda.), *Pachyphlaeus melanoxanthus* Berk., *Tuber puberulum* Berk. et Broome, *Tuber Borchii* Vitt., *Tuber excavatum* Vitt., *Hydnobolites cerebriiformis* Tul., *Elaphomyces maculatus* Vitt., *Elaphomyces cervinus* (L.), *Elaphomyces variegatus* Vitt.

Sajnos, hogy Greschik példányait, mivel megpenészedtek, eldobta s így a leírásának alapjául szolgált anyagot nem láthattam.

kelti a kíváncsiságot s keresésre buzdít. Így jutottam magam is az alatt közölt eredményhez. Az első földalatti gombát (*Melanogaster variegatus* VITTADINI) Kecskemét mellett 1897-ben véletlenül találtam pöfetegek gyűjtése közben. Ez időtől kezdve hazánkban alkalomadtán sokfelé kerestem és találtam is földalatti gombákat. Az eredmény arra buzdított, hogy kizárólag ezeknek keresését tűzzem ki czélomul. A lefolyt két esztendőben tisztán földalatti gombákkal foglalkoztam és így az úttörők adatait és saját gyűjtésemet összefoglalva, 58 faj földalatti gombát sorolhatok fel hazánkból. Ezekből HAZSLINSZKY és GRESCHIK 16 fajt ismertettek, a többi 42 fajt én említem meg hazánkból először.

Ez a szám még mindig csekély a külföldi irodalom adataihoz képest. Már VITTADINI<sup>1</sup> 1831-ben 64 fajt írt le főleg Olaszországból. TULASNE testvérek 1851-ben megjelent nagy munkájokban<sup>2</sup> 120 fajnál több földalatti gombát ismertettek, HESSE 1894-ben<sup>3</sup> Németországból 106 fajt írt le.

A külföldi munkákban leírt földalatti gombák számát mérlegelve, még mindig korainak tartom a mieinket monographiába összefoglalni. Hiszem, hogy a nálunk eddig ismert földalatti gombák számát évek során át való kitartó gyűjtéssel jóval meg lehet szaporítani. Ezért a jelen dolgozat csupán az összes hazai fajokat felölelő monographia előmunkálata akar lenni; összefoglalása az eddig ismeretes adatoknak.

Hazánkból a tudományra új fajok alig kerültek elő. Ennek okát abban kereshetjük, hogy Olasz-, Angol-, Francia és Németországban már régebben behatóan gyűjtötték a földalatti gombákat, a nálunk találtak pedig ezen országokéival közösek. Így tehát csak azt állapíthatjuk meg, hogy nálunk is teremnek és csupán földrajzi elterjedésükhöz járulhatunk adatokkal.

Földalatti gombáinkra vonatkozó, szétszórta megjelent

<sup>1</sup> C. Vittadini. *Monographia Tuberacearum. Mediolani, 1831. cum 5 tab. p. 1—88. 4°.*

<sup>2</sup> L. R. Tulasne et Ch. Tulasne. *Fungi Hypogaei. Paris, 1851. cum tab. 21. p. 1—222. fol.*

<sup>3</sup> Dr. R. Hesse. *Die Hypogäen Deutschlands. Bd. I. Die Hymenogastreen. Mit 11 Taf. p. 1—133. Halle a S. 1891. — Bd. II. Die Tuberaceen und Elaphomyceten. Mit 11 Taf. p. 1—140. Halle a S. 1894. 4°.*



adataim anyagát újra átvizsgáltam, lehetőleg külföldi példányokkal összehasonlítottam és a szükséghez képest javítva összefoglaltam. Töröltem a kéteseket, az éretlen példányokra alapított adatokat. A dolog természetéből folyik, hogy az anyagot mikroskoppal vizsgáltam.

A felsorolásban 5 olyan faj is van, melyet hazánkból magam nem láttam.<sup>1</sup> E fajok sorszámaikat zárójelbe tettem.

Az összefoglalásból kitetszik, hogy hazánk nem szegény földalatti gombákban, sőt a Magyar-Alföld homokja is megtermi őket. Így Pestmegye homokjából 20 faj került elő, több mint amennyi eddig Magyarország hegyvidékéről összesen ismeretes volt (16 faj).

Ez idő szerint hazánkból 58 faj földalatti gombát ismerünk, melyek a következőképen oszlanak meg: a Basidiomycetes-ek osztályába tartozik nyolcz nem 25 fajjal, az Ascomycetes-ek osztályába 10 nem 33 fajjal.

Sokan segítettek az anyag gyűjtésében. A legtöbbet köszönhetek KONDOR VILMOS m. kir. erdőtanácsosnak Balassa-Gyarmaton, ki Litkéről számtalanszor küldött földalatti gombákat s napszámmossal is gyűjtetett részemre. E kis község erdeje a földalatti gombáknak valódi kincsesbányája, mert innen mintegy ezer példányban 20 faj került elő, több mint egy harmada az egész országban gyűjtött fajoknak.

A fárasztó részleteket szabad legyen ez uttal elhagynom. A nálunk eddig észlelt földalatti gombáknak részletes felsorolása úgylis nyomtatásban fog megjelenni.

Csak még azt a három faj földalatti gombát óhajtom bemutatni, mely Magyarországon nagyobb mennyiségben terem s mivel kitünő eledel, kereskedelmi czikknek is beválnék. Ez a három faj a nyári szarvasgomba, *Tuber æstivum* VITTADINI, a fehér szarvasgomba, *Choiromyces meandriformis* VITTADINI, a vörös trifla, *Melanogaster variegatus* (VITTADINI) TULASNE.

A nyári szarvasgomba, *Tuber æstivum* VITTADINI, gumóalakú,

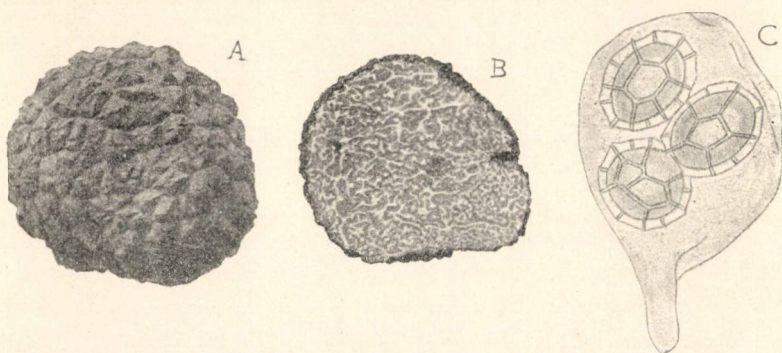
---

<sup>1</sup> Ezek a következők: *Genea verrucosa* Vitt., *Hydnotrya Tulasnei* Berk. et Br., *Hydnotrya carnea* (Corda) Zobel, *Pachyphleus melanoxanthus* Tul., *Hydnobolites cerebriformis* Tul.

átlag dió-nagyságú termésteste kívül fekete, lapos piramis formájú varangyokkal fedett, belül húsos, ockerszinű, fehéren erezett.

Az érett vagy kissé állott gombának kellemes főtt kukoricza illata van. Illata oly erős, hogy pár példány napokon át betölti a szobát.

Főleg tölgy- és bükkerdőben terem, leginkább a mészködarábokkal kevert humusban, melyet a fák vékony gyökerei áthatnak. Főtermő ideje juliustól-decemberig tart. A Bakonyban «földi kenyér» néven ismerik s orvosszerűl használják a vérhas



1. kép. *Tuber aestivum* VITT. A a gomba kívülről, B közepén átmetszve. Term. nagys. C Spóratömlő 420-szor nagyítva.

ellen. Trecsén és Nyitra megyékben betanított kutyákkal szedetik s Vág-Újhelyre viszik eladásra.

Magyarországban tudtommal eddig egyetlen kereskedő. WÜNSCHBACH ALAJOS Vág-Ujhelyen kereskedik szarvasgombával. Évente 2—3 métermázsát ad el, kilogrammját 8—10 koronáért. Nálunk az anyaföldnek ezt az önként nyújtott ajándékát nem méltatják, pedig sok vidéknek szerezhetne hasznos mellékkeresetet.

Ezt a gombát tizenegy vármegyéből láttam. Az egyes termőhelyek összeállításából kitetszik, hogy hazánkban nyári szarvasgombában gazdag két vidék ismeretes. Az egyik Veszprém-, a másik Trecsén- és Nyitramegyére esik. Ha e gombának eddig ismeretes hazai termőhelyeit «Magyarország geologiai tér-

képé»-n megtekintjük, azt látjuk, hogy majdnem kivétel nélkül azokon a helyeken terem, a hol a térképen mezozói csoport van jelezve, többnyire ott, a hol ennek felső triasz ( $t_3$ ) vagy malm ( $i_3$ ) rétege fordul elő. Így a Bakonyban, Vértesben, Bükkben, Kis-Kárpátokban, a Vág és Nyitra folyók környékén, Krassó-Szörényben. Magyarországon sok ilyen mészköves terület van, a hol a nyári szarvasgomba még nem ismeretes; itt tehát a siker reményével lehet keresni.

A szarvasgomba Franciaországban fontos kereskedelmi czikk. Franciaország termelt

CHATIN szerint<sup>1</sup> 1868-ban 15.881,000 Fr.

1877-ben 19.654,000 Fr.

1889-ben 20.185,000 Fr.

árú szarvasgombát. Magyarországon ilyen nagy összeget szarvasgombából nem lehet remélni, mert a nálunk termő faj, a *Tuber aestivum* VITTADINI nem oly értékes, mint a Franciaországban termelt *Tuber melanosporum* VITTADINI, melynek kilogrammja 30 frankot is ér.

Nem mulaszthatom el itt hazánk földmivelésügyi miniszteriumának figyelmét a földalatti gombák mesterséges tenyésztésére és foglalkozásszerű gyűjtésére felhívni. Talán nem csalódom, ha azt hiszem, hogy idővel nálunk is tekintélyes összeget kereshet a föld népe a szarvasgombával és ez az új keresetág ezeket tarthat vissza a kivándorlástól.

A másik kereskedelmi czikknek alkalmas földalatti gomba a fehér szarvasgomba, *Choiromyces meandriformis* VITTADINI. A burgonyához hasonló termésteste kívül sárgás, sima, gyakran szabálytalanul repedezett, dió-öklönagyságú. Belseje tömött, husos, eleinte fehér, végre sárgásbarna, meander formán szabályos, márványozott.

Eleinte szagtalan. Állás közben vagy érett korban főtt kukoricza illatú lesz.

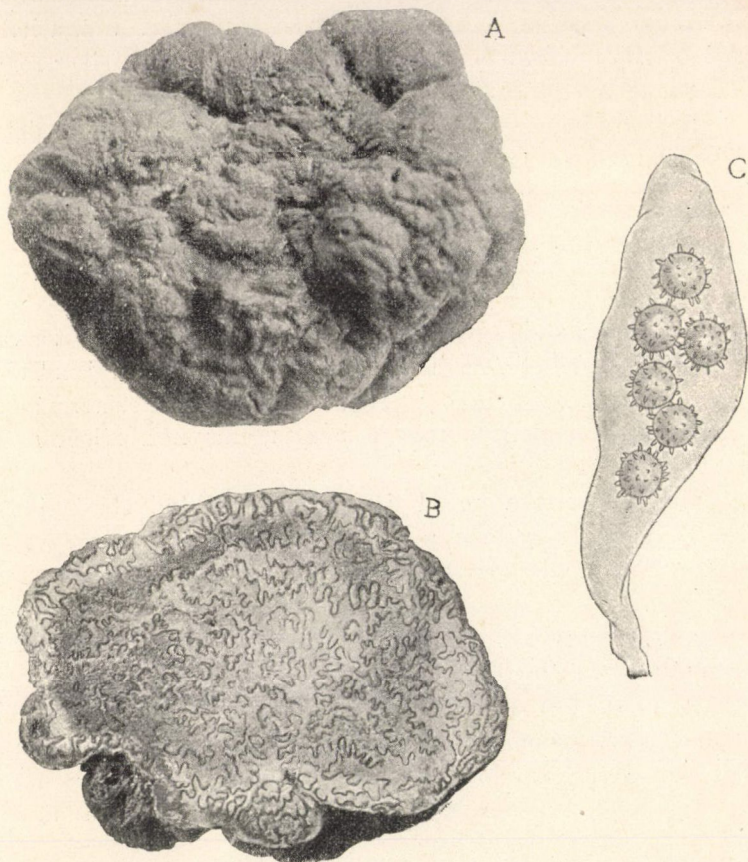
Terem főleg bükkösben és kevert lomberdőben, vagy ritkásabb fenyvesben; a meszes agyag alatt csekély mélységben.

<sup>1</sup> Ad. Chatin. La Truffe. Paris, 1892. p. 236.



Gyakran felpuposítja a földet, repedéseket okoz, sőt tetejével a napvilágra is kerül. Főtermő ideje juliustól szeptemberig tart.

Ize és illata miatt értékes eledel s a francia szarvasgombával nemcsak egyenlő rangúnak tartják, hanem föléje is helyezik.



2. kép. *Choiromyces meandriformis* VITT. A a gomba kívülről, B közepén átmetszve. Term. nagys. C Spóratömlő 420-szor nagyítva.

Ezt a gombát tizenhárom vármegyéből láttam. A legtöbb hazánk északi részeiben terem (Trencsén, Turócz, Liptó, Árva, Szepes és Sáros megyékben).

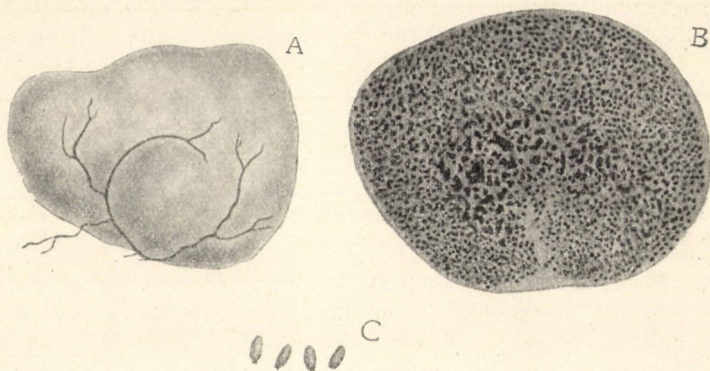
Kereskedelmi czikk lehetne nálunk a vörös trifla, Melano-

*gaster variegatus* VITTADINI is. Többnyire diónagyságú, gömbölyded termésteste kívül arany­sárga, később vörösbarna, felületén helyenkint zsinagszerű mycelium istránggal.

Belseje húsos, sárga választófalu, fekete kamarákkal.

Szaga kellemes, az ananász-ruméhoz hasonló; pár nap múlva fokhagymára emlékeztet. Németországban és Angliában nagyon kedvelik. Az angolok RED TRUFFLE néven ismerik s többre becsülik a közönséges szarvasgombánál.

Főleg tölgy és bükkerdőben terem, leginkább a levéltörmelék közt vagy a humusrétegben. Érett korában gyakran a föld színére is felbukkan.



3. kép. *Melanogaster variegatus* (VITT.) TUL. A a gomba kívülről, B közepén átmetszve. Term. nagys. C Spórák 420-szor nagyítva.

Sokszor találjuk őzkaparásokban olyan helyeken, a honnan az állat a vastagabb gyökerek miatt nem tudta kiszedni. Terem májustól szeptemberig, a legtöbb júniusban és júliusban. Tizenkét vármegyéből láttam; szórványosan a Magyar-Alföldön is találtam.

Végül megemlítem, hogy a földalatti gombák nem mérgesek, többnyire élvezhetők is; sőt a legjobb és legdrágább gombafajok földalattiak. Épen ezért, gyakorlati szempontból is érdemes földalatti gombáinkat ezentul is kutatni. Ha Magyarország földalatti gombáinak teljes képét megkapjuk, ennek nemcsak tudományos értéke, hanem gyakorlati haszna is lesz.



A Magyarországon eddig talált földalatti gombák névsora,  
Ed. Fischer rendszere szerint.

Classis I. BASIDIOMYCETES DE BARY.

Ordo I. HYMENOGASTRINEÆ ED. FISCHER.

Fam. I. HYSTERANGIACEÆ ED. FISCHER.

Gen. 1. *Gautieria* VITT.

1. *Gautieria morchelliformis* VITT.<sup>1</sup> KALCHBRENNER<sup>2</sup> szerint: «Árnyas, tülevelekkel sűrűn behintett erdei talajon, a föld alatt vagy kevéssé kiemelkedve, Szepes-Olaszi fenyveseiben, egyszer több példányban. Igen feltűnő, hogy e délibb gombafaj oly zord vidéken, minő a Szepesség, található.»

A Magyar Nemzeti Muzeumban levő példányát láttam.

Krassó-Szörényben Cselnik mellett a Bohuj felé, bükkerdőben a föld színén találtam. Stajerlak mellett *Abies pectinata* gyökerei mellett, Litkén (Nógrádm.) tölgy, gyertyán, bükk alatt (Kőkapu, Alsó-bükk erdőrésze és a Kőbánya fölött) bőven ástam augusztus hónapban. Lőcséről (Durst erdő) küldte GRÉSCHIK V., Borszékről Dr. SZILVÁSSY.

2. *Gautieria graveolens* VITT. Hazai példányom van Borszékről, honnan Dr. SZILVÁSSY küldte.

Gen. 2. *Hysterangium* VITT.

3. *Hysterangium stoloniferum* TUL. Több példányban kaptam KMEŘ A. plebánostól, ki Jalsáva mellett Prencsfalu vidékén, lomberdőben a földön, levelek közt, május végével találta. Magam szedtem Brassó vidékén (Stechil felé) vén bükkfa mellett.

---

<sup>1</sup> A földalatti gombákra vonatkozó összes monographiákat felhasználtam a feldolgozásakor, de nem idézem, hogy a felsorolás terjedelmét ne növeljem.

<sup>2</sup> A szepesi gombák jegyzéke. Mathem. és természettud. Közlem. III. k. 1865. 275. l.

Stubnyán fenyvesben s Litkén (Kőkapu, Bükktető) tölgy és vén bükkfák alatt július, augusztus hónapokban.

4. *Hysterangium membranaceum* Vitt. Brassó mellett a Crucur felé több helyen, mókus kaparta mohgyepben, a Noában fenyőfák gyökerei mellett, Körmöczbányánál Felső-Tótin tölgyfa gyökerei közt, július hónapban találtam.

5. *Hysterangium fragile* Vitt. Máramaros megyéből Rahóról küldte LINSZKY KÁROLY m. kir. erdész azon megjegyzéssel, hogy a nép «föld színé»-nek hívja és pálinkába téve orvosságnak használja, különösen szívdobogás ellen. A Pop Iván északi lejtőjén 450—1000 mét. magasságig, fenyves erdők kissé kövecses talajában bőven találják. Borszékéről (Bükkhavas) küldte Dr. SZILVÁSSY, Csikmegyéből (Remete község határa, Togyeczel erdő) a gyergyóalfalusi m. kir. erdőgondnokság, a csikmindszenti erdőből a csikszeredai m. k. állami erdőhivatal. Az összes hazai példányok junius, július és augusztus hónapokból valók.

6. *Hysterangium nephriticum* Berk. Szedtem Kecskemét mellett a Nyir erdőben kocsányos tölgyfa mellett, a Talfájában nyárfák alatt, Krassó-Szörényben Cselniknél a Bohuj felé *Abies pectinata* alatt; Litkén (Kőkapu, Magcsa, Alsó-bükk, Krétás, Pólya erdőrészekben) főleg vén bükkfák, némelykor gyertyánfák alatt, Stubnyánál fenyvesben találtam, juliustól október végeig.

7. *Hysterangium Thwaitesii* Berk. et Br. Stubnya mellett *Abies pectinata* levéltörmeléke alatt júliusban temérdekét szedtem. Az erdei hangyák nagyon szeretik, belsejét egészen kieszik, úgy, hogy csak az üres peridium marad meg. Az ilyen, a föld színére kihurczolt gomba árulja el a törmelék alatt rejtőző társait. Néha a földben is találtam, csekély mélységben. Inkább a kopár, száraz helyeket kedveli s többnyire a hegytetők felé terem. Lőcse mellől küldte GRESCHIK VIKTOR, ki szintén fenyvesben, a lehullott levelek alatt találta.

Fam. II. HYMENOGASTRACEÆ SCHROETER, emend. Ed. FISCHER.

Gen. 1. *Hymenogaster* VITT.

8. *Hymenogaster citrinus* VITT. Lőcse mellett a Mária-hegyen fenyvesben, Budán a Zugligetben bükkfa alatt, augusztusban találtam. Budán a Hűvösvölgyben *Pinus silvestris* alatt Dr. BERNÁTSKY gyűjtötte.

9. *Hymenogaster vulgaris* TUL. Stubnya és Stájerlak (Holzmagazin) mellett fenyvesben, Budán (Zugliget) és Zernesten bükkfa alatt, Felső-Nyáregyházánál homokos tölgyesben, Késmárkon (Goldsberg) mogyoróbokrok alatt, juliustól novemberig találtam.

10. *Hymenogaster decorus* TUL. Brassónál (Kleine Hangestein), Zernesten, Litkén vén bükkfák alatt, Stubnyán fenyvesben találtam július, augusztus hónapban.

11. *Hymenogaster lilacinus* TUL. Homokos helyeken, Kecskemétnél a Talfájában nyárfák alatt, Felső-Nyáregyházán kocsános tölgyek gyökerei közt, júniusban szedtem.

12. *Hymenogaster populetorum* TUL. Kecskemét mellett a Csalánosban, homokos nyárfaerdőben, júniusban.

13. *Hymenogaster tener* BERK. Felső-Nyáregyházánál homokos tölgyesben, Stubnyán fenyvesben, Brassó mellett (Kleine Hangestein) bükkfa alatt találtam. juniustól augusztusig.

14. *Hymenogaster pusillus* BERK. et BR. Brassó mellett a Crucur felé fenyvesben, júliusban.

Gen. 2. *Octaviania* VITT.

15. *Octaviania asterosperma* VITT. Dalboseczről küldte a m. kir. erdőgondnokság, Tótváradról a lippai m. kir. főerdőhivatal. 15—20 éves magyar tölgy alatt termett. Litkén, Nógrád megyében és Gyertyánkút mellett a Bakonyban vén bükkfa gyökerei közt, júliusban és augusztusban találtam.

16. *Octaviania lutea* HESSE. Szép példányokat küldött KONDOR VILMOS m. kir. erdőmester Litkéről, hol az állami csemetekert mellett, gyertyánfák alatt 2. cm. mélyen találta július



és augusztus hónapokban. Bohuszlavicz mellett a Tureczko hegyen tölgyfa alatt szeptemberben találtam.

### Gen. 3. *Hydnangium* WALLR.

17. *Hydnangium carneum* WALLR. Veszprém megyében, Gyertyánkútnál bükkfa alatt júliusban szedtem.

18. *Hydnangium nudum* HAZSL. 1846. augusztusban Bártfa mellett fenyvesben gyűjtötte HAZSLINSZKY s megjegyzi, hogy a bártfai fürdőben triffla néven eladásra kerül. Példányai a Magyar Nemzeti Muzeumban vannak.

### Gen. 4. *Rhizopogon* FR.

19. *Rhizopogon virens* FR. Kecskemét mellett a Nyir erdőben, fekete fenyő levéltörmeléke alatt október hó végén találtam.

20. *Rhizopogon rubescens* TUL. Borostyánkő mellől (Langenriegl) hozta egyik tanítványom; Prencsfalu vidékéről (Stankojo vršok, Uhrinojo dolinka) küldte KMEŘ A. plébános, Lőcséről GRESCHIK V. tanító. Terem augusztustól novemberig.

HAZSLINSZKY említi Késmárk mellől (Ziegenhals erdő) és Lőcséről (gyűjtötte KALCHBRENNER).<sup>1</sup> Valószínűleg ide tartozik azon gomba is, melyet KALCHBRENNER említ «A szépesi gombák jegyzéké»-ben (1865. p. 275)? *Rhizopogon luteolus* FR. néven.

21. *Rhizopogon luteolus* TUL. Hazánkból csak Tátrafüredről van meg gyűjteményemben. Egyik tanítványom júliusban találta.

22. *Rhizopogon roseolus* (CDA.) HOLL. Kecskemét mellett a Nyirben *Pinus silvestris* és *P. austriaca* levéltörmeléke alatt százánál több példányt gyűjtöttem. Stubnyánál *Abies pectinata* alatt július hónapban öt kirándulás alkalmával szedtem. Egy-kettő kibújt a kopár föld felszínére s elárulta a többit. Egy fészekben 6--9 példányt találtam. Gyűjtöttem még Trecsén mellett a Kozi vrch-on, Tátraháza és Rökusz közt, Késmárk mellett a Goldsbergen, Lőcsén a Máriahegyen, mindig fenyvesben, juliustól szeptemberig.

<sup>1</sup> Verhandl. der zool. botan. Gesellschaft, Wien, 1875. Bd. XXV. p. 65.

## Ordo II. PLECTOBASIDIINEÆ ED. FISCHER.

## Fam. I. SCLERODERMATACEÆ FRIES, emend. ED. FISCHER.

Gen. 1. *Melanogaster* CORDA.

23. *Melanogaster variegatus* (VITT.) TUL. Gyűjtöttem homokos tölgyesben Kecskemét mellett (Csalános, Helvetia, Kis-Nyir), temérdekét Baracs pusztán, Felső-Nyáregyházánál a monori erdőben találtam. Fenyvesben Cselniknél és Stájerlak mellett a Cark felé, Schest erdőrészben meg a Holzmagazin mögött és a nyaralók fölött. Vén bükkfák alatt Brassónál a Rakodó völgyben, Bakonybélén (Borostyánliget), gyertyánfa mellett Litkén a Kőkapu erdőrészben találtam.

Gyuliczáról (Aradm.) küldte TOMPA FERENCZ m. kir. erdész, ki *Quercus conferta* mellett, erdei tisztások szélein találta. Dalboseczről (Krassó-Szörénym.) küldte a m. kir. erdőgondnokság, Makóról HALÁSZ ÁRPÁD főgymnas. tanár, Ungvárról CORNIDES GYÖRGY m. kir. erdőtanácsos, Prencsfaluról KMEŇ A. plébános, ki a temetőben kövek közt lelte. KALLIVODA ANDOR m. kir. főerdész Szabadkáról küldte. A termőhely a várostól É. É. K.-re 8 km. távolságban van *Quercus pedunculata* erdőben. A küldemény legsúlyosabb példánya 55 grammos volt. Sistaroveczről (Temesm.) küldte CSERES GYULA m. kir. főerdész. (Malákuzi erdőrész, mintegy 40—45 éves magyar és csertölgy erdő).

Schulzer Vinkovcze vidékén, a Vidor erdőben tölgyfa mellett találta (Dr. HAYNALD herbariuma).

Terem májustól szeptemberig.

24. *Melanogaster ambiguus* (VITT.) TUL. Homokos tölgy-erdőben Kecskemétnél a Talfájában, Felső-Nyáregyháza mellett a monori erdőben találtam. Stájerlak mellett a Cark felé, Cselniken a Bohuj felé fenyvesben, sok helyen őzkaparasokban leltem. Ó-Bányánál a Bakonyban bükkfák alatt, vad-disznóturásokban, Brassónál a Rakodó völgyben s a Kleine Hangenstein alatt bükkfák mellett szedtem. Litkén a Pólya és Magcsa erdőrészben csertölgy alatt találtam. Pilinyről küldte

KONDOR VILMOS m. kir. erdőmester, Prencsfalu vidékéről (Baništia, Sitno) KMEŤ A. plébános.

Terem májustól szeptemberig.

Gen. 2. *Scleroderma* PERS., emend. ED. FISCHER.

25. *Scleroderma fuscum* (CDA.) ED. FISCHER. *Phlyctospora fusca* CORDA. Brassó mellett a Kleine Hangenstein alatt, bükkfa tövénél augusztus végén találta GÖTZ ISTVÁN s elküldte nekem.

## Classis II. ASCOMYCETES DE BARY.

Ordo I. TUBERINÆ ED. FISCHER.

Fam. I. EUTUBERACEÆ ED. FISCHER.

Gen. 1. *Genea* VITT.

(26.) *Genea verrucosa* VITT. Hazánkban GRESCHIK VIKTOR gyűjtötte s említi a Magas-Tátra szarvasgombái közt: «Előfordul mésztartalmu humusrétegben Landok mellett a «Palenicza» alján. 1891 augusztusban, továbbá a Drevernnyiken Szepes-Váralja mellett 1893 októberben».

27. *Genea sphaerica* TUL. Lítkén a Kőkapu és Alsó-bükk erdőrészben, bükk és tölgyfák alatt találtam, Stájerlak mellett (Holzmagazin), Cselniknél a Bohuj felé *Abies pectinata* alatt, őzkaparásokban leltem.

28. *Genea Klotzschii* BERK. et BR. Kecskemétnél a Nyirben tölgyfa alatt, a Talfájában nyárfa mellett, a Bakonyban Gyertyánkútnál vén bükk alatt találtam júniustól szeptemberig.

Gen. 2. *Hydnотrya* BERK. et BROOME.

(29.) *Hydnотrya Tulasnei* BERK. et BR. Hazánkban GRESCHIK VIKTOR lelte s említi a Magas-Tátra szarvasgombái közt: «Tölgyfalombból képződött humus rétegben a Máriahegyen Lőcse mellett 1897 szeptemberben, nagyon szétszórva.»

(30.) *Hydnotrya carnea* (CORDA) ZOBEL. Nálunk csak GRESCHIK találta: «Bükkfa alomból képződött humus rétegben a Magas-Tátrában Javorina mellett 1896 augusztusban. Gyakran tyúktojás, sőt ökölnagyságú példányokban». (A Magas-Tátra szarvasgombái.)

### Gen. 3. *Pachyphloeus* TUL.

(31.) *Pachyphloeus melanoxanthus* TUL. Terem GRESCHIK szerint: «Csekély mélységben vén mogyoróbokrok gyökereihez közel a Drevernyiken 1891 októberben, legtöbbször lóbabnagyságú, szaga jodoformra emlékeztet». (A Magas-Tátra szarvasgombái.)

32. *Pachyphloeus conglomeratus* BERK. et BR. Kecskemét mellett a Nyír tölgyesében, Litkén az Alsó-bükk erdőrészben vén bükkfa mellett, Verőczen (Nógrádm.) tölgy erdőben találtam, augusztus és szeptember hónapokban. Pilinyről (Nógrádm.) küldte KONDOR VILMOS m. kir. erdőmester.

### Gen. 4. *Tuber* MICH.

#### Sect. I. *Eu-Tuber* ED. FISCHER.

33. *Tuber aestivum* VITT. Nyári szarvasgomba. Földi kenyér. Leginkább tölgy- vagy bükkerdőben terem, juliustól decemberig.

Az alatt összefoglalt hazai termőhelyek közül azok, honnan e gombát magam is láttam, *dült betűkkel* vannak szedve. A kétes adatok mellé (?) -et tettem.

A nyári szarvasgomba ismeretes termőhelyei:

Trencsénm. *Morva-Lieszkó* (Javorina), Bohuszlavicz (Turán-hegy), *Melsicz*, *Bossác*, Trencsén, *Nemes-Podhragy*.

Nyitra. Nyitra, *Holics*, Egbel, Kutti, Unin, Radasócz, Péterfalu, Szakolcza, *Pöstyén*, *Szénásfalu*, Vittencz, Hradek, *Radosna*, Bucsány, Bresztova, Lubina, *Galgócz*.

Turóczm. Stubnya (?).

Liptóm. Kelemenfalu (?).

Nógrádm. *Piliny*, Verőcze (Borbélyhegy), *Litke* (Kőkapu).

Pestm. *Kecskemét* (Baracs-pusztá).

Pozsonym. Modor, Szomolány, Felső- és Alsó-Diós.

Komáromm. *Felső-Galla*, Tata.

Fejérm. *Csákvár*, Füle (Sándorkai erdő).

Veszprémm. *Veszprém (Jutas erdő, Városi alsó erdő), Gyertyánkút mellett Körös-György erdő, Bakonybél (Új-erdő), Zircz (Akli major, Szarvaskút, Bajor erdő, Ökörhegy), Ó-Bánya (Kericser és Borzás), Nagy-Vázsony, Csesznek, Sikátor, Réde, Szent-Gál, Herend, Óskü, Balla-puszta, Olaszfalu, Eplény, Farkasgyepű, Rátót (Lókút felé, Középhát erdőrész), Márkó (Schlesinger árok, Községi erdő), Menyeke, Teés, Gicz-puszta (Kövecses erdőrész), Iharkút, Borsos-Győr, Nóráp, Pápa-Kovácsi, Nagy-Gyimóth, Vámos.*

Vasm. Borostyánkő.

Zalam. *Újlak*, Sáska (Vaskapu), Uzsa, Alsó- és Felső-Örs.

Somogym. *Zselicz-Kislak (Kecskehát), Endréd, Sellye, Kak.*

Hevesm. *Felső-Tárkány (Tarkőalja, Kolozs orma, Kúnhegy), Pásztó (Csikóhálás-völgy).*

Krassó-Szőrénym. *Stajerlak (Holzmagazin), Szelcsova (Szirbu).*

Biharm. Belényes (?).

Máramarosm. Máramaros-Sziget (Mocsár-dülő), Batiza, Pop-Iván (?).

Zemplénm. Varannó (?).

34. *Tuber macrosporum* VITT. Morva-Lieszkón triffla-vadásztól szeptember végével kaptam. Többször küldte WÜNSCHBACH ALAJOS triffla-kereskedő Vág-Újhelyről, friss példányokban legkésőbbben december 24-én.

35. *Tuber brumale* VITT. WÜNSCHBACH ALAJOS triffla-kereskedő Vág-Újhelyről november és december hónapokban többször küldött olyan példányokat, melyeket a vidék triffla-vadászai szedtek *Tuber aestivum* VITT.-val együtt.

Legközelebb áll hozzá a *Tuber melanosporum* VITT., melyet sokan varietas gyanánt ide is vonnak. A franczia gyűjtők ezt a két igen hasonló gombát gyakran nem választják szét, keverve bocsátják kereskedésbe, jöllehet a kettő nem egészen egyértékű. A *Tuber melanosporum* VITT. előfordulása hazánkban eddig bizonytalan.

36. *Tuber puberulum* BERK. et BR. Kecskemétnél (Talfája, Nyír) homokos tölgyesben, Litke mellett (Magesa) bükkfa alatt szedtem. Fenyvesben találtam: Stubnyánál (Máriaforrás), Felső-Tótin Kőrmöczbánya felé (Brazovy erdő), Brassónál (Noa, Honterus, Tömösi völgy), Stajerlak mellett (Cark felé, Holzmagazin mögött), juliustól szeptemberig.

Budán a Hűvösvölgyben *Pinus silvestris* alatt Dr. BERNÁTSKY JENŐ találta.

GRESCHIK VIKTOR említi a Magas-Tátra szarvasgombái között: «Mindennemű lombfák humus rétegében. Nálunk egy erdőben sem hiányzik, hol a lombfák tenyésznek. Egyebek között Késmárk mellett a Hosszú erdőben, 1897 októberben, Lőcse mellett a Röhrgrundban 1892 novemberben, Leibicz mellett az Eichpuschban 1897 októberben.»

37. *Tuber Borchii* VITT. Baracs pusztán (Pestm.) homokos tölgyesben disznó túrta ki júliusban.

GRESCHIK VIKTOR említi a Magas-Tátra szarvasgombái között: «Találtatott 1896 augusztusban nagyon rothadt bükkfa-levelek alatt Javorina mellett, aztán tölgyfalevelekből képződött humus rétegben a Máriahegyen Lőcse mellett 1897 októberben.»

38. *Tuber maculatum* VITT. Kecskemét mellett (Nyír), Nagy-Kőrösnél (Pálfája) homokos tölgyesben, Stajerlakon (Holzmagazin) *Abies pectinata* alatt szedtem. Prencsfaluról küldte KMEŘ A. plébános.

Terem szeptembertől októberig.

39. *Tuber dryophilum* TUL. Litkén bükkfa alatt augusztusban találtam. Prencsfaluról (Bardinová) küldte KMEŘ ANDRÁS plébános.

#### Sect. II. *Aschion* ED. FISCHER.

40. *Tuber excavatum* VITT. Gyűjteményemben megvan a következő helyekről: Veszprém (Városi alsó erdő), Gyertyánkút mellett Kőris-György erdő, Károlyháza alatt a cseszneki határ mellett (vaddisznótúrásokból), Bakony-Szent-László, Zircz (küldte HAVAS ÁGOSTON erdőmester, Akli pusztá, Ökörhegy, Bajor erdő, Eplényi erdő, küldte PÖLÖSKEI JÓZSEF erdőgyakornok), Felső-Galla (HECHT FERENCZ főerdész, VÉCSEY FERENCZ m. kir. erdőfelügyelő

küldeménye), Cselnik, Brassó (Kleine Hangenstein) Zernest, Morva-Lieszkó (triffla kutya szedte temérdek példány). A trufflakeresők gyakran találják, de mint élvezhetlent (skok) eldobják.

Érdekes példányaim vannak Radosnáról, hol egy truffla-vadász szedte s tintával megfestve a nyári szarvasgomba közé keverte.

GRESCHIK VIKTOR említi a Magas-Tátra szarvasgombái közt: «Nem ritka a lőcse-lublói hegység túlelvő és lomberdők humus rétegében; Késmárk melletti Dürrnberg földtalajában 1887. késő őszkor.»

Terem mésztartalmú humusban vagy agyagban, tölgy- és bükkfák alatt.

Főtermőideje július—márczius. Főtt kukoricza szagú, illata a nyári szarvasgombáéhoz hasonló. Szivós s így nem élvezhető.

41. *Tuber rufum* PICO. Kecskemétnél a Nyír erdőben és Baracs pusztán, továbbá Felső-Nyáregyházán homokos tölgyesben, Stájerlaknál a nyaralók mellett fenyvesben, Stubnyán *Abies pectinata* alatt, Litkén (Kőkapu) tölgyesben találtam júliustól októberig.

42. b. *nitidum* (VITT.) ED. FISCHER. *Tuber nitidum* VITT. Kecskemét mellett (Talfája, Csalános), Baracs pusztán, homokos tölgyesben, Peszéren erdei fenyők alatt, Bakonybélben az apátság parkjában fenyőfák gyökerei közt, Késmárknál a Goldsbergen mogyoróbokrok alatt találtam, juniustól szeptemberig. Prencsfaluból (Uhelnice) küldte KMEŘ A. plébános.

Eleinte szagtalan, később főtt kukoricza illatú.

43. c. *rutilum* (HESSE) ED. FISCHER. *Tuber rutilum* HESSE. Lőcse mellett a Máriahegyen fenyvesben a törmelék és mohgyep alatt, augusztusban találtam.

## Fam. II. BALSAMIACEÆ ED. FISCHER.

### Gen. 1. *Balsamia* VITT.

44. *Balsamia platyspora* BERK. Stubnya mellett, közel a Mária forráshoz, agyagos földben *Abies pectinata* alatt, júliusban bőven szedtem.

45. *Balsamia fragiformis* TUL. Cselnik mellett bükkerdőben, Brassónál a Kleine Hangestein alatt, bükkfa gyökerei mellett július, augusztus hónapban ástam.

Ordo II. PLECTASCINEÆ ED. FISCHER.

Fam. I. ELAPHOMYCETACEÆ ED. FISCHER.

Gen. 1. *Elaphomyces* NEES v. ESENBECK.

46. *Elaphomyces maculatus* VITT. Litkén (Nógrádm.) a Kőkapu és Bükkoldal erdőrészben mogyoró, bükk és gyertyánfa mellett július, augusztus és november hónapokban találta KONDOR VILMOS m. kir. erdőmester. 100—120 éves gyertyánfák gyökerei mellől ugyanott magam is temérdekét ástam ki. Ezen példányokon megvan ugyan a zöld mycelium, de a peridium sohasem bír zöld folttal. Máskülönben mikroszkop alatt teljesen egyezik a toálakkal.

GRESCHIK VIKTOR említi a Magas-Tátra szarvasgombái közt: «A mostanáig csak a Lőcse melletti Máriahegyen 1890-iki novemberben mogyoróbokrok lombja alatt talált példányok szép zöld folttal bírnak és sohasem nagyobbak a borsónál.»

47. *Elaphomyces anthracinus* VITT. Litkén a Kőkapu erdőrészben, bükkfa alatt tavasszal és novemberben bőven lelte KONDOR VILMOS m. kir. erdőmester.

48. *Elaphomyces pyriformis* VITT. Kecskemét mellett a Nyír erdőben, kocsányos tölgy alatt, fekete homokban éveken át bőven találtam július, szeptember és október hónapokban. Szedtem még Nagy-Kőrösön a Pálfájában és Nagy-erdőben, Körmöczbánya mellett Felső-Tótin a Brazovy erdőben, erdei fenyő gyökerei mellett, Litkén az Alsó-bükk erdőrészben vén bükkfa alatt. Frissen szagtalan, kis idei állás után erős pézsmaszagot nyer s ezt évek során át sem veszti el.

49. *Elaphomyces variegatus* VITT. Bőven találtam Kecskemét mellett (Kis-Nyír, Talfája, Kis-Fái), Nagy-Kőrösön (Pálfája, Nagy-erdő) idősebb kocsányos tölgyek gyökerein, fekete homokos talajban. Körmöczbánya fölött Felső-Tótin bükkfagyökerek közt



szedtem. Litke mellett a Kőkapu, Magesa, Málnás erdőrészekben tölgy, bükk és gyertyánfa gyökerei közt KONDOR VILMOS m. kir. erdőmesterrel bőven találtuk. Ó-Sopotból (Krassó-Szörénym.) küldte a m. kir. erdőgondnokság Dalbosecen, azon megjegyzéssel, hogy az odavaló oláh nép Gorgoleáse és Crumpei néven ismeri s tudja, hogy a sertések nagyon szeretik.

GRESCHIK VIKTOR említi a Magas-Tátra szarvasgombái közt: «Találtatott a Késmárk melletti Goldsbergen, 1887-iki augusztusban, az erdei fenyő tűlevelű hulladékában, igen szépen kifejlődött, diónagyságu gyümölcstestekben, melyek ujjak közt dörzsölve, erős foghagymaszagot fejlesztenek.»

Szent-Györgyön, Pozsonymegyében találta BOLLA. Példánya a Magyar Nemzeti Muzeum herbariumában van. Ugyanitt van a Lombardiában VITTADINI gyűjtötte originale is.

50. VAR. *pallens* TUL. *Elaphomyces pallens* TUL. Nálunk a Bakonyban földi epének hívják.

Szedtem a következő helyeken: Veszprémnél a városi alsó-erdőben vén cserfa alatt, Gyertyánkút mellett a Kőris-György erdőben s Ó-Bányán (Bakony) a Kerek-Cserben bükkfák mellett. Brassó vidékén tölgy, cser és bükk gyökerek közt (Kleine Hangestein, Honterus, Rakodó völgy), Máramaros-Sziget mellett a Kőháton, Stájerlagnál a nyaralók fölött, bükkfa mellett. Az összes példányok junius, julius hónapból valók.

KUBÁNYI ENDRE főerdész Ferenczfalváról (Krassó-Szörénym.) vagy száz példányban küldte. Prencsfalu vidékéről (Sitno, Lahotka, Uhelnice, Salašiska) KMEŤ ANDRÁS plébánosától kaptam. Székely-Udvarhelyről küldte Dr. TÖRÖK ALBERT, Márkóról (közégi erdő) RIETHMÜLLER ÁRMIN főerdész.

Brassó mellett a Kleine-Hangestein alatt, bükkfa gyökerei közül az élőködő *Cordiceps ophioglossoides* (EHR.) LINK-kel szedtem.

HAZSLINSZKY Eperjes mellől (Kálváriahegy) említi az *Elaphomyces reticulatus* VITT.-it (Verhandl. der Zool. botan. Ges. Wien, 1875. Bd. XXV., p. 66.). A Magyar Nemzeti Muzeumban őrzött példánya *Elaphomyces pallens* TUL. Ide tartozik azon példánya is, melyet *Elaphomyces variegatus* VITT. néven szintén Eperjes mellől említ.

51. *Elaphomyces cervinus* (PERS.) SCHROET. A legközönségesebb földalatti gombánk s ezért csak sajnálni lehet, hogy konyhacélra teljesen hasznavehetetlen. A vad, különösen az őz nagyon szereti és kikaparja. Az ilyen kaparásokban, főleg a vastagabb gyökerek képezte villák közt, honnan az állat nem tudta kiszedni, rendszeren megtaláljuk.

A földművelésügyi m. kir. miniszterium 13,206/901. sz. rendeletével felhivta az összes erdészeti hivatalok figyelmét a szarvasgombára és egyúttal megjegyezte, hogy a Magyar Kir. Természettudományi Társulat szívesen szolgál felvilágosítással. Ezen az úton sok gombaküldeményt kaptam, melyekben *Elaphomyces cervinus* volt a következő helyekről:

KRAUSZ ERNŐ m. kir. erdész Székely-Udvarhelyen több példányban küldte ama megjegyzéssel, hogy nagy mennyiségben található Szentesegyházas-Oláhfalu község határában fenyvesben. GRÜNDL GYULA m. kir. főerdész Óvizről (Szepesm.) az Aranyasztal hegy tövéből küldte. A m. kir. erdőgondnokság Szomolnokról a határban talált példányokat küldött. BARTHA ÁBEL m. kir. főerdész Borgo-Prundról (Besztercze-Naszódm.) küldte. Zárt fenyvesben bőven terem. A románok Perisorának nevezik s megfőzve, levét fogfájás ellen használják. BÁRDOS JÓZSEF m. kir. főerdész Veszele község (Árvam.) erdejéből küldte. Vichodnán (Liptóm.) SZEPESI GUSZTÁV m. kir. erdész friss vaddisznótúrásban lelte.

Apsineczen (Máramarosm.) fenyvesben temérdekét találtam. A vidéken porát vízben bevéve, szívbjaj ellen használják. Brassó mellett a Noa fenyvesében százszámra szedtem, továbbá a Tömösi völgyben. Tátra-Lomnicz és Matlárház között s a Csorba-tó környékén az őzek által felkapart helyeken sokszor és bőven találtam. Tátraházán szintén gyakori. Körmöcbánya mellett Felső-Tótin a Brazovy erdőben, úgyszintén Szklenon erdei fenyők gyökerei közt, Stajerlakon a nyaralók fölött *Abies pectinata* alatt leltem.

Dr. RICHTER ALADÁR, egyetemi tanár, Kolozsvár vidékéről küldte. (Magura, őzkaparásokban.) Pozsony vidékéről BÄUMLER J.-tól, Alcsuthról CSORBA ISTVÁN kertészgyakornoktól kaptam.

Szkleno mellett az élősködő *Cordiceps ophioglossioides* (EHR.) LINK-kel szedtem.

SCHULZER szerint (Systematische Aufzählung der Schwämme Ungarns, Slavonien und des Banates, p. 134.) «in östlichen Ungarn und in Slavonien, unter Eichen, in Sommer».

BÄUMLER (Beiträge zur Kryptogamen-Flora des Pressburger Comitates, p. 187.) említi Pozsony vidékéről: «An sandigen Orten im Kramer und Gamsenberger Wald öfters gefunden.»

Ugyanitt találta BOLLA is. Példányaik a Magyar Nemzeti Múzeumban vannak.

GRESCHIK VIKTOR említi a Magas-Tátra szarvasgombái közt: «A Tátra-erdőkben egész éven át nem ritkán előforduló ezen szarvasgombát megtaláljuk az őzek által felkapart mohgyepeken, a hol az említett állatok azokat nagyon keresik. Az a különös, hogy ezen gombát a landoki és zsdjári parasztok a nehezen borjazó teheneknél magzathajtó szernek használják.»

52. VAR. *asperulus* (VITT.) ED. FISCHER. *Elaphomyces asperulus* VITT. Stájerlakon a nyaralók fölött, Brassónál (Noa, Pojana), Kőrmöczbányánál a Jánoshegyen, *Abies pectinata* alatt szedtem. A m. kir. erdőgondnokság Szomolnokon küldte közelebbi termőhely megjelölése nélkül. Rahóról (Máramarosm.) LINSZKY KÁROLY m. kir. erdésztől kaptam. Zárt fenyvesben, szekérutak készítése alkalmával került elő. A szamosvölgyi felső m. kir. erdőgondnokság Ó-Radnán bőven küldte, a termőhely közelebbi megjelölése nélkül. TOMPA FERENCZ m. kir. erdész küldte Govosdiáról (Aradm.) hol tölgyek szomszédságában, erdei tisztások szélén találta.

53. *Elaphomyces aculeatus* VITT. (1843.) *Elaphomyces rubescens* HESSE (1894). Kecskemét mellett a Kis-Nyir erdőben, agyagos homoktalajban, idősebb kocsányos tölgyfák gyökerei közt százszámra ástam szeptember, október hónapokban. (Egyetlen napon 300-nál többet szedtem). Lítken a Bükkoldalban vén mogyoróbokrok gyökerei közt bőven találtam. Hradek mellett Turnistyen, Veszprémmegyében, Ó-Bányánál a Kerecsér erdőben és Gyertyánkút mellett a Kőris-György erdőben, vén bükkfák alatt gyűjtöttem.

E. *aculeatus* VITT.-ből Lombardiában VITTADINI gyűjtötte példány van a Magyar Nemzeti Múzeumban. Spórája gömbölyű, fekete, finoman érdes, 14—22  $\mu$ , túlnyomóan 20  $\mu$  átmérővel bir. Az E. *rubescens* HESSE példányait (CASSEL, HESSEN—NASSAU)

kaptam az autortól. Spórái teljesen egyezők az *E. aculeatus* VITT. spóráival, noha HESSE átlag  $13.5\mu$  átmérőjűnek írja le. (*Die Hypogæen Deutschlands*, II., p. 77.) A két név *E. aculeatus* VITT. és *E. rubescens* HESSE synonym. Az autorok példányai némileg abban különböznek, hogy az *E. rubescens* HESSE mycelium-burokja veresebb, inkább rózsaszínű, míg az *E. aculeatus* VITT.-é halványabb.

E. Moretti VITT.-it Torino-ból küldött Mattiolo. A peridium tompa szemőlesei révén könnyen megkülönböztethető a hasonló *E. aculeatus* VITT.-től. Spóráik is eltérők.

Fam. II. TERFEZIACEÆ ED. FISCHER.

Gen. 1. *Hydnobolites* TUL.

(54.) *Hydnobolites cerebriformis* TUL. Hazánkban GRESCHIK VIKTOR említi Magas-Tátra szarvasgombáiban: «Előfordul kis gumók alakjában, mély redőkkel árkolva, mi által a felület az agyhoz hasonló alakzatra emlékeztet. Mindenféle lombnak humusrétegében, nem gyakran a Hosszúerdőben Késmárk mellett, 1887 szeptemberben, Lőcse mellett is a Kohlwaldban mogyoróbokrok lombja alatt 1891. júliusban.»

Gen. 2. *Picoa* VITT.

55. *Picoa Carthusiana* TUL. Stájerlak mellett (Sommerfrische) szeptemberben leltem egy tanítványom. Máramaros-Sziget mellett a Kőháton idős bükkfa gyökerei közt szedtem.

Gen. 4. *Choiromyces* VITT.

56. *Choiromyces meandriformis* VITT. Fehér szarvasgomba. Bükkerdőben és kevert állásban, vagy ritkásabb fenyvesben terem, júliustól szeptemberig.

A következőkben összefoglalt hazai termőhelyek közül azok, honnan e gombát magam is láttam, *dült betűkkel* vannak szedve.

A fehér szarvasgomba eddig ismeretes hazai termőhelyei:

Trencsénm. *Kisucza-Újhely (Cservena hora)*, Turzovka, Szvedernik, Predmér (Vrchne Lani), Kis-Bittse (Vrehova), Pelyvás (Krmava), Nagy-Kottesó (Dubravi), Dlhépole (Hajnicza), Nagy-Bittse (Korinyecz), Viszoka (Kolesov), *Istebnik*.

Nyitra. Bodok, Paczolaj.

Liptóm. *Liptó-Szent-András (Andreánszky Tamás erdeje)*, Tarnócz (Haj), Német-Lipcese (Nohavice, Zadnia-Licka), Mattyasócz, *Liptó-Szent-Miklós (Niczovo)*.

Turóczm. *Alsó-Stubnya (Dubrava dülő), Felső-Stubnya (Hórka, Mária-forrás, Majális-tér), Kaproncza, Turócz-Szkléno (Ebener Wald)*, T.-Szent-Márton, Jahodník, Treboszto, Zniovárálja, Mosócz, Csremosnó, Kisfalu, Divék.

Árvam. *Jablonka (Babia Gura felé), Podník, Turdossin, Alsó-Kubin, (Geczeli erdő), Árva-Várálja*.

Szepesm. Sz.-Olaszi, Dénesfalu, Domán, Nádasd, Ménhárd, *Tátraháza (a villák mellett), Hobgart, Kolacsko, Ó-Lubló, Új-Lubló, Sz.-Jakabfalva, Toporc, Késmárk (Goldsberg), Hanusfalu, Igló*.

Sárosm. *Bártfa, Kálnás, Kajatha, Eperjes, Balázsvágás, Berzevice, Szinye-Újfalu, Sárpaták, Kakasfalva*,

Máramarosm. *Akna-Sugatag (Király-kert)*.

Zenplénm. *Varannó*.

Fejérm. *Alcsuth*.

Pozsonym. Pozsony (Mühlau).

Hontm. *Ipolyság (rozsnói káptalan erdeje)*.

Krassó-Szőrénym. *Anina (Cseresznei)*.

Kolozsm. Kolozsvár.

Csikm. *Borszék (Kerekzék). Csík-Szent-Mihály (Köld), Csík-Szent-Lélek, Ditró (Soza feneke, Közrez nyaka)*.

Háromszékm. *Ozsdola (Égés), Étfalva (Csomóz puszta szélén)*.

Alsó-Fehérm. *Zalathna*.

Szerémm. *Kamenitz*.

## Ordo III. HEMIASCEÆ ED. FISCHER.

## Fam. I. MONASCACEÆ. SCHROET.

Gen. 1. *Endogone* LINK.

57. *Endogone microcarpa* TUL. Budán a Hűvösvölgyben, erdei fenyő alatt július végén Dr. BERNÁTSKY JENŐ találta.

58. *Endogone lactiflua* BERK. Stubnyán fenyves erdő mohgyepében július közepén szedtem.

★

Végül felemlítem a *Sphaerosoma fuscescens* Klotzsch-ot, melyet Litkén, vén bükkfa mellett a levéltörmelék közt, szeptember elején leltem. Gömbölyded, húsos termésteste miatt azelőtt trifflának tekintették, most azonban a Helvellineæ rendjébe sorolják, mert hymeniuma szabadon fekvő.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1905. márczius 13.-án tartott üléséből.)

# ADAT A PEPSINEMÉSZTÉS THERMODYNAMIKÁJÁHOZ.<sup>1</sup>

(Előleges közlemény.)

LENGYEL LORÁND-tól.

Mióta OSTWALD és tanítványai, különösen pedig BREDIG a chemiai kinetika törvényeit a fermentfolyamatokra is teljes sikerrel alkalmazták, bebizonyítván, hogy a fermentfolyamatok is ugyanazon törvényszerűségeket követik, mint a melyek a katalysisre is érvényesek, azóta a fermentfolyamatok chemiai mechanikájának alapos feltárására teljes kilátásunk lévén, oly jelenségcsoport lényege megismerésének lehetőségére nyílt hatalmas perspectiva, mely az életjelenségekkel, a protoplasmában lefolyó chemiai változásokkal a lehető legszorosabb kapcsolatban áll.

Szinte csodálatos ezek után, hogy a fermentfolyamatok thermochemiai szempontból kísérleti feldolgozás tárgyát eddig alig képezték. Pedig az egyes fermentfolyamatok reakcióhőjének ismerete a folyamat lényegének megismeréséhez szintén értékes támpontul szolgálhatna és bizonyos esetekben a valódi reakcióhő ismeretéből már előre is a folyamat chemiai statikáját illetőleg bizonyos következtetést vonhatunk. A chemiai egyensúly eltolódásának elve (Van't Hoff) szerint exothermikus folyamatoknál a hőmérsék emelkedésével az egyensúly a megfordított, vagyis endothermikus reakció javára eltolódik és ebből következik, hogy magas hőfokon az endothermikus, alacsony hőfokon az exothermikus reakciók dominálnak. Ha a valódi reakcióhő nullával,

---

<sup>1</sup> A budapesti kir. m. tud. egyetem élet- és körvegytani intézetében készült dolgozat.

illetve közel nullával egyenlő, akkor a chemiai egyensúlyi állapotra csak a hatótestek viszonylagos concentrációjának van befolyása, ellenben a hőmérsékletnek nincs.

Ha tehát egy fermentfolyamat valódi reactióhője ismeretes, akkor az egyensúly eltolódásának elvénél fogva következtetést vonhatunk arra nézve, hogy a hőmérsék változásainak milyen befolyása lesz magára a fermentatio egyensúlyára.

Tisztán physiologiai szempontból is fontos annak ismerete, hogy a fermentatiópnál szereplő anyagok energiatartalma szenved-e általában és ha igen, mily irányban és mértékben változást a fermentatio következtében. Pl. hogy egy fermentatiós folyamatnak végbemenetele jár-e a szervezetre nézve veszteséggel a felhasználható energia szempontjából.

Szükséges, hogy néhány szóval említést tegyek a fermentfolyamatok thermodynamikai felfogásáról. E tekintetben a legutóbbi időig a BERTHELOT-féle «travail maximum» elve jutott érvényre, nem csoda tehát, hogy OPPENHEIMER<sup>1</sup> könyvének első kiadásában a fermentfolyamatok kizárólagos exothermikus természetete mellett foglalt állást és így kizártnak vélte, hogy a fermentfolyamat reversibilis módon is lefolyhat. Minden chemiai folyamat létrejövésének feltétele a munkavégző képessége (Van't Hoff). Már a priori nincs okunk felvenni, hogy katalysatorokkal csak exothermikus folyamatok siettethetők. Ha endothermikus folyamatok is létrejöhetnek spontan, miért nem volnának siettethetők ezek is katalysatorokkal. A különbség csak az, hogy azon temperaturán — és ez különös mértékben áll a fermentekre —, melyen a katalysatorok működni képesek, az exothermikus folyamatok praevaleálnak. Ismerünk azonban oly fermentfolyamatokat, melyek csak bizonyos egyensúlyi helyzetig folynak le és mint az újabb vizsgálatok bebizonyították, ezek tényleg megfordított irányban is végbemehetnek.

Különös érdekességűnek látszott a fehérjefermentációs folyamatokat thermochemiai vizsgálódás tárgyává tenni. Ily irányú vizsgálatok eddig még nem történtek és így eddig semmit

---

<sup>1</sup> Die Fermente u. ihre Wirkungen, erste Auflage, 1900. A második kiadásban (1903.) e téves nézet kiigazított.



sem tudtunk még arról, hogy e folyamatoknál a rendszer energia-tartalma minő változást szenved.

Mielőtt kísérleteim ismertetését kezdeném, szükséges R. O. HERZOG<sup>1</sup> közleményéről említést tennem. Nevezett szerző nagyobb számú fermentációs folyamat reakcióhőjét ismerteti, azonban nem saját kísérletei alapján, hanem a számba jövő anyagoknak különböző szerzők által meghatározott égési melegéből állítja össze a fermentfolyamat reakcióhőjét. Természetesen ez is, mint az ily összeállítások általában, nem abszolút megbízhatók, ha tekintetbe vesszük, hogy egy és ugyanazon fermentációs folyamat különböző értékei más és más szerző esetleg egészen különböző czéllal meghatározott értékeiből vannak összeállítva. De az ily összeállításnak bizonyos szemléltető értéke mégis van, azért felemlitem itt, hogy a lipase, maltase, invertin, lactase és emulsin fermentek által létesített folyamatok reakcióhője rendkívül csekély az összeállítás szerint. Nagyon kíváncs voltam — mint fenti szerző mondja — oly folyamatok reakcióhőjét ismerni, melyek a fehérjehasító enzymek hatása alatt jönnek létre. Sajnos azonban — mint mondja —, hogy eddig nem ismerünk oly anyagokat, melyeknek egyrésről chemiai constitutiója ismert volna, másrésről pedig a fehérjefermentek hatással volnának rájuk. Nézetem szerint HERZOG-nak ez okoskodása helytelen, mert nem az a fontos, hogy a fehérjeferment által előidézett *valamelyes* folyamat reakcióhője mekkora, hanem *épen azon folyamat reakcióhőjének ismerete volna kíváncs, mely folyamatban a physiologiai viszonyok közt is szereplő anyagok bontatnak* a ferment hatása alatt; mert hiszen valamely folyamat reakcióhője nem a *fermentnek*, hanem *épen magának a folyamatnak* specificuma. Pl. a platina katalitikus hatása alatt hydrogenből és oxygenből víz képződik; ugyancsak a platina igen finomul eloszlott állapotban a hydrogensuperoxydot elbontja. Mind a két folyamat exothermikus, de a reakcióhők azért nagy mértékben különböznek egymástól, pedig a katalysator egy és ugyanaz.

---

<sup>1</sup> Fermentation und Wärmetönung, Z. f. physiol. Chemie, Bd. 37, S. 383.

Nem látszott semmi nehézség abban, hogy épen a most jelzett szempontok figyelembevételével azon chemiai folyamatnak, mely a fehérjének a fehérjeenzymek segítségével történt hydrolytikus széthasításában áll, a reakcióhőjét legalább megközelítően meghatározzam. Nem kell egyebet tenni, mint ismerni az összes anyag (a rendszer) égési melegét az enzimhatás (ezen esetben a fehérjeemésztés) előtt és után. A két érték különbsége adja a reakcióhőt. Igaz ugyan, hogy az így meghatározott értékek nem az emésztési folyamat valódi reakcióhőjét adják. Az emésztés előrehaladtával kisebb számú moleculából nagyobb számú lesz az oldatban, még inkább akkor, ha oldhatatlan fehérjéből (pl. fibrin) indulok ki, tehát az oldat osmosis-nyomásának növekednie kell; erre a célra pedig energia szükségeltetik, mely a hőenergiából származhatik. Én azonban a termékeket száraz állapotban égetem és így a valódi reakcióhő értékének a tényleg találnál kisebbnek kell lennie. Megjegyzem azonban, hogy e hiba pl. pepsinemésztésnél nem lehet nagy; tekintetbe kell ugyanis venni, hogy a fehérjeoldatoknak osmosis-nyomása rendkívül kicsiny, úgyszintén nem nagy a pepton osmosis-nyomása sem; ha azonban kristályos végtermékek keletkeznek, mint pl. előrehaladt trypsin-emésztésnél, ezek az oldat osmosis-nyomását már lényegesen növelhetik és ez hőenergiának már jelentékenyebb felhasználásával járhat.

Lehető pontos vizsgálatoknál, hol az esetleg igen kis reakcióhő mennyiségi meghatározásáról van szó, több szempontot kell figyelembe venni, mely szempontokat akkor lesz szándékom bővebb fejtegetés tárgyává tenni, midőn azon kísérletek eredményéről fogok beszámolni, mely kísérleteket a különböző fermentációs folyamatok reakcióhőjének lehető pontos megállapítása végett szándékozom végezni. Az alábbiakban most csak röviden azon előleges kísérletek eredményét óhajtanám ismertetni, melyeket a pepsinemésztési folyamat reakcióhőjének mintegy qualitativ megállapítása végett egyelőre csak tájékoztatás végett állítottam fel. Az eredmények egy kérdést máris szépen eldönteni látszanak.

Nagyobb számú kis Erlenmayer-lombikba egyenkint pontosan lemért, még pedig mindegyikbe 0.7500 gr. Merck-féle oval-

bumint tettem. Lemértem ezután 0·2500 gr. Merck-féle pepsint, melyhez 1·1250 gr. tiszta és száraz oxalsavat adva az egészet 250 cm<sup>3</sup>-re oldottam. Ezen oldat 15 cm<sup>3</sup>-ében van 0·0150 gr. pepsin és az oxalsav-oldat  $\frac{N}{10}$  erősségű, vagyis a 15 cm<sup>3</sup>-ben 0·0675 gr. oxalsav foglaltatik. Az emésztéshez oxalsavat azért választottam, mert az emésztés ezen savval körülbelül  $\frac{N}{10}$  erősségű oldat-

ban egyes szerzők szerint legjobban megy végbe (WROBLEWSKI, Z. phys. Chem. 21, S. 1.), másrésről bepárláskor e sav nem roncsol. *II Cl* megfelelő híg oldatban is, ha a tömeget szárazra pároljuk (vízfürdő felett), erős megfeketedést idéz elő. Mindegyik lombikba a lemért ovalbuminhoz a fenti oldatnak pontosan 15 cm<sup>3</sup>-ét adtam hozzá, ezenkívül még 15 cm<sup>3</sup> *H<sub>2</sub>* O-t és a rothadás megakadályozása végett 1 cm<sup>3</sup> *CH Cl<sub>3</sub>*-t. A fehérje oldódása után valamennyi Erlenmayer-lombikot 40° C. hőmérsékletű thermostatba helyeztem. Megjegyzendő még, hogy a szárazanyag meghatározása végett úgy a fehérjéből, mint a pepsinből pontosan lemért megfelelő mennyiségeket szobahőmérsékleten vacuumban *H<sub>2</sub>S<sub>4</sub>O* fölé exsiccatorba helyeztem. Különböző időtartamú emésztés után vízfürdő felett a lombikok pontosan kimosott tartalmát szárazra bepárologtattam; ugyanakkor más lombik tartalmából qualitativ reakciókat végeztem a coagulálható fehérje, az albumose, illetőleg a peptonok kimutatására. A vízfürdő felett teljesen szárazra párolt anyagot 24 óráig hagytam a levegőn állani, ekkor pontosan lemérvén, lehetőleg jól kikapartam és a vakarékból pastillát préselvén, annak súlyát pontosan meghatároztam. Végre a kikaparás után az edényt tisztára kimosván és megszáritván, újra lemértem. Ismerem így az összes súlyt, de ismerem a pastilla súlyát is, és így könnyű volt az elégetett anyag chemiai energiatartalmából átszámítani az összes anyag égési melegét. Annak megállapítása végett, hogy vajjon maga a bepárlás nem változtatja-e meg az anyag energiatartalmát, hasonló mennyiségeket mértem le (az albuminnak ekkor más volt a víztartalma, ezért a II. táblázatban a száraz albumin mennyiségei kevéssé eltérnek egymástól), de az oldás után thermostatba való helyezés nélkül mindjárt bepároltam és az égési me-

leg meghatározása végett ezután hasonló módon jártam el, mint fent. Végre meghatároztam a használt ovalbumin égési melegét, úgy szintén a pepsinét is és mindkettőét száraz anyagra vonatkoztattam. Ismervén az oxalsav molekulás égési melegét (60.2 c.), könnyű volt az így nyert értékekből az emésztési kísérleteknél használt mennyiségekre való átszámítás.

Az égetéseket a Berthelot-Mahler-féle bombában 25—30 atm. nyomásnál az ismeretes módon végeztem. Nehányszor minimális szén (legtöbb volt 0,0006 gr.) maradt vissza, ezt lemértem és mennyiségét az égési meleg kiszámításánál tekintetbe vettem. Mint már jeleztem, a kapott calóriákat az összes bepárolt anyag égési melegére átszámítottam. Az értékek a parallel kísérleteknél igen szépen, 0.1—0.2%-ra egyeztek, a legnagyobb eltérés 0.5%-ot nem haladt meg (parallel kísérletek: I és II; IV és V; VI és VII).

A kísérletek számbeli adatait, illetőleg a táblázatot a következőkben adom:

Az általam használt Merck-féle ovalbumin 1.00 gr.-jának égési melege (száraz anyagra számítva) 5359 cal. (2 meghatározás középértéke; eltérés a középtől 0.25%). A pepsin 1,00 gr.-jának égési melege 4929 cal. (2 meghatározás; eltérés a középértéktől 0,1%).

I. Tábla.

A kísérlet száma	Mennyiségek	Bepárlás után az összes anyag égési melege cal.-ban	Közép érték	A használt fehérje és pepsin égési melege meghatározva és ebből, valamint az oxalsavból az energiatartalom ugyanolyan mennyiségekre kiszámítva
I. Bepárlás, rögtön a feloldás után	0.6809 gr. száraz albumin, 0.0140 gr. száraz pepsin és 0.0673 gr. oxalsav	3746	} 3743.5 cal.	3747 cal.
II. Bepárlás, rögtön a feloldás után	mint az I. kísérletben	3744		

II. Tábla.

Időtartam és kísérleti szám	Mennyiségek	Bepárlás után az összes anyag égési melege cal.-ban	Közép értékek	A használt fehérje és pepsin égési melege meghatározva és ebből, valamint az oxalsavból az energiatartalom ugyanoly mennyiségekre kiszámítva	Megjegyzések
III. 2 napi emésztés után	0.6794 gr. száraz albumin, 0.0140 gr. száraz pepsin és 0.0675 gr. oxalsav	3756	3756	3739	Az oldat savanyú $Na_2SO_4$ -et adva hozzá és felforralva coagulum (natív fehérje). Filtratum $(NH_4)_2SO_4$ -el telítve erős zavarodás (albumosék). A filtratum $J+JK$ oldattal gyenge csapadékot ad
IV. 6 napi emésztés után	mint a fenti	3739	3737	3739	$Na_2SO_4$ és felforralásra a coagulum kevesebb mint a III.-ban. Albumose reactio erősebb. A filtratum $J+JK$ -val erősebb csapadékot ad. Sok $NaOH$ hozzáadással és $CuSO_4$ -el gyenge bíbor színeződés (biuret).
V. 6 napi emésztés után	mint a fenti	3735			
VI. 8 napi emésztés után	mint a fenti	3739	3730	3739	A coagulum még kevesebb mint a IV.-ben. Albumose reactio, mint az előbbi. $J+JK$ -val igen erős csapadék; biuretreactio erős
VII. 8 napi emésztés után	mint a fenti	3721			
VIII. 10 napi emésztés után	mint a fenti	3726	3726	3739	Coagulum alig van. Igen erős biuret-reactio

Az emésztő folyadékot megfelelően festve mikroszkop alatt immersióval minden esetben megnéztem, de semmiféle bakteriumot kimutatni nem tudtam, tehát rothadás nem volt.

Az I. tábla bizonyítékot szolgáltat arra, hogy az oxalsav hozzáadása, illetve az azzal való bepárlás és általában az anyagnak vízfürdőn való szárazra párlása az energiatartalmat nem változtatja meg.

A II. tábla értékei egymás közt általában igen szép meg egyezést mutatnak. Igaz ugyan, hogy a középértékek az emésztés előhaladásával (mely utóbbinak bizonyága a megjegyzések rovatából kitűnik) fokozatos esést mutatnak, de ez az esés a kísérleti hibák határain belül van; hiszen a legnagyobb és a legkisebb érték közt mindössze 30 cal. differentia van; ez oly kis mennyiség, tekintve azt, hogy az anyag égési melege közel volt a 4000 cal.-hoz, hogy csak igen nagyszámú kísérlet középértéke után mondhatnók azt, miszerint emésztés után az energiatartalom 30 cal.-val kisebb lett, és ennek is csak akkor van értéke, ha az emésztés fokát lehető pontosan megállapítjuk és az emésztést minden esetben ugyanazon fokig vezetjük.

De igenis van egy következtetés, melyet már az előleges kísérletek után is meglehetősen bizonyossággal levonhatunk és ez az, hogy a *pepsinemésztés reactióhője mindenesetre rendkívül kicsiny*.

A vizsgálatokat TANGY FERENCZ tanár úr vezetésével végeztem.

## UJABB MEGFIGYELÉSEK A DIELEKTROMOS UTÓHATÁSOK KÖRÉBŐL.

HOOR MÓR I. tagtól.

A következőkben a magy. tud. akadémia matematikai és természettudományi bizottságának támogatásával az utolsó években a dielektromos testekben lefolyó utóhatásokra vonatkozólag végzett kísérleteim egy részéről számolok be.

E kísérleteket az 1900—1903. években a magy. tud. akadémia III. osztálya elé terjesztett «Újabb adatok a dielektromos testek fizikájához»\* czímű három dolgozatban közölt kísérletekkel egyidejűleg kezdtem. Célom az volt, hogy az említett három közleményben közölt megfigyelések magyarázata alkalmával felfemerült néhány kérdést felderítsem és mindenekelőtt megállapítsam azt, hogy a dielektromos testbe a töltés alkalmával bevezetett és galvanométer révén mért viscosus munka a régi iskola tanítása szerint tisztán az elektrostatikai polarisatio keretébe tartozik-e és nem tartozik-e a viscosus munka egy része az elektrolitikus folyamatok fejezetébe. Együttal szükségesnek tartottam annak a kipuhatólását, vajjon nem mutathatjuk-e ki a dielektromos réteget polarizáló fémfelületekből kiinduló és elektromos töltéseket magukkal vivő részecskéknek, az elementáris töltéseknek vándorlását.

A fent említettem harmadik közleményben a hideg állapotban rossz vezető, de azért a többi szigetelőhöz képest aránylag kis fajlagos ellenállású, úgynevezett másodrendű vezetőkön szer-

---

\* Math. és term. tud. ért. XVIII. 268—303. oldal, XIX. 332—373. oldal, XXI. 1—35. oldal.

zett tapasztalatok alapján már azt a *meggyőződésemet* fejeztem ki, hogy a condensatorba raktározott lassú lefolyású munka egy része, legalább a másodrendű vezetőkben, de úgy látszik a többi vezetőkben is, az elektrolytikus polarisatio fejezetébe tartozik.

A magas elektromotoros erőre töltött fémcsúcsokon, valamint az izzó drótokon és radioaktív anyagokon, de különösen a kathodsugarakon végzett kísérletekre vonatkozó újabb irodalom behatása alatt azonban nem tudtam szabadulni attól a feltevéstől, hogy a dielektromos rétegekben észlelt utóhatásokban, egyáltalában az úgynevezett residuum tünetényekben esetleg szerep juthat a dielektromos réteget polarizáló fémfelületekből vagy azok közeléből kiindult és a dielektromos rétegben vándorló ionoknak, elementaris töltéseknek.

A felvetett kérdés felderítésére mindenekelőtt szükségesnek láttam megvizsgálni azt, vajjon a dielektrikumból képezett condensator elektródjai között uralkodó pillanatnyi potentialkülönbség milyen befolyással van a potentialkülönbség előzetes változását követő utóhatásokra. Ezért nem elégedtem meg a condensator töltési görbéinek, kisütési görbéinek és ezeknek az elméleti logarithikus alaktól való eltérésének a meghatározásával (lásd az I. közleményt), hanem szükségesnek tartottam *rendszeres megvizsgálását azoknak a folyamatoknak, a melyek a condensatorok rövidrezárási ideje alatt, tehát zérus potentialkülönbség ideje alatt, valamint az ezt követő nyitás után, tehát zérus potentialkülönbségből kiindulva* beállnak.

A dielektromos testekre vonatkozó irodalmat ismét áttanulmányozva, az újabb irodalomban ilyen irányú rendszeres vizsgálatoknak nyomára nem akadtam.

A dielektromos testek residuum tünetényeire vonatkozó újabb adatok sorából SCHWEIDLER<sup>1</sup> dolgozatát említem, a ki a residuum-képződést vizsgálva azt találta, hogy az a vezetőképeség növekedésével emelkedik, habár nem aránylagosan a vezetőképeséssel. Egyúttal azt találta, hogy a dielektromos utóhatás időbeli lefolyása a vezető képeséssel nem változik.

<sup>1</sup> Einige Versuche über Leitung und Rückstandsbildung in Dielektriciis. Wiener Berichte, Band 101. II. a. 579--593. oldal. 1902.



Schweidler egyúttal a folyékony dielektromos testek áramvezető-képességét is vizsgálva <sup>1</sup>, a folyékony dielektromos testek és ionizált gázok magaviselete között analógiát talált és arra az eredményre jutott, hogy az áramot vezető folyékony dielektrikumban szabad pozitív- vagy negatívöltések mutathatók ki.

A dielektromos testek polarisációjával és a hysteresis-jelenségekkel újabban többi között Pellat, <sup>2</sup> továbbá Lori <sup>3</sup> is foglalkozott. E dolgozatok, valamint az irodalomban található és a dielektromos testekre vonatkozó egyéb közlemények azonban a felvettem kérdésekre feleletet nem adnak.

HEINKE <sup>4</sup> Carpentier-féle mika-condensatorokon, továbbá parafin, és Swinburne-féle papiros-condensatorokon 2—32 voltig terjedő feszültségek között, tehát aránylag csekély igénybevételek mellett végezett kísérleteket a residuum-tűnemények megvizsgálására és megvizsgálta egyenletes sebességgel forgó commutator segítségével igen rövid ideig tartó (kevesebb, mint egy másodperc 1000-ed része) kontaktusok számának befolyását a residuális töltés nagyságára.

Kísérletei azt mutatják, hogy a residuális töltés kezdetben úgyszólván aránylagosan emelkedik a kontaktusok számával, az energia-mennyiség növekedésével azonban lassabban emelkedik, úgy hogy a residuális töltés görbéje az időtengely felé homorú.

Egyúttal megvizsgálta igen rövid ideig tartó töltések idejének a töltés nagyságára való befolyását. Érdekes kísérletei, mivel aránylag szűk keretre, egyúttal igen csekély igénybevételi határookra szorítkoztak és csak rövid időkre vonatkoztak, nem szolgáltatnak kielégítő tájékoztatást a felvettem kérdésekre.

A különböző dielektromos testekből készült apróbb rotációs testeken megejtett megfigyelések, így pl. kis méretű rotációs elipsoid lengésének megfigyelései (Schaufelberger módszere) ugyan-csak nem szolgáltatnak döntő adatokat és — a mint az a követ-

<sup>1</sup> Über das Verhalten flüssiger Dielektrika beim Durchgange eines elektrischen Stromes. Annalen der Phys. IV. 4. 307. oldal, 1901.

<sup>2</sup> CR. 128. 1312—1314. oldal és Bbl. 24, 1900, 43. oldal.

<sup>3</sup> Exper. Untersuchungen über die Kapazität der Kondensatoren, Bbl. 23, 1899. 256. oldal.

<sup>4</sup> Studien über Kondensatoren Ann. d. Phys. N. F. 54, 577 603. 1895.

kező kísérletekből ki fog tűnni — a felvetettem kérdések megoldására nem is alkalmasak.<sup>1</sup>

A. S. DUNSTAN<sup>2</sup> *mika-condensatorok* utóhatásaira vonatkozó kísérleteket végzett és a töltések valamint rövidzárások tartamának a residuális töltés nagyságára való befolyását vizsgálta. Módszere helyes, de igen csekély elektrosztatikai igénybevételekkel dolgozik. E dolgozat az egyetlen, mely a felvetettem kérdés eldöntésére közvetlenül felhasználható anyagot szolgáltat.

Az irodalomban található gyér adatokra való tekintettel, de különösen az azokban található számos ellentmondás miatt és mert a legtöbb kísérletező csak igen kis réteg-vastagságú és kis méretű condensatorokon végzett megfigyeléseket, a kísérleteket a rétegvastagságnak és összes egyéb tényezőknek számbavételével rendszeresen kelleit végrehajtanom.

A következőkben azoknak a kísérleti sorozatoknak egy részét közlöm, melyeket a condensator rövidre zárását követő időben, tehát zérus potenciálkülömbösből kiinduló remanens görbékre vonatkozólag végeztem.

Az 1901—1904. évek folyamán végeztem e kísérleteket kiterjesztettem a fent idéztem és annak idején a tekintetes Akadémia elé terjesztett II. és III. közleményemben részletesen leírt III., V. és VI. számú Crown üveg condensatorokra, a VII. számú guttapercha-condensatorra, a X. számú megohmit-condensatorra és a IX. és XII. számú Szvetics-féle parafin-condensatorokra.

Az idéztem három közleményben foglalt kísérletekkel kapcsolatban végzett idevágó előzetes kísérletek alapján rendszeres görbe-sorozatok a III., IX., X. és XII. számú condensatorokon vettem fel.

E kísérleteket oly módon végeztem, hogy az első közleményem 2. és 4. ábráján feltüntetett kapcsolásban  $T_1 = 5$  mp-től  $T_1 = 600$  másodpercig terjedő időig töltöttem a condensatorokat és ez után  $T_2 = 5$  mp-től  $T_2 = 300$  másodpercig terjedő időn át rövidre zárva tartottam őket. Ezután a rövidrezárás meg-

<sup>1</sup> Lásd pl. F. Beaulard Éclair. Electr. XXXVII. 404—406. old. és Bbl. 28. 664. oldal.

<sup>2</sup> Residual charges of condensers, Electr. World, XXVI. 3. oldal 1895.

szüntetésével megfigyeltem a condensatorok kapcsolaihoz közvetlenül kapcsolt tükrös elektrometerek segítségével a rövidrezárás megszűntének pillanatától számított különböző  $t$  időpontokban beálló  $V_t$  pillanatnyi elektromotoros erőket és pedig 5—5 másodpercenkénti időközökben.

A különböző  $t$  időpontokat derékszögű koordináta-rendszer abszcissa-tengelyére, a megfelelő  $V_t$  értéket az ordinata-tengelyre felmérve, megszerkesztettem a  $V_t = f(t)$  függvényeket különböző  $T_1$  és különböző  $T_2$  értékek mellett.

Az ily módon nyert adatokból azután az adott  $T_2$  értéknek megfelelő  $T_1$  értékeket valamely derékszögű koordináta-rendszer abszcissa-tengelyére, az előző sorozatból a  $V_t$  maximum-értékét az ordinata tengelyre mérve, megszerkesztettem a  $V_t^m = f'(T_1)$  függvényeket. Továbbá az állandó  $T_1$  töltési időnek megfelelően a feszültség maximum-értékét és a különböző  $T_2$  rövidrezárási időket koordináta-rendszerbe mérve, megszerkesztettem a különböző  $T_1$  töltési időnek megfelelő  $V_t^m = f''(T_2)$  függvényeket.

Mind e görbesorozatokat a  $\frac{dV}{dn}$  elektrostatikai igénybevétel befolyásának kipuhatolására különböző elektrostatikai igénybevételek mellett, illetve különböző  $V_k$  töltő elektromos erőkből kiindulva végeztem.

A különböző görbesorozatokat megismételve, egyúttal meghatároztam ballistikus galvanometer segítségével a  $Q_t = \psi(t)$  görbéket oly módon, hogy a ballistikus galvanometeren át rövidre zárva a condensatorokat, meghatároztam a  $V_t$  pillanatnyi feszültségnek megfelelő  $Q_t$  ballistikus töltést és megállapítottam a condensatorok kapacitásának pillanatnyi  $k_t = \frac{Q_t}{V_t}$  értékét.

A  $V_t$  értékeket a II. és III. közleményemben említettem Carpentier-féle tükrös elektrometerek sorozatával mértem és pedig a Mascart-fele heterostatikai kapcsolásban.

A két évre terjedő kísérleti sorozat folyamán a három használt tükrös elektrometer konstansai 0.1757—0.1864 Volt/mm., 0.525—0.603 Volt/mm. és 7.57—7.87 Volt/mm. között válto-

koztak és több kísérleti sorozat folyamán, néha napokig, gyakorlatilag véve állandóak maradtak.

A töltéseket az első közleményemben leírtam Carpentier-féle ballistikus galvanométerrel mértem. A kísérletek folyamán a ballistikus galvanométernek coulomb-konstansa:

$$2500 \text{ ohm ellenállású körben } c_b = 0.1112 \cdot 10^{-7} - 0.1117 \cdot 10^{-7} \\ \text{coulomb per mm.}$$

$$\text{és nyitott körben } c_b = 0.1575 \cdot 10^{-7} - 0.1568 \cdot 10^{-7} \\ \text{coulomb per mm. volt.}$$

A készülékeket minden görbesorozat felvétele előtt és után közvetlenül hitelesítettem.

A  $V_k$  töltő elektromotoros erőket hitelesített tükrös készülékkel, valamint Weston-féle praecisiós műszerekkel mértem. Az elektrométerek, valamint ballastikus galvanométerek hitelesítését a berlini Physikalisch-Technische Reichsanstalt hitelesítette Wolf-féle normállenállások, Weston-féle normalelemek és Elliott-féle mika-condensator alapján végeztem. Az időt chronograph-fal és metronommal mértem.

A kísérletek folyamán folytonosan figyelemmel kísértem a kísérleti elrendezés vezetéki rendszerének szigetelését és a különböző condensatorokat egymás helyébe helyettesítve, a töltőfeszültség irányát változtatva és a különböző töltési és kisütési időknek megfelelő görbesorozatokat különböző sorrendben megismételve, meggyőződést szereztem arról, hogy zavaró tényezők e görbékben nem érvényesültek-e és e megfigyelések alapján ki-selejteztam azokat a kísérleti sorozatokat, a melyek megbízhatónak nem bizonyultak. Együttal meghatároztam a görbéket ismételtén oly módon is, hogy a rövidrezárási idő megszakításának pillanatában, illetőleg annak tartama alatt és azt követőleg a  $V_t$  görbe felvétele alatt, külön e célra rendelt kapcsolóval megszüntettem a condensator töltésére használt commutator és a töltő áramforrás közötti összeköttetést, avagy a commutatorhoz vezető vezetékben megváltoztattam a töltő elektromotoros erő irányát és így megállapíthattam azt, hogy a megfigyelés közben az áramforrásból eredő átvezetés zavarólag nem hat-e.

Az előző töltések hatásának kiküszöbölésére is nagy gondot

kellett fordítani. E hatást ellenkező irányú töltésekkel kompenzáltam, lépcsőzetesen változtatva a töltés idejét mindaddig, míg az elektrometerek révén meggyőződtem, hogy mérhető residuális töltésnek nyoma sincs már.

Az előzetes kísérletek alkalmával szerzett tapasztalatok alapján csakhamar sikerült elérni azt, hogy az ismételten és különböző időkben felvett  $f(t)$ ,  $f'(T_1)$ ,  $f''(T_2)$  görbék megfelelő értékei alig 2—3%-nyira tértek el egymástól.

Az alkalmazott készülékek egyéni hibáit az elektrometerek cserélése révén, illetőleg ugyanazon pontoknak különböző állandóju elektrometerekkel való mérése révén iparkodtam kiküszöbölni.

E kísérletek eredményei is a készülékek különböző érzékenysége szabta határon belül jól egyeztek, úgy hogy a következőkben ismertetett adatokat és az ezekből szerkesztett görbéket a condensatorban előállító lassú utóhatások quantitativ jellemző görbéinek tekinthetjük.

A II. és III. közleményben részletesen leírt és az előbb vázolt vizsgálatoknak alávetettem III. jelű *Crown-üvegcondensator* rétegvastagsága  $d = 0.065$  cm., polarizált felülete  $S = 1440$  cm<sup>2</sup>., polarizált férője  $v = 93.6$  cm<sup>3</sup>. volt. Az üveg fajsúlya 15° C.-nél 2.508 volt.

E condensatort ätherrel és alkohollal gondosan megtisztított 11 × 9 cm. méretű üveglapokból és ónlemezekből, az első közlemény I. ábráján látható séma szerint állítottam össze.

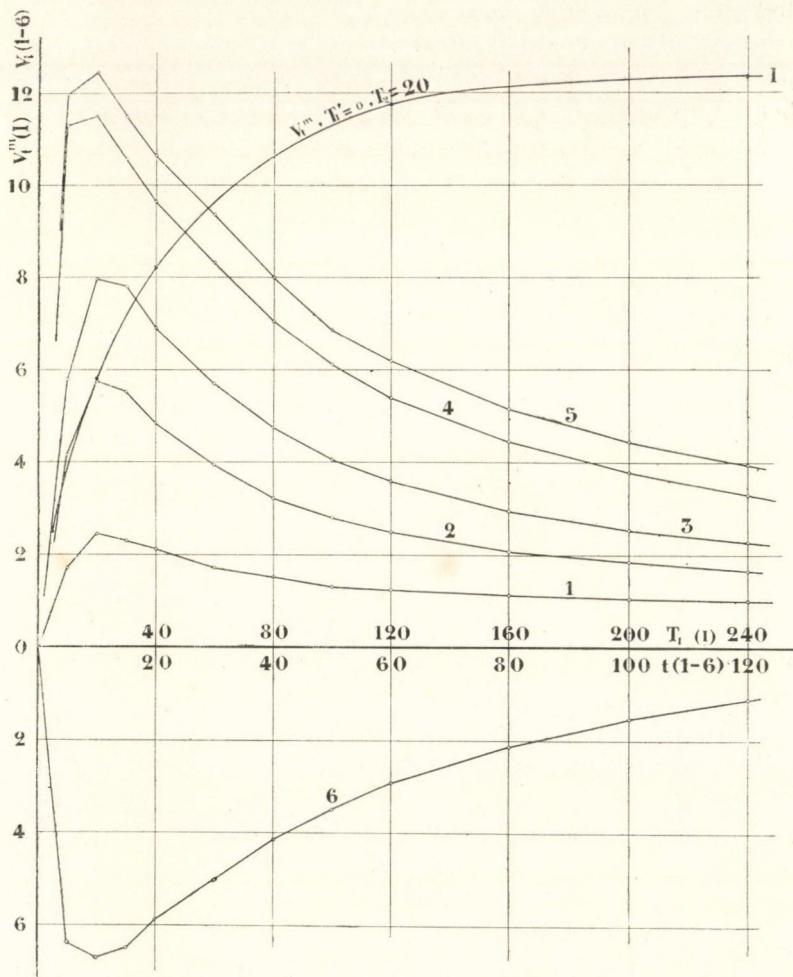
Az összeépített condensator állandóan savmentes, evakuált petroleum-fürdőben volt.

E condensatort 60.4—63.0 Volt, azaz 928—969 V/cm igénybevételek, 251—262 Volt, azaz 3865—4030 V/cm igénybevételek és 396—405 Volt, azaz 6090—6230 V/cm igénybevételek között vizsgáltam.

A felvettem sorozatokból a  $T_2 = 20$  rövidzárási időnek és a  $T_1 = 5$ -től 240-ig terjedő töltési időnek a 6160—6230 V/cm-nyi igénybevételek között megfelelő  $V_t$  értékeket közlöm.

Az I. tábla felső része a  $V_t$  értékeket adja, alsó része a  $V_t$  maximum értékeinek  $V_k = 402$  Volt töltőfeszültségre átszámított értékeit és a  $V_t$  maximumának a  $V_k = 402$  Volt százalékáiban való értékét adja.

Az I. táblából a 6. számú oszlop egyúttal a  $T_1$  töltést megelőző  $T_1 = 240$  másodpercznyi ellenkező irányú töltésnek megfelelő  $V_t$  görbe adatait adja.

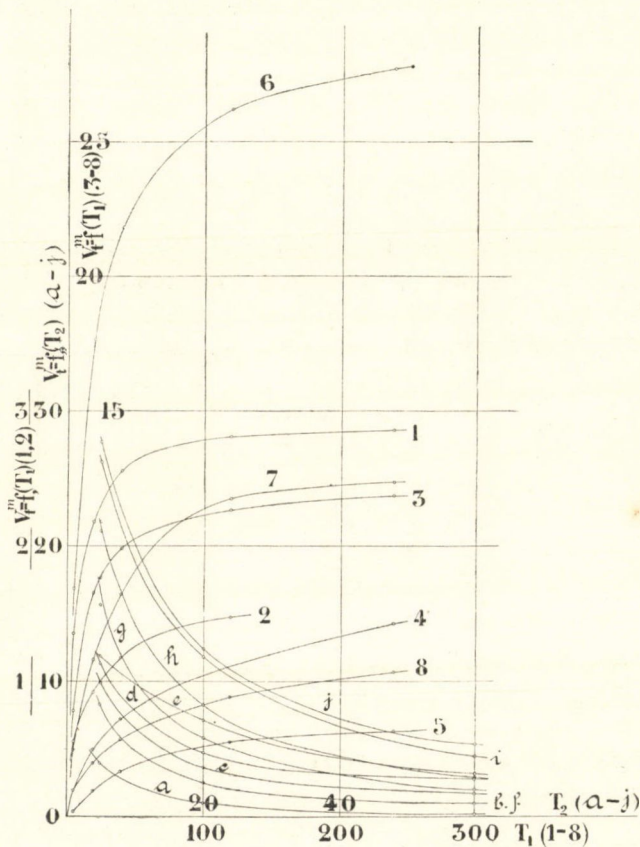


1. ábra.

Az I. táblának megfelelő  $V_t = f(t)$  függvényeket az 1. ábra 1—6. számú görbéi adják. Az I. számú görbe pedig az 1—5. görbék maximumértéke és a  $T_1$  töltési idő közötti összefü-

gést, azaz a  $V_t^m = f'(T_1)$  függvényt adják  $T_2 = 20$  töltési idő mellett.

A II. tábla 1—8. számozott vertikális oszlopai a III. számú Crown-üvegcondensátorral végzett kísérlet sorozatból állított, összálított,



2. ábra.

61.5, 257 és 402 Voltnyi töltő elektromotoros erőnek megfelelő  $V_t^m = f'(T_1)$  görbe néhány pontját és az  $a-j$ -vel jelzett vízszintes sorai a megfelelő  $V_t^m = f''(T_2)$  görbék néhány pontját adják.

Az e táblázat pontjaiból szerkesztett görbéket a 2. ábra 1—8. és  $a-j$  jelzésű görbéi mutatják.

Az abszcissa-tengely a  $T_1$  illetőleg  $T_2$  időket másodpercekben, az ordinata-tengely a megfelelő  $V_t^m$  értékeket adja voltokban.

E görbékéből látható, hogy a  $T_1$  töltési idő növekedtével kezdetben gyorsan emelkedik a  $V_t$  remanens elektromotoros erő maximumának értéke,  $T_1 = 200$ -at meghaladó töltési időknél azonban aránylag csekély mértékben növekszik.

Együttal azt látjuk, hogy a rövidrezárási idővel ugyanazon  $T_1$  mellett gyorsan csökken kezdetben a remanens elektromotoros erő maximuma,  $T_2 = 100$  másodpercnyi rövidzárási idő tartamán túl azonban a rövidzárási időnek kevesebb befolyása van a remanens elektromos erő maximumára.

Az I. táblából és 1. ábrából együttal azt látjuk, hogy a remanens elektromos erő görbájének maximuma közel ugyanabban az időben, a rövidzárási megszűnésének pillanatát követő 10. másodperczen áll be.

Különböző igénybevételek mellett a megejtett kísérletek együttal azt mutatják, hogy az elektromos erő maximuma beálltanak ideje a  $T_1$  töltési időnek, valamint a  $T_2$  rövidzárási időnek növekedtével nő; más szóval a remanens elektromotoros erő maximum-pontjai a növekvő  $T_1$ -gyel és  $T_2$ -vel positiv irányban tolódnak el.

A növekvő elektromotoros erővel ugyancsak positiv irányban tolódik el a maximum pont idő-abszcissája: megjegyzendő azonban, hogy az eltolódás nem nagy, mert az egész görbe-sereg maximum-pontjai a  $t = 7$  és  $t = 15$  abszcissák között fekszenek.

Így pl.  $V_k = 61.5$  Volt töltő elektromotoros erőnek megfelelően  $T_1 = 5 - 120$  és  $T_2 = 5$  mellett, a maximum ideje 7 és 9 másodperc között, 401 voltnál.  $T_1 = 5 - 240$  és  $T_2 = 60$  mellett pedig a maximum ideje 14 és 15 másodperc között fekszik.

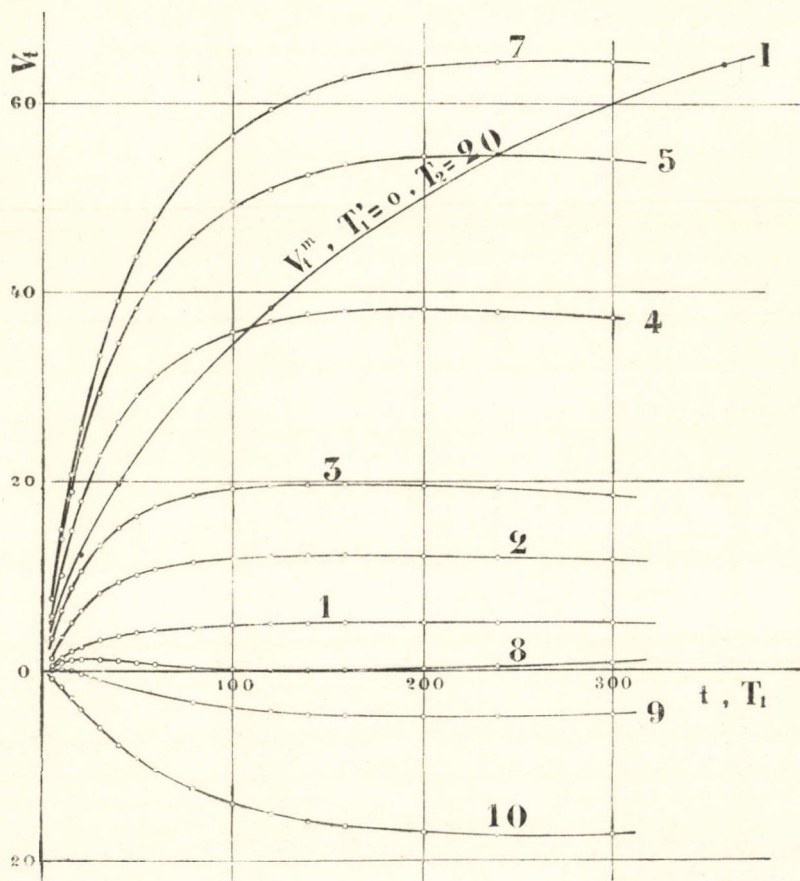
A megvizsgáltam XII. számú, Szvetics Emil laboratóriumában készült *paraffin-condensator*nak, melyet III. közleményemben irtam le, rétegvastagsága  $d = 0.031$  cm, polarizált felülete  $S = 29750$  cm<sup>2</sup>, polarizált férője  $v = 922$  cm<sup>3</sup> volt.

E condensatort 73.8—76.4 Volt, azaz 2380—2465 V/cm igénybevételek között, 245.5—253 Volt, azaz 7930—8170 V/cm igénybevételek között, 464—484.8 Volt, azaz 14970—15620 V/cm



és 561.2—578.8 Volt, azaz 18100—18670 V/cm igénybevételek között vizsgáltam meg.

Az e condensatorra vonatkozó adatok sorából a III. tábla a 8030 és 8160 V/cm igénybevételek között megfigyelt különböző  $T'$ ,  $T_1$  és  $T_2$  időknek megfelelő  $V_t$  értékeket adja.



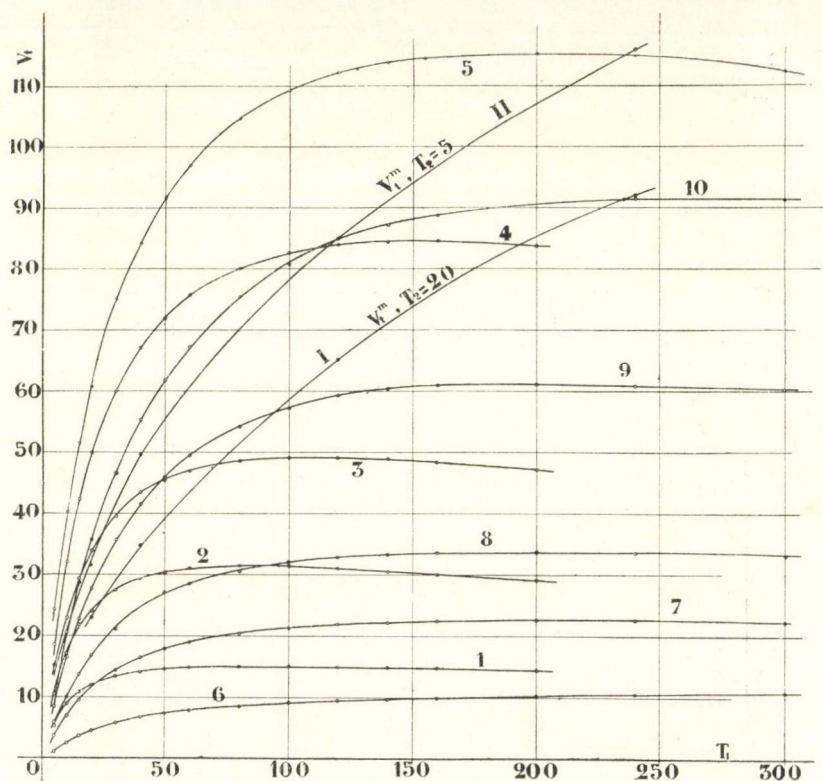
3. ábra.

A III. tábla alsó része a  $V_k = 250$  Volt töltőfeszültségre átszámított  $V_t^m$  maximum-értékeket és a  $V_t^m$  maximum-értékeket a  $V_k = 250$  százalékában kifejezve adja.

E tábla 1—10. számú  $V_t = f(t)$  függvényei a 3. ábra 1—10.

görbét adják, a 250 voltra átszámított  $V_t^m = f'(T_1)$  függvényét pedig ez ábra I. görbéje mutatja.

A IV. tábla a XII. számú condensatoron a 14970—15280 V/cm igénybevételek között felvett adatok egyik sorozatát adja. Az e tábla adataiból szerkesztett görbéket a 4. ábra mutatja.



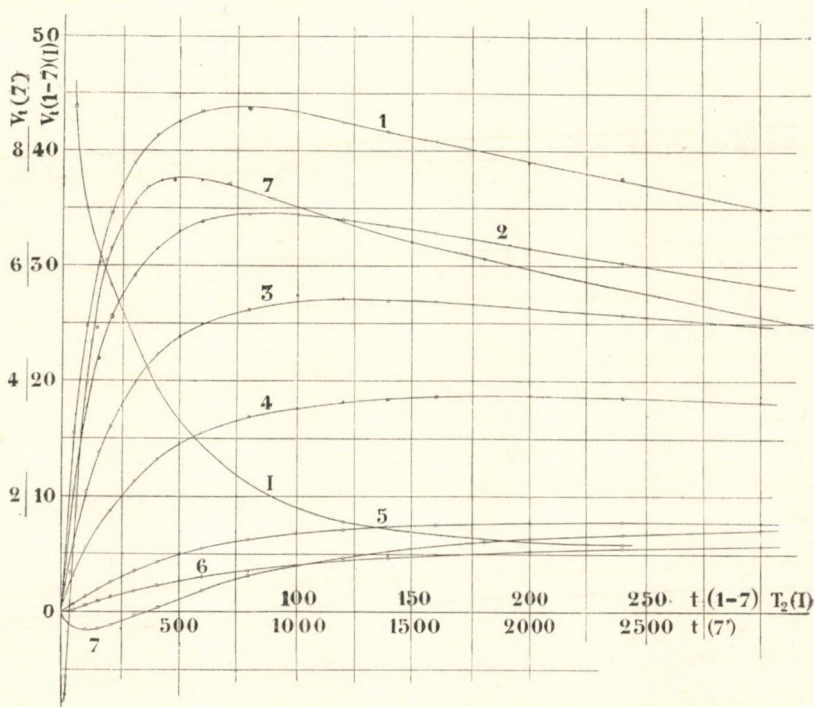
4. ábra.

Az V. tábla a 18100—18670 V/cm igénybevételek között, különböző  $T_2$  és állandó  $T_1 = 20$  másodpercznek megfelelően megfigyelt  $V_t$  értékeket adja és pedig a töltés megszüntetésétől 300 illetve 3600 másodperczig terjedő időközben.

Az 5. ábra 1—7. görbéi az V. tábla 1—7. oszlopainak megfelelő  $V_t$  görbéket, az I. görbe pedig a  $T_1 = 20$  rövidzárási időnek megfelelő  $V_t^m = f''(T_2)$  görbét adja.

A VI. táblában az 1—8. oszlopok a XII. parafin-condensatoron megejtett kísérleti sorozatokból vett  $V_t^m = f'(T_1)$  görbékét, vízszintes sorai pedig a  $V_t^m = f''(T_2)$  függvények egyes pontjait adják 76, 250 és 477 Volt töltő-feszültségnek megfelelően.

A 6. ábra 1—8. görbéi a VI. táblából szerkesztett megfelelő számú görbék mutatják, az A—H jelű görbék pedig a VI. tábla adataiból szerkesztett  $V_t^m = f''(T_2)$  görbék adják.



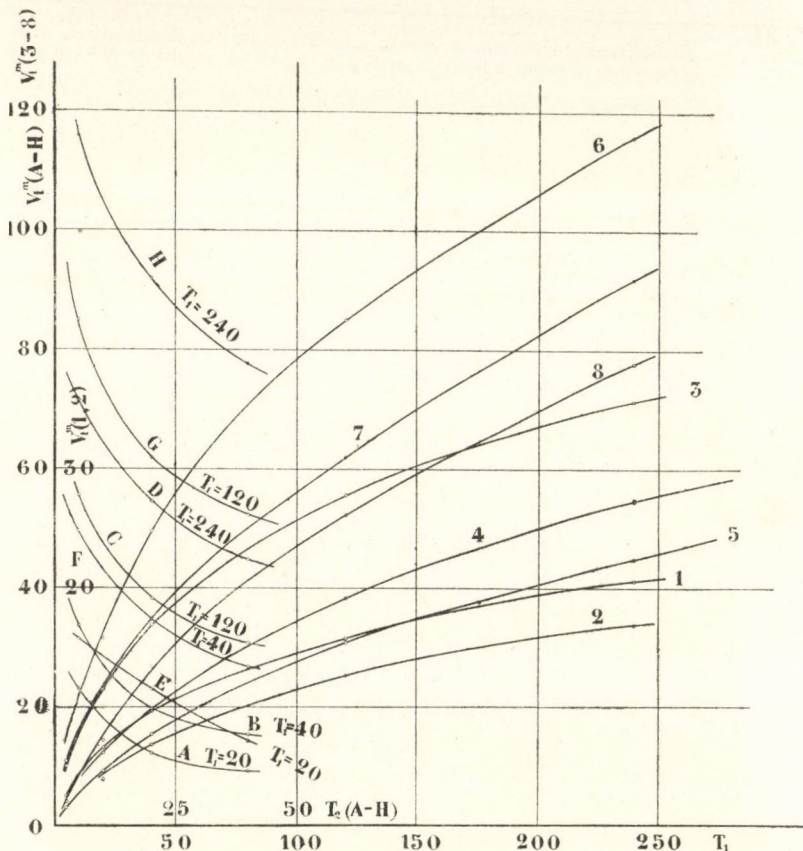
5. ábra.

A III—VI. táblák, illetőleg 3—6. számú ábrákban feltüntetett görbék és az e condensatoron felvett összes kísérleti sorozatok tanúsága szerint a III. számú üvegcondensatortól eltérőleg a remanens elektromotoros erő maximumának  $t$  időabszisszája a  $T_1$  töltési idő növekedésével tetemesen emelkedik. Így pl. 76 voltnál és  $T_2 = 5$  rövidzárási idő mellett a remanens elektromotoros erő maximuma  $T_1 = 5$  másodpercز töltési idő



után a 100. másodperczen,  $T_1 = 240$  töltési idő után pedig a 240. másodperc körül következik be.

477 Volt töltő elektromos erő hatása után és  $T_2 = 20$  rövidzárási idő mellett a maximum-idő abszcisszája 200—250 között van különböző  $T_1$  töltési idők mellett.



6. ábra.

A  $T_2$  rövidzárási idő növekedtével a remanens elektromotoros erők maximumának idő-abszcisszája tetemesen eltolódik; az 5. ábra tanúsága szerint  $T_2 = 5$  és  $T_1 = 20$  mellett a maximum körülbelül a 75. másodperczen következik be,  $T_2 = 240$  és  $T_1 = 20$  esetében még a 300. másodperczen sem érte el legnagyobb értékét.

A megvizsgáltam *IX. számú. Szvetics Emil laboratoriumában készült parafin-condensator* rétegvastagsága  $d = 0.007$  cm, polarizált felülete  $S = 12930$  cm<sup>2</sup> és polarizált férője  $90.5$  cm<sup>3</sup>.

E condensatort  $315.8$ — $329$  Volt között, azaz  $45100$  -  $47000$  V/cm. terjedő elektrosztatikai igénybevételek között vizsgáltam meg.

Az e condensatoron végzett nagy adat-sorozatból mindössze a  $T_2 = 5$ ,  $T_2 = 20$ ,  $T_2 = 100$  és  $T_2 = 200$  rövidzárási időkre vonatkozó  $45100$ -  $47000$  V/cm igénybevételek mellett felvett adatokat közlöm.

Ez adatokat a VII. tábla 1—12. oszlopai, az ez adatokból szerkesztett görbékét pedig a 7. ábra 1—12. görbéi adják.

A 7. ábra I. és II. görbéi a  $T_2 = 5$ , illetve  $T_2 = 20$  rövidzárási időeknek megfelelő és a rövidzárást megszüntető követő  $300$  másodperczen beálló  $V_{300}$  értékét adják az abszcissa-tengelyen mért  $T_1$  töltési időnek függvényeként.

A 7. ábra *A* görbéje pedig a  $T_1 = 40$  töltési időnek megfelelő  $V_{300}$  értékét  $T_2$  rövidzárási idő függvényeként adja.

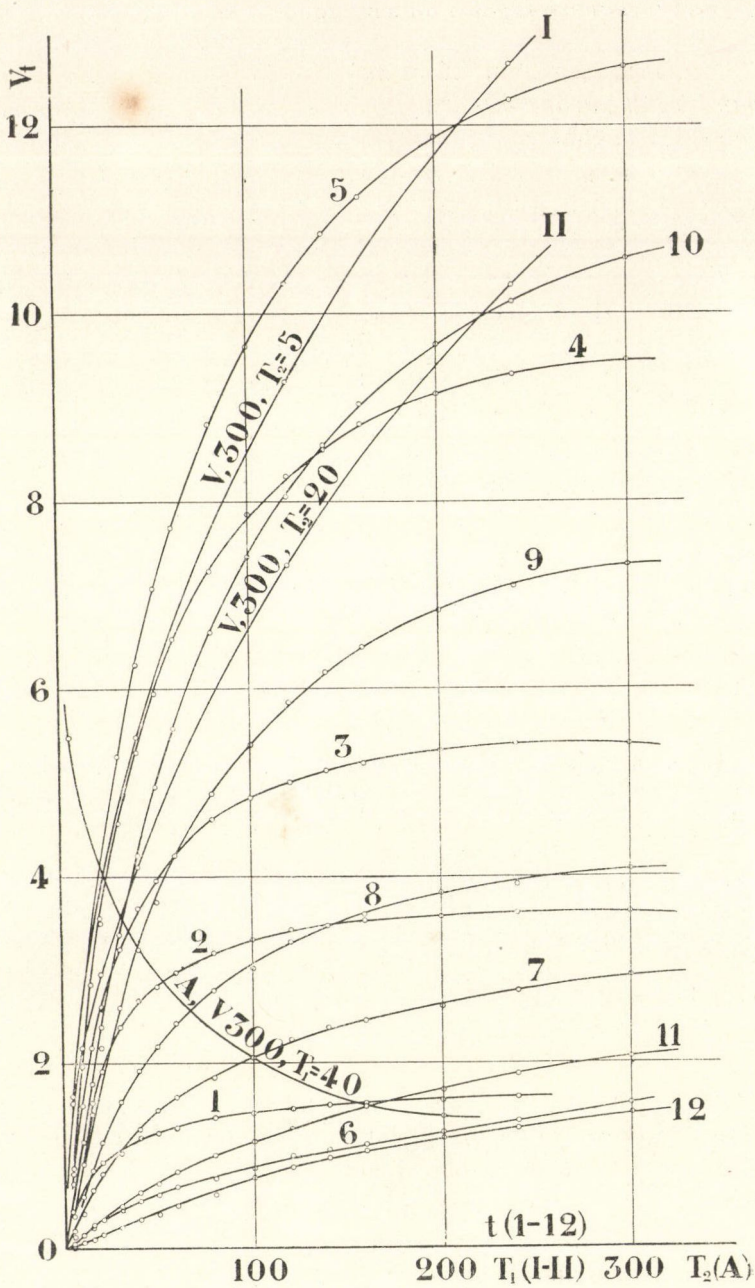
A VII. táblából és 7. ábrából, valamint az e condensatorra vonatkozó egyéb adatokból kitűnik, hogy a remanens elektromotoros erő maximuma ugyanazon töltési és kisütési időkhöz mellett *aránylagosan sokkal kisebb, mint a nagyobb rétegvastagságú, habár ugyanazon anyagból készült XII. számú parafincondensatorban.*

Együttal látható, hogy az elektromotoros erő maximuma sokkal későbbben következik be, mint a XII. számú condensator esetében. Így pl.  $T_2 = 5$  mellett növekvő  $T_1$ -nél a maximumnak időabszcissája a  $280$  és  $380$ . másodperc között.  $T_2 = 20$  esetén pedig  $350$ -en túl van.

A II. közleményben *leírtam X. számú condensatort úgynevezett megohmit-lapokból*, azaz vékony mika-lemezekből selakkal összeragasztott préselt lapokból és ön-lemezekből állítottam össze az I. közlemény I. ábrájának sémája szerint.

E condensator rétegvastagsága  $d = 0.21$  cm, polarizált felülete  $S = 47100$  cm<sup>2</sup>, polarizált férője  $\nu = 9880$  cm<sup>3</sup>.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> E condensatornak polarizált férője eredetileg  $10625$  cm<sup>3</sup>, polarizált felülete  $50500$  cm<sup>2</sup> volt, időközben azonban néhány lapot elvettem belőle.

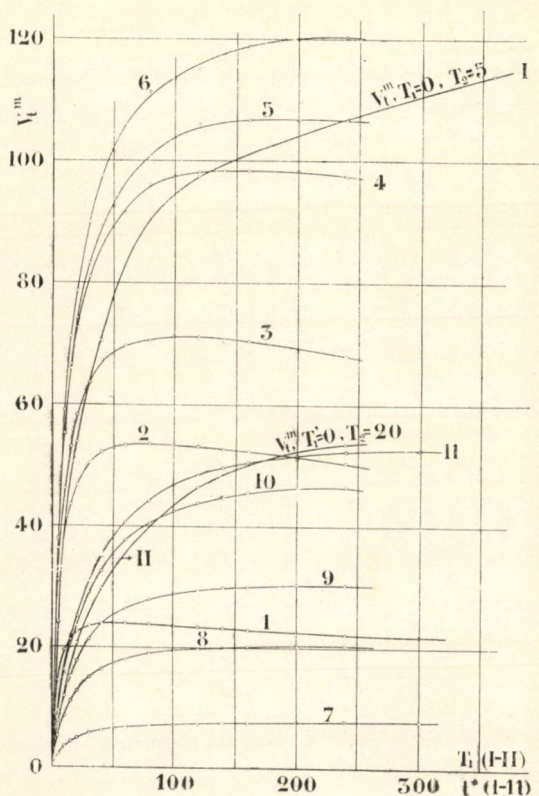


7. ábra.



E condensatort 376 . 4—404 . 4 Volt, azaz 1792—1925 V/cm elektrostatikai igénybevételek és különböző  $T_1$  és  $T_2$  idők mellett vizsgáltam meg.

Az e condensatoron végzett kísérletekből a VIII. tábla a  $T_2=5$  és  $T_2=20$  rövidzárási időknek megfelelő  $V_t$  görbéket adja.



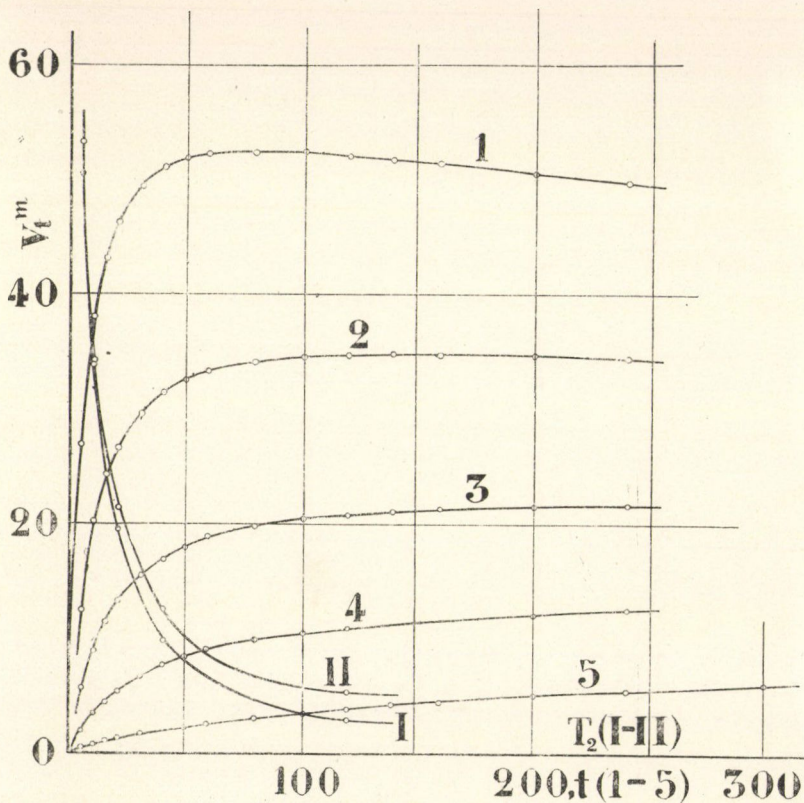
8. ábra.

Az e tábla 1—11. oszlopaiban foglalt adatoknak megfelelő görbéket a 8. ábra 1—11. görbéi mutatják.

A 8. ábra I. görbéje a  $T_2 = 5$ , II. görbéje pedig a  $T_2 = 20$  rövidzárási időknek megfelelő  $V_t$  idők maximum-értékét adják a  $T_1$  töltési idők függvényeként.

A IX. tábla a X. számú megohmit-condensatoron az előző

táblákban közölt kísérletek befejezése után *nehány hónappal később* *végzett* kísérleti sorozatok egyikét adja és pedig a  $V_t = f(t)$  függvényének megfelelő adatokat  $T_1 = 20$  töltési idő és  $T_2 = 5$ -től  $T_2$  120-ig terjedő rövidzárási idők mellett 1787 és 1847 V/cm igénybevételek között.



9. ábra.

A tábla alsó része a 80. ill. 240. másodperczben beálló remanens elektromotoros erőnek 383 volt töltő feszültségére átszámított  $V_{80}$  és  $V_{240}$  értéket adja voltban és a 383 volt százalékaiban.

A IX. tábla 1—5. oszlopainak megfelelő függvényeket a 9. ábra 1—5. számú görbéi, az I. és II. sz. vízszintes sorokból



szerkesztett  $V_{80} = f''(T_2)$  és  $V_{240} = f''(T_2)$  görbékét pedig ugyan-ezen ábra I. és II. számú görbéi mutatják.

Az e condensatorra vonatkozó adatokból látható, hogy a remanens elektromotoros erő maximuma annál későbbben áll be, minél nagyobb a töltési idő. Növekvő rövidzárási idővel a maximum idő abszcisszája növekszik. A míg pl.  $T_2 = 5$  és  $T_1 = 5$  mellett a maximum az 50. másodperczen már beáll, addig  $T_2 = 20$  és  $T_1 = 240$  mellett még a 300. másodperczen sem áll be a maximum.

A remanens elektromotoros erők  $V_t^m = f(t)$  görbéinek ismételt felvételekor az egyes  $V_t$ ,  $t$  pontokban történt rövidrezárás alkalmával a ballisztikus galvanométeren áthaladó  $Q_t$  ballisztikus mennyiségek ill. a  $\frac{Q_t}{V_t} = k_t$  kapacitások meghatározása a második és harmadik közleményben közölt eredményekkel egyezően azt mutatta, hogy a  $k_t$  kapacitás a megvizsgált esetekben a különböző  $T_1$  töltési és  $T_2$  rövidre zárási időkkel alig néhány százaléknyira változik.

Így a III. számú üvegcondensatoron végzett összes kísérletek alkalmával megfigyelt  $k_t$  értékek 0.02542 és 0.0225 között ingadoztak 19.7°—24° Celsius mellett.

(A második és harmadik közleményben közölt kísérletek alkalmával a  $k_t$  legkisebb megfigyelt értéke 0.0194, legnagyobb megfigyelt értéke 0.02715 mfd volt, 20°—21° Celsius mellett.)

A XII. számú parafin-condensatorban végzett kísérletek alkalmával a  $k_t$ -nek összes értékei 0.2515—0.262 mikrofard határok között vannak.

(A harmadik közleményben leírt kísérletek alkalmával megfigyelt  $k_t$  értékek 0.2445 és 0.2645 mikrofard határok között ingadoztak, 19.8° Celsius mellett.)

A IX. számú parafin-kondensatorral végzett kísérletekből meghatározott  $k_t$  értékek 0.529 és 0.549 mfd között változnak.

(A harmadik közleményben közölt kísérletek alkalmával a  $k_t$  értékei 0.529 és 0.55 mikrofard között változtak.)

A X. számú megohmit-kondensator  $k_t$  értékei 0.0958 és 0.1137 mikrofard között változnak, 21.9°—21.8° Celsius mellett.

(A harmadik közleményben közölt  $k_t$  adatok a condensator jelenlegi felületére átszámítva 0.1038 és 0.101 mikrofaraad határok között vannak, 19.5° Celsius mellett.)

Általában azt látjuk, hogy a 20 másodpercznél kisebb  $T_2$  kisütési idők mellett növekvő töltési idővel lassan növekszik a kapacitás  $k_t$  értéke.

Az állandó töltési idő mellett és növekvő  $T_2$  rövidrezárási időekkel a kapacitás  $k_t$  értéke csökken.

Ha a rövidrezárási időket 40 mp.-en túl növeljük, a  $k_t$  érték a megfigyelési hibáktól eltekintve a  $T_2$  rövidrezárási időtől függetlenül állandó.

A második és harmadik közleményben adtam eredményekkel egyezően azt is találjuk, hogy a IX. és XII. számú parafin-condensatorok  $k_t$  kapacitásai a töltési és kisütési idővel csak igen kis mértékben változnak.

Így pl. a IX. számú parafin-condensatorban (lásd: a VII. tábla 1—12. oszlopait) a legnagyobb érték 0.549, a legkisebb 0.532; a különbség a legkisebb értéknek kerekén 3.2%-a.

Az ugyanazon anyagból, ugyanazon módon készült XII. számú condensator kapacitása pedig (lásd: a IV. tábla 1—10. oszlopait) 0.2515 és 0.257 között ingadozik; a különbség a legkisebb értéknek 2.27%-a.

A X. számú megohmit-kondensatorban ellenben (lásd: a VIII. táblát) a legkisebb érték 0.0932, a legnagyobb érték 0.1137; a különbség a legkisebb értéknek 22%-a.

Mind e kísérletekből, de különösen a 0.21 cm rétegvastagságú megohmit-condensatoron felvett adatokból és *vékonyabb falú mika-condensatorokon* végzett kísérletekből, az előző vizsgálataim eredményeivel egyezően az tűnik ki, hogy *nagyobb rétegvastagság mellett általában érezhetőbbé válik a  $T_1$  és  $T_2$  időnek a  $k_t$  értékre való befolyása.*

Azonban kitűnik az összes megfigyelésekből, *hogy ugyanazon  $T_1$  és  $T_2$  értékek mellett a megvizsgált esetekben a kapacitás  $k_t$  értéke a megfigyelési hibák szabta határon belül állandó és független attól, hogy a  $V_t = f(t)$  görbének melyik pontjaiban határozzuk meg.*

E tény megengedi azt, hogy a *remanens elektromotoros erő*

görbéinek differenciális hányadosaiból az egyes  $V_i$  görbék számára meghatározott  $k_i$  kapacitás számbavételével a *condensator remanens ballisztikus* töltésének változását, ill. *e töltések differenciális hányadosainak értékeit, tehát a pillanatnyi áramerősségeket megközelítéssel számítsuk.*

Ily módon kiszámítottam a remanens elektromotoros erőkre vonatkozó kísérleti sorozatokból a kisütést követő  $t$  időpontokban való  $\frac{dQ}{dt}$  differenciális hányadosokat és ezeket derékszögű koordinata-rendszer ordinata-tengelyére, az időket az abscissa-tengelyre mérve, kiszámítottam az összes sorozatoknak megfelelő  $\frac{dQ}{dt} = \varphi(t)$  áramgörbéket.

Együttal e  $\varphi(t)$  görbék maximum értékeiből megszerkesztettem az állandó  $T_2$  rövidrezárási időeknek megfelelő  $\left(\frac{dQ}{dt}\right)_t = \varphi'(T_1)$  görbéket is.

Ez áramgörbéket részletesebben az eddig végeztem összes kísérletek összefoglaló tárgyalása alkalmával fogom tárgyalni és itt csak néhány példa közlésére szorítkozom.

Például a *III. crown-üvegcondensatorra* vonatkozó sorozatokból néhány görbét a X. táblában közlök.

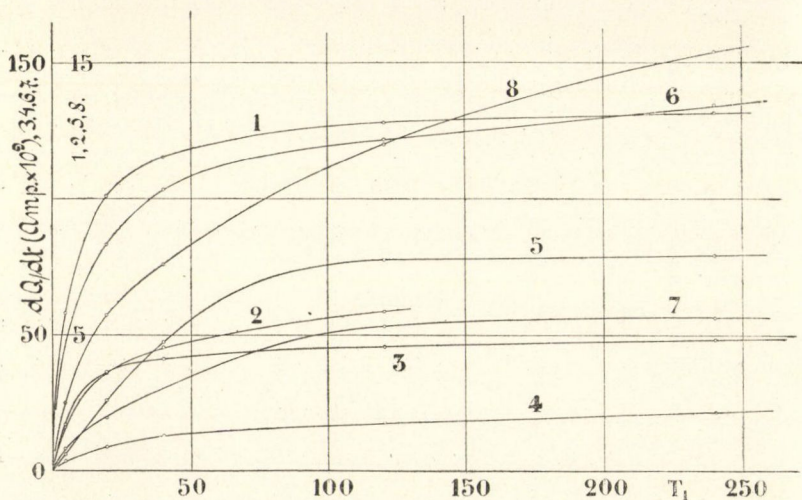
Az 1—8. számú vertikális oszlopok a  $\left(\frac{dQ}{dt}\right)_t = \varphi'(T_1)$  görbék egyes pontjait, az  $a-o$  jelű horizontális sorok pedig a  $\left(\frac{dQ}{dt}\right) = \varphi''(T_2)$  görbék adatait mutatják, 61.5 ill. 257 és 402 Volt töltő elektromotoros erőnek megfelelően.

A táblában foglalt számadatok az ampèreben mért  $\frac{dQ}{dt}$  értékének  $10^9$ -szeresét adják.

Az e táblákból szerkesztett  $\varphi'(T_1)$  görbéket a 10. ábra mutatja, melynek abscissái a  $T_1$  töltési időt másodperczben, ordinátái az ampèreben mért differenciális hányadosnak  $10^9$ -szeresét adják.

E görbékéből látható, hogy a  $\left(\frac{dQ}{dt}\right)$  hányadosnak maximum-értéke kisebb rövidrezárási idők és kisebb töltő elektromotoros erők esetén a 100 másodpercet meghaladó  $T_1$  értékek növekedtével már alig emelkedik.

Nagyobb töltő elektromotoros erők esetén és nagyobb rövidrezárási idők mellett (lásd a 8. számú görbét) még a 250 má-



10. ábra.

sodpercet meghaladó  $T_1$  töltési idők mellett is tetemesen növekszik a  $\left(\frac{dQ}{dt}\right)$  hányados maximuma, ha  $T_1$  emelkedik.

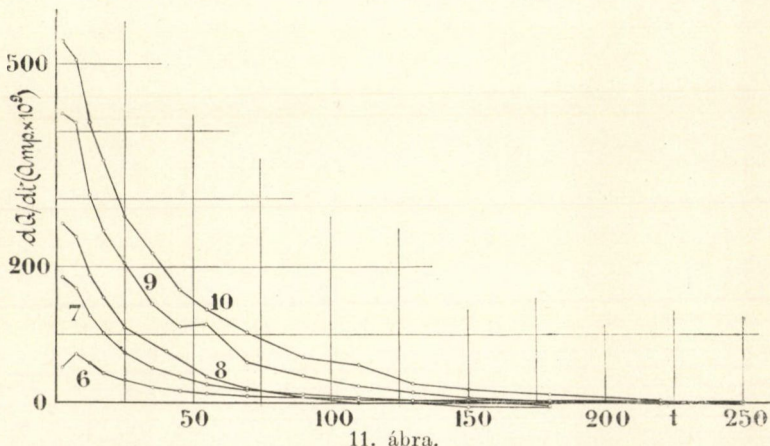
A XI. tábla a XII. számú Szvetics-féle parafin-condensatornak a 4. ábrából megszerkesztett  $\frac{dQ}{dt} = \varphi(t)$  adatait, a 11. ábra 6—10. görbéi pedig a XI. tábla 6—10. oszlopainak adataiból szerkesztett megfelelő görbéket adják.

A XII. tábla 1—8. oszlopai a XII. számú Szvetics-féle condensator  $\frac{dQ}{dt}$  maximum értékeit, illetőleg  $t = 2.5$  és  $t = 7.5$  időpontban való értékeit adják a  $T_1$  töltési idő függvénye gyanánt.

míg az  $a-p$  jelű vízszintes sorok ugyanez értékeket a  $T_2$  töltési idő függvényeként adják.

A XII. tábla 1—8. görbéit a 12. ábra mutatja.

E görbék is azt mutatják, hogy nagyobb rövidrezárási idők és nagyobb elektromotoros erők az ordinatatengely felé tolják el a görbéket, azaz még aránylag nagy töltési idők esetén is a töltési idővel elég gyorsan növekszik a  $\frac{dQ}{dt}$  maximum értéke.



11. ábra.

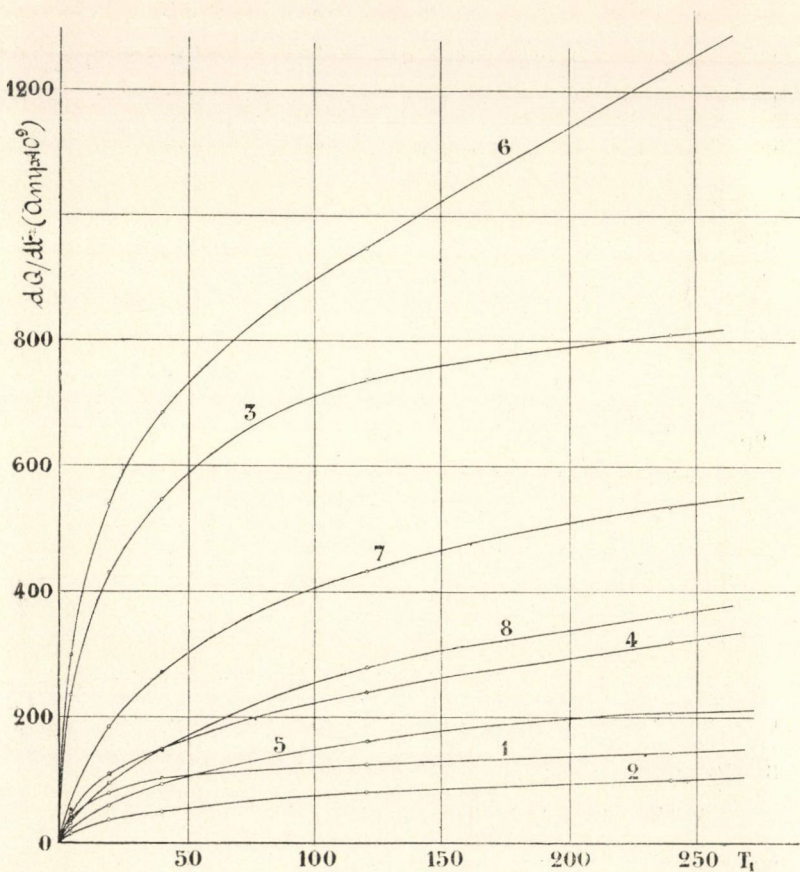
A XIII. tábla a Szvetic-féle IX. számú parafin-condensatornak a 6. ábrából szerkesztett  $\frac{dQ}{dt}$  adatait, a 13. ábra pedig a 6—10. oszlopoknak megfelelő áramgörbéket adja.

A XIV. tábla 1. és 2. oszlopai a IX. számú parafin-condensatoron végzett kísérletsorozatokról vett két  $\varphi' (T_1)$  görbét adják  $T_2 = 5$  és  $T_2 = 20$  rövidzárási idők és  $V_k = 320$  mellett, a XV. tábla 3. és 4. számú görbéje pedig a X. számú megohmitkondensator két  $\varphi' (T_1)$  görbét adja  $V_k = 383$  mellett.

A 14. ábra 1. és 2. számú görbéje a XIV. tábla adatait, a 3., 4. számú görbe a XV. sz. tábla adataiból megszerkesztett  $\left(\frac{dQ}{dt}\right)_t = \varphi' (T_1)$  függvényeket ábrázolja.

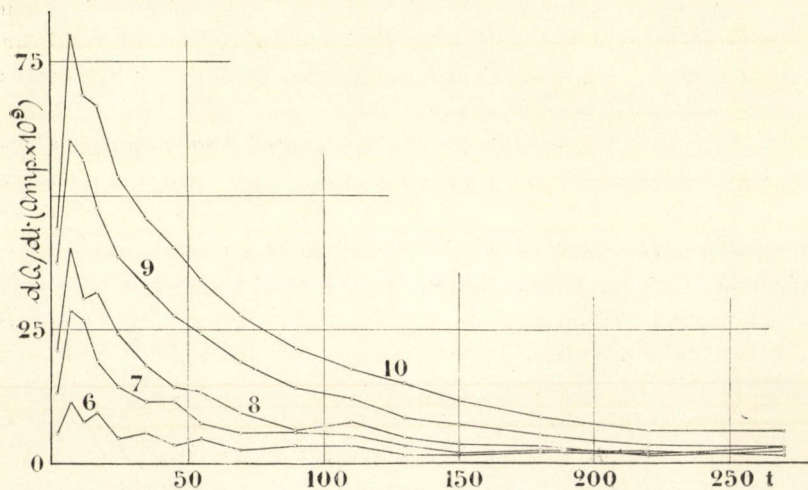


Mindezekből az ábrákból azt látjuk, hogy valamint a remans elektromotoros erők maximuma kisebb  $T_1$  töltési idők mellett gyorsan nő, illetőleg kis  $T_2$  rövidzárási idők mellett eleinte

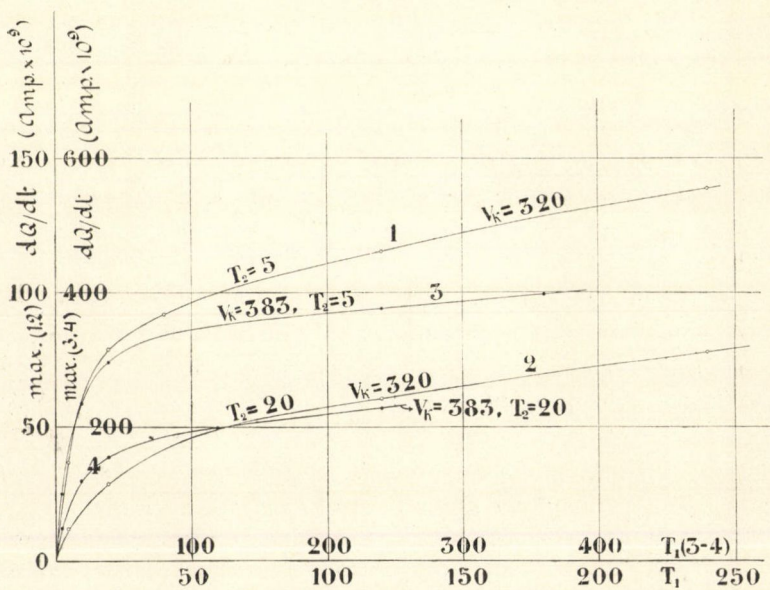


12. ábra.

gyorsan csökken, nagyobb  $T_1$  és  $T_2$  idők esetén pedig a maximum a töltési és kisütési időkkel csak lassan nő, éppen úgy az áramerősség maximuma a  $T_1$  és  $T_2$  időkkel eleinte gyorsan, de a  $T_1 = 200$  másodpercet meghaladó töltési időkön túl a  $T_1$  töltési idővel csekélyebb mértékben változik.



13. ábra.



14. ábra.

Kivételt csak a XII. számú Szvetics-féle condensatorra vonatkozó 12. ábrának 6. számú görbéje képez.

Az áttekinthetőség kedvéért a XVI—XIX. számú táblákban összeállítottam a III., XII., IX. és X. számú condensatorokban megfigyelt  $V_t$  értékek  $V_t^m$  maximumainak a töltő elektromotoros erő százalékáiban kifejezett értékeit.

E táblákból látható, hogy a III. számú Crown-üvegecondensator rövidzárása után beálló remanens elektromotoros erőnek maximuma a töltő elektromotoros erő százalékáiban kifejezve sokkal kisebb, mint pl. a XII. számú parafinecondensator esetében és a töltési idővel sokkal kevésbbé növekszik, mint a XII. számú condensatornál. Így pl. 6190 V/cm. igénybevétel és  $T_2 = 5$  és  $T_1 = 240$  mellett  $V_t$  maximuma a  $V_k$ -nak 6.89%-a; a XII. számú parafin-condensatorban 8070 V/cm igénybevétel és ugyanazon töltési idők mellett  $V_t$  maximuma a  $V_k$  értéknek 28.55%-a.

Az ugyanazon anyagból és ugyanazon eljárás szerint készült, de 4.43-szor kisebb falvastagságú IX. számú parafin-condensatorban a  $V_t$  maximuma aránylag sokkal kisebb. Így pl. 45750 V/cm-nyi igénybevétel mellett  $T_1 = 240$  és  $T_2 = 5$  mellett  $V_t^m$  a  $V_k$  töltő elektromotoros erőnek csak 3.95%-a

A X. számú *vastag-falú megohmit*-condensatorban és  $T_1 = 5$  és  $T_2 = 240$  mellett a  $V_t$  maximuma a  $V_k$  töltő elektromotoros erőnek 27.90%-a, míg pl. egészen vékony 0.05 cm vastagságú megohmit-lapok esetében a régebben végzett előzetes kísérletek tanúsága szerint alig emelkedik a  $V_t^m$  érték a  $V_k$  értéknek 4.5%-án túl.

Mindez adatok, éppen úgy, mint a második és harmadik közleményemben ismertetett adatok azt mutatják, hogy *az ugyanazon fajtajú dielektrikumban az utóhatások vastagabb rétegű dielektrikumban nagyobbak, mint a vékonyabbban és igen vékony rétegű dielektrikumban, különösen pedig igen csekély igénybevételek mellett az utóhatások okozta különbségek nagysága alig haladja meg a megfigyelések hibáinak rendjét.*

E tény az összes közöltem kísérletek eredményével egyetemben ismét csak azt bizonyítja, hogy a dielektrikumban lefolyó jelenségekre vonatkozó hasznavehető utbaigazításokat és quantitative jellemző eredményeket csakis *nagyobb tömegű és különböző rétegvastagságú dielektrikumokon végzett rendszeres összehasonlító kísérletekből* meríthetünk.



E megjegyzés egyúttal magyarázatát adja annak, hogy az irodalomban több szerző ismertette kis golyók, tárcsák vagy rotációs testek alakjába hozott, kistömegű dielektromos testeken végzett kísérletek miért maradtak naggyobbára meddők.

Ugyanezen eredményre jutottam a tekintetes Akadémia III. osztályának 1902 november 17.-én tartott ülésében előterjesztett harmadik közleményemben közölt kísérletek alapján is. Ez az eredmény egyébiránt nem meglepő, mert a kísérleti darab méreteinek és geometriai alakjának befolyását a huzásnak alávetett fémdrótok elektromos ellenállásában beálló változásokon is tapasztaltam, és különben már régebben is ismeretes, hogy a fémekre és egyéb testekre ható mechanikai igénybevételek okozta utóhatások többé-kevésbé hosszú időig, néha hónapokig tartó folyamatokból állanak és lefolyásuk gyorsasága a kísérleti darab méreteivel, pl. a vizsgálatnak alávetett rúd keresztmetszetével lényegesen változik.

Éppen e vonatkozások, melyekről más alkalommal bővebben fogok szólni, készítettek arra, hogy az anyagvizsgálók nemzetközi egyesületének 1901. évi szeptember havában tartott vándor-gyűlésén e különféle utóhatások rendszeres és párvonalos vizsgálatára és az eredményeknek az anyagvizsgálatban való felhasználására előterjesztést tegyek.<sup>1</sup>

A fentiekben vázolt kísérletekkel párvonalosan egyúttal *lépcsőzetes megfigyeléseket* is kezdtem, mert az előzőekben leírt módszerek szerint a görbékben mutatkozó rendszerességnek és az utóhatás lefolyásának szabályossága alapján azt is várhattam, hogy a condensatornak lépcsőzetes kisütése után egyenlő időközökben beálló remanens elektromotoros erő megfelelő maximumaiból az utóhatás folyamatára újabb tájékoztató adatokat lehet meríteni.

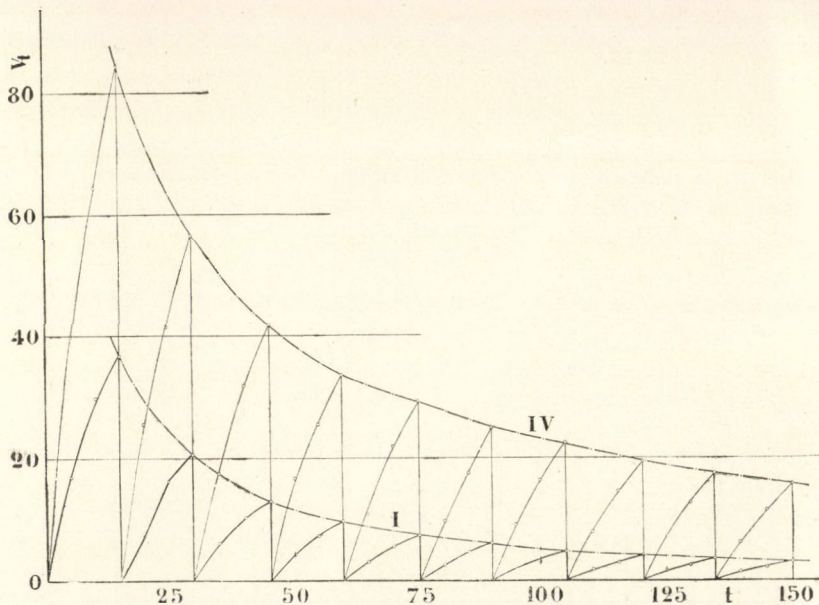
Ilyen irányban régebben végeztem néhány előzetes kísérletet és ez alkalommal a teljesség kedvéért az előbb említett

---

<sup>1</sup> Hoor: Über die Beziehungen zwischen den Erscheinungen der magnetischen, dielektrischen und mechanischen Polarisationen und die aus diesen folgenden Material-Prüfungsmethoden. Mathemat. Nat. Wiss. Ber. aus Ungarn XVIII. 365—394. oldal, 1903.

kísérletekkel egyidejűleg végzett és a XII. számú parafin-condensatorra vonatkozó görbesurozatot akarom közölni.

A kísérleteket ez esetben oly módon végeztem, hogy a condensatort, különböző  $T_1$  időknél töltve, egy tized másodpercnyi időközökön át rövidre zártam és ez egy tized másodpercig tartó rövidzárásokat 15 másodpercnyi időközökben ismételtam, közbe



15. ábra.

pedig a fentiekben ismertettem módon elektrometerrel megfigyeltem a remanens elektromotoros erő  $V_t$  értékét.

Az ily módon nyert adatokat a XX. tábla 1—4. oszlopai adják, az 1. és 4. oszlopokból szerkesztett görbéket pedig a 15. ábra mutatja.

A 15. ábrának lépcsőzetes görbéiből egyúttal látható, hogy a 15 másodpercnyi időközökben egymás után elért  $V_t$  értékek maximumai *folytonos görbét adnak*, mely asymptotice közeledik a  $t$  idők tengelyéhez.

Ez a megfigyelés, úgy mint az összes közöltem egyéb adat, ellentétben a dielektromos utóhatásokra vonatkozólag még mai

napig is sok szerző vallotta véleménynyel, azt bizonyítja, hogy az utóhatások, illetőleg az azoknak mértékéül használt quantitások, az elektromotoros erőnek és ballisztikus töltésnek pillanatnyi  $V_t$  és  $Q_t$  értékei, valamint a ballisztikusan mérhető töltés időbeli differenciális hányadosának  $\left(\frac{dQ}{dt}\right)_t$  pillanatnyi értékei — ha csak a kísérő körülményeket, geometriai méreteket és igénybevételeket kellőképen számításba vesszük — könnyen áttekinthető rendszerbe szedhetők.

A kísérleteknek alávettem különböző szerkezetű és anyagú dielektromos testekre vonatkozólag közölt adatokból, valamint az egyéb felvettem adatokból kitűnik a meghatározott  $f(t)$ ,  $f'(T_1)$ ,  $f''(T_2)$ ,  $\varphi(t)$ ,  $\varphi'(T_1)$ ,  $\varphi''(T_2)$  görbéknek *tipikus mivolta is*.

A görbék hasonló alakúak, a *quantitativ különbségeknél fogva a megvizsgált dielektromos rétegekre jellemzőek, de egyúttal hasonló jellegűknél fogva arról tesznek tanúságot, hogy még az olyan eltérő szerkezetű dielektromos testekben is, mint pl. az üvegben és a paraffinnal itatott papírosban, az utóhatások típusa azonos*.

Felette tanulságos a dielektromos testekben észlelhető utóhatásoknak másnemű utóhatásokkal, de különösen a *fémekben mechanikai igénybevételek* után jelentkező utóhatásokkal, az újabb időben megfigyelt *kohaerer* hatásokkal, valamint az *állati és növényi test* szöveteiben, így pl. az idegekben és izmokban, a mechanikai és elektromos *ingereket követő utóhatásokkal és fáradtsági* tünetekkel való összehasonlítása.

A fémekben mechanikai igénybevételek után beálló utóhatások közötti analogiára az anyagvizsgálók nemzetközi egyesületének harmadik, 1901. év szeptemberében tartott vándorgyűlésében előterjesztett értekezésemben is rámutattam az irodalomban található adatok, valamint néhány előzetesen végzett kísérletem alapján.

A fémekben való utóhatásokra, valamint a brómgázokban fényérzékennyé tett ezüstfelületeknek utóhatásaira és az állati és növényi szövetekben mechanikai és elektromos stimulus hatá-

sát követő jelenségekre vonatkozólag igen érdekes megfigyeléseket közölt Jagadis CHUNDER BOSE «Response in the living and non-living»<sup>1</sup> című művében, melyben egyúttal összeállította az ez irányban másoktól végezett kísérletek eredményeit.

Ha pl. összehasonlítjuk BOSE munkája 53. oldalának 32. ábráján a szabályos időközökben ismétlődő egyforma nagyságú ingereknek növényi szövetekre való hatását, illetőleg az inger okozta hatás és az inger által képezett görbét, azt látjuk, hogy a görbék az elektromagnetikus és elektrostatikus inductiogörbékhez meglepően hasonlítanak.

Még szembezőköbb a szabályos időközökben ismétlődő és a fáradtságig fokozott stimulusok növényi szövetre való hatásának a lefolyása és a remanens hatás megadta görbe jellegének azokkal a görbékkel való hasonlatossága, a melyeket a condensatorok lépcsőzetes töltése és kisütése alkalmával felvettem, de különösen érdekes Bosenak a kelkáposzta szárán végzett kísérletekre vonatkozó és műve 57. oldalán adott görbének a HEINKE fentidézett munkájában foglalt görbékkel való összehasonlítása.

Valamint a fémekben és a dielektromos testekben az utóhatás maximuma lassabban nő, mint az elektrostatikai vagy mechanikai igénybevétel intensitása és az utóhatás időbeli lefolyása annál hosszabb, az eredeti egyensúly-állapot annál későbbben áll be, minél nagyobb volt az igénybevétel: úgy az élő szerves anyagban is növekszik az utóhatás tartama az inger nagyságával. A szerves anyagokra felvett görbeseregek a fentiekben közölt görbékkel hasonló jelleget mutatnak.

Érdekes végre a béka retinájában a fény okozta elektromos utóhatásoknak a fényérzékeny ezüstfelületben észlelhető elektromos utóhatásokkal való összehasonlítása, mely szintén teljes analógiát mutat. (Lásd Bose művének 172. oldalát.)

Mindez analógiáknak párvonalos és rendszeres vizsgálata kívánatos, mert az összes eddigi kísérletek az előbb említett görbék, valamint a fentidézett és a condensatorokra vonatkozó görbék a testek *elemi szerkezetével szoros összefüggésben lévén, ar-*

<sup>1</sup> London, Longmans, Green and Co. 1902.

*ról látszanak tanúságot tenni, hogy az élettelen és élő testekre gyakorolt behatások utóhatásai egységes típus szerint folynak le.*

A fentiekben közölt kísérletek egyúttal arról tesznek tanúságot, hogy *a fizikai szempontból helytelenül életteleneknek nevezett testeknek különféle igénybevételek alatt való viselkedését konstansokkal kimerítően jellemezni nem lehet* és hogy e testeknek idevágó u. n. «állandóival» kellő óvatossággal kell bánnunk.

*A dielektromos testek rétegvastagságának befolyására vonatkozólag végzett és folyamatban levő rendszeres kísérletek eredményeit későbbi alkalommal fogom közölni.*

Az évekkel ezelőtt ez irányban végzett kísérletek a condensatorok készítésében tapasztalt fogyatkozások miatt közvetlenül fel nem használhatók. Az újabban parafinnal itatott papir-condensatorok gyártásában Szveticz Emil budapesti laboratoriumában tett haladások és az ilyfajta condensatorok dielektromos rétegeinek teljesen azonos minősége azonban lehetővé tették az utolsó időben ilyen különböző rétegvastagságú, egyébiránt pedig teljesen egyforma tulajdonságú condensatoroknak készítését.

Remélem, hogy az ezeken, valamint a Mika-lapokból összerakott condensatorokon ez irányban végzendő rendszeres kísérletekről legközelebb beszámolhatok.

Ugyane kísérletekkel kapcsolatban a vastagabb rétegű condensatorban való  $\frac{dV}{dn}$  differenciális hányados  $n$ -nel való változásainak tanulmányozásába is fogtam a czélból, hogy az ionizált gázokra vonatkozólag végzett kísérletekhez hasonló módszerrel<sup>1</sup> a  $\frac{d^2V}{dn^2}$  értékeiből és annak időbeli változásaiból meghatározhasam azt, hogy a condensator rétegébe esetleg bevándorló szabad elektromos töltések az utóhatások folyamán helyüket a rétegben miként változtatják. Úgy látszik, hogy a felmerült kísérleti nehézségeket előbb utóbb sikerül majd leküzdenem és e kísérletekről is rövid időn belül beszámolhatok.

<sup>1</sup> Lásd J. J. THOMSON: Conduction of electricity through gases, Cambridge, University Press, 1903.

Végül kötelességem, hogy a Magyar Tudományos Akadémia matematikai és természettudományi bizottságának anyagi támogatását megköszönjem.

Egyúttal megköszönöm Plósz Pál és Jurány Rudolf gépészmérnököknek buzgó közreműködését, a kik e kísérletek előkészítésében és e kísérletek folyamán, valamint az eredmények táblázatos átszámításában és összeállításában segédkezni szivesek voltak.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1905. április 10.-én tartott üléséből.)

I. TÁBLA.

III. sz. Crownüveg condensator 6160—6230 Volt/cm.

Folyó szám	1	2	3	4	5	6	Megjegyzés
$T'_1$	0	0	0	0	0	240	
$T_1$	5	20	40	120	240	5	
$T_2$	20	20	20	20	20	20	
$V_k$	403	400	404	404	405	402	
$t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	Condensator hőfoka $T_c = 19^\circ$ Celsius
0	—	—	—	—	—	—	
5	1·716	4·16	5·78	11·28	11·97	— 6·38	
10	2·440	5·74	7·95	11·49	12·45	— 6·7	
15	2·295	5·51	7·80	10·53	11·48	— 6·5	
20	2·115	4·84	6·90	9·63	10·63	— 5·87	
30	1·716	3·94	5·69	8·31	9·35	— 5·02	
40	1·517	3·22	4·73	7·05	8·00	— 4·15	
50	1·30	2·80	4·06	6·11	6·86	— 3·50	
60	1·246	2·49	3·58	5·38	6·18	— 2·925	
80	1·138	2·075	2·945	4·44	5·15	— 2·13	
100	1·066	1·806	2·53	3·78	4·43	1·535	
120	1·029	1·661	2·28	3·29	3·94	— 1·101	
	$V_t$ maximumának $V_k = 402$ Voltra átszámított értéke.						
$V_t^m$	2·485	5·81	8·21	11·75	12·35	6·7	
	$V_t$ maximuma a $V_k = 402$ százalékában.						
	0·618	1·445	2·04	2·925	3·075	1·666	

## II. TÁBLA.

III. sz. Crownüveg condensator.

Folyó szám	1	2
$V^k$	61·5	61·5
$T_2$	5	20
$T_1$	$V_t^m$	$V_t^m$
5	1·352	0·556
20	2·18	0·921
40	2·555	1·175
120	2·81	1·471
240	2·855	

	Folyó szám	3	4	5
	$V^k$	257	257	257
	$T_2$	5	20	60
	$T_1$	$V_t^m$	$V_t^m$	$V_t^m$
a	5	3·915	0·968	0·165
b	20	8·27	2·49	0·942
c	40	$\left\{ \begin{array}{l} 9·96 \\ 9·90 \end{array} \right\}$	3·61	1·663
d	120	11·32	4·69	2·77
e	240	11·85	7·13	3·16

	Folyó szám	6	7	8
	$V^k$	402	402	402
	$T_2$	5	20	60
	$T_1$	$V_t^m$	$V_t^m$	$V_t^m$
f	5	8·44	2·485	0·953
g	20	$\left\{ \begin{array}{l} 15·62 \\ 17·65 \end{array} \right\}$	5·81	1·965
h	40	$\left\{ \begin{array}{l} 21·8 \\ 21·1 \end{array} \right\}$	8·21	2·86
i	120	26·2	11·75	4·42
j	240	27·7	12·35	5·34



## III. TÁBLA.

XII. sz. parafincondensator 8030—8160 Volt/cm.

F.sz.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Megjegyzés
$T'_1$	0	0	0	0	0	0	0	40	60	120	
$T_1$	5	20	40	120	240	240	360	20	20	20	
$T_2$	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	
$V_k$	250·4	250	249	249·6	250·1	250	253	249	250·5	249·8	$T_c = 21^{\circ}40'$ Celsius.
$t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	
0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
5	0·523	1·37	3·41	5·78	7·61	7·25	7·61	0·455	0·0721	— 0·865	
10	1·405	3·52	6·35	10·5	13·9	13·55	14·95	0·847	0·1262	— 1·732	
15	2·075	5·05	8·67	14·8	18·9	18·90	20·72	1·117	— 0·036	— 2·85	
20	2·58	6·31	10·55	17·85	23·35	23·10	25·6	1·207	—	— 4·055	
30	3·28	8·075	13·22	22·70	29·30	29·8	33·3	1·172	— 0·884	— 6·04	
40	3·715	9·23	15·02	26·25	34·65	34·75	39·1	1·045	—	— 7·84	
50	4·06	10·12	16·37	29·10	38·3	38·85	43·8	0·829	—	— 9·275	
60	4·33	10·70	17·32	31·05	41·5	42·0	47·7	0·685	—	— 10·53	
80	4·47	11·48	18·52	33·88	45·9	46·5	53·3	0·3785	— 3·33	— 12·52	
100	4·85	11·90	19·22	35·8	49·65	49·9	56·8	0·1983	— 3·965	— 14·05	
120	4·96	12·13	19·53	36·85	50·9	51·5	59·4	0·0721	— 4·36	— 15·12	
140	5·03	12·22	19·68	37·65	52·5	53·05	61·2	0·036	— 4·61	— 15·87	
160	5·07	12·24	19·68	37·95	53·6	53·9	62·8	0·036	— 4·72	— 16·43	
200	5·10	12·17	19·48	38·20	54·4	54·9	64·0	0·2165	— 4·9	— 17·1	
240	5·07	11·96	19·26	37·90	54·6	—	64·5	0·433	— 4·9	— 17·36	
300	5·035	11·68	18·52	37·25	54·2	—	64·5	0·812	— 4·685	— 17·36	

$V_t$ maximumának $V_k = 250$ Voltra átszámított értéke.										
$V_t^m$	5·09	12·24	19·76	38·26	54·6	54·9	64·1	—	—	—
$V_t$ maximuma $V_k = 250$ Volt százalékában.										
	2·035	4·9	7·9	15·3	21·8	21·95	25·65	—	—	—

## IV. TÁBLA.

XII. sz. parafin condensator 14970—15280 Volt/cm.

F.sz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Megjegyzés
$T'_1$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
$T_1$	5	20	40	120	240	5	20	40	120	240	
$T_2$	5	5	5	5	5	20	20	20	20	20	
$V_k$	472	475	472	474	474	471	468	464	472·5	474	$T_c = 18\cdot5^\circ$ Celsius
$t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	
0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
5	5·8	10·56	13·35	18·56	24·25	1·03	3·65	5·21	8·44	10·55	
10	8·98	17·13	22·92	32·05	40·20	2·463	6·97	10·03	16·60	20·55	
15	10·88	21·9	29·30	42·35	51·5	3·625	9·51	13·75	22·65	28·7	
20	12·05	24·0	33·90	49·85	60·7	4·48	11·53	16·8	27·65	35·75	
30	13·42	27·42	39·55	59·9	75·10	5·78	14·40	21·15	35·75	46·6	
40	14·20	29·30	43·50	67·1	84·20	6·67	16·42	—	41·5	55·3	
50	14·60	30·50	45·3	71·9	91·70	7·35	17·92	27·05	45·9	61·9	
60	14·92	31·15	46·82	75·7	97·0	7·84	18·97	28·55	49·45	67·30	
80	15·05	31·5	48·50	80·0	104·6	8·57	20·40	30·55	54·1	75·4	
100	15·05	31·35	49·10	82·6	109·2	9·13	21·38	32·05	57·2	80·6	
120	14·98	30·95	49·0	84·0	112·2	9·45	21·95	32·8	59·10	85·00	
140	14·92	30·50	48·9	84·3	113·2	9·72	22·20	33·35	60·30	87·20	
160	14·78	30·00	48·3	84·4	114·4	9·96	22·42	33·60	60·9	88·70	
200	14·40	29·20	47·2	83·7	115·2	10·32	22·60	33·75	61·1	90·70	
240	—	—	—	—	114·4	10·55	22·55	33·50	60·9	91·30	
300	—	—	—	—	112·2	10·77	22·20	32·95	60·2	91·20	
$K_t$	—	0·2515	0·2570	0·2560	0·2620	0·2530	0·2626	0·2572	0·2525	0·2542	

	$V_t$ maximumának $V_k = 477$ -re átszámított értéke									
$V_t^m$	15·2	31·5	49·6	85·0	115·9	10·9	23·0	34·7	61·6	91·9
	$V_t$ maximuma $V_k = 477$ százalékában									
	3·19	6·61	10·4	17·83	24·3	2·285	4·82	7·28	12·90	19·25

## V. TÁBLA.

XII. sz. parafincondensator 18100—18670 Volt/cm.

F. sz.	1	2	3	4	5	6	7	F. sz.	7	
$T'_1$	0	0	0	0	0	0	120	$T'_1$	120	Megjegyzés
$T_1$	20	20	20	20	20	20	20	$T_1$	20	
$T_2$	5	10	20	40	120	240	5	$T_2$	5	
$V_k$	578·8	574·4	562·4	561·2	575·2	576·0	576·0	$V_k$	576·0	
$t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$t$	$V_t$	$T_c = 18.5^\circ \text{ Celsius}$
0	—	—	—	—	—	—	—	0	—	
5	14·47	10·4	5·62	3·142	0·638	0·195	—	720	7·43	
10	24·78	17·60	10·33	5·562	1·310	0·567	—1·54	840	7·22	
15	30·25	21·9	13·73	6·14	1·964	0·921	—1·432	900	7·16	
20	34·58	25·55	16·07	8·71	2·530	1·24	—1·163	1200	6·765	
30	38·92	29·14	19·70	11·24	3·505	1·79	—0·358	1500	6·41	
40	41·36	31·50	22·30	13·17	4·27	2·268	+0·358	1800	6·124	
50	42·50	33·0	23·82	14·57	5·00	2·675	—	3600	4·646	
60	43·40	33·8	24·9	15·42	5·44	2·995	1·826			
80	43·60	34·44	26·12	16·86	6·24	3·56	3·116			
100	43·40	34·40	27·40	17·59	6·75	4·04	3·958			
120	42·45	34·00	27·10	18·14	7·08	4·41	4·672			
140	41·66	33·42	26·95	18·38	7·40	4·66	4·91			
160	40·80	32·80	26·90	18·62	7·51	4·91	6·088			
200	38·94	31·50	26·36	18·68	7·69	5·24	6·30			
240	37·60	30·26	25·70	18·56	7·74	5·48	6·66			
300	34·95	28·41	24·80	18·14	7·69	5·69	7·09			
360	—	—	—	—	—	5·79	7·36			
420	—	—	—	—	—	5·77	7·482			
480	—	—	—	—	—	5·75	7·482			
540	—	—	—	—	—	5·70	—			
600	—	—	—	—	—	5·60	7·470			

	$V_t$ maximumának $V_k = 577$ -re átszámított értéke						
$V_t^m$	43·76	34·89	28·30	19·26	7·78	5·80	

## VI. TABLA.

XII. sz. parafincondensator.

Folyó szám	1	2
$V_k$	76·0	76·0
$T_2$	5	20
$T_1$	$V_t^m$	$V_t^m$
5	2·685	2·64
20	6·59	$\left\{ \begin{array}{l} 3·86 \\ 3·94 \end{array} \right\}$
40	9·68	6·80
120	15·73	12·66
240	20·60	16·80
360	—	—

Folyó szám	Folyó szám	3	4	5
	$V_k$	250	250	250
	$T_2$	5	20	40
	$T_1$	$V_t^m$	$V_t^m$	$V_t^m$
—	5	10·07	5·9	3·01
A	20	23·10	12·24	9·2
B	40	33·75	19·76	15·42
C	120	55·6	38·26	30·80
D	240	71·4	$\left\{ \begin{array}{l} 54·9 \\ 54·6 \end{array} \right\}$	44·8
—	360	—	64·1	57·2

Folyó szám	Folyó szám	6	7	8
	$V_k$	477	477	477
	$T_2$	5	20	40
	$T_1$	$V_t^m$	$V_t^m$	$V_t^m$
—	5	15·2	10·9	4·53
E	20	31·5	23·0	14·35
F	40	49·6	34·7	26·80
G	120	85·0	61·9	52·3
H	240	115·9	91·9	77·7
—	360	—	—	—

## VII. TÁBLA.

IX. sz. parafin condensator. 45100 47000 Volt/cm.

F. sz.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Megjegyzés
$T'_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$T_1$	5	20	40	120	240	5	20	40	120	240	40	40	
$T_2$	5	5	5	5	5	20	20	20	20	20	100	200	
$V_k$	320·4	325·2	315·8	328·0	319·2	318·0	318·0	318·0	320·0	329·0	320·4	325·2	
$t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$T_c = 19·8^\circ \text{ Celsius.}$
0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
5	0·246	0·4035	0·702	0·807	0·877	0·0527	0·1228	0·193	0·351	0·404	0·0885	0·0177	
10	0·579	1·157	1·544	1·965	2·16	0·158	0·386	0·562	0·913	1·140	0·1594	0·0708	
15	0·807	1·579	2·16	2·84	3·21	0·228	0·632	0·843	1·44	1·772	0·248	0·1063	
20	0·930	1·912	2·595	3·49	4·04	0·316	0·807	1·140	1·878	2·385	0·336	0·1505	
30	1·07	2·385	3·210	4·56	5·27	0·403	1·07	1·58	2·595	3·37	0·46	0·230	
40	1·192	2·667	3·65	5·32	6·25	0·509	1·28	1·913	3·21	4·21	0·602	0·3185	
50	1·245	2·810	3·95	5·95	7·07	0·579	1·492	2·175	3·72	4·95	0·708	0·372	
60	1·298	2·965	4·21	6·53	7·72	0·667	1·632	2·42	4·17	5·58	0·832	0·460	
80	1·403	3·175	4·60	7·25	8·82	0·754	1·843	2·772	4·88	6·60	1·008	0·584	
100	1·457	3·315	4·83	7·86	9·65	0·877	2·055	3·00	5·40	7·40	1·151	0·761	
120	1·508	3·420	5·00	8·27	10·32	0·999	2·247	3·28	5·85	8·05	1·292	0·876	
140	1·544	3·475	5·12	8·55	10·84	1·053	2·37	3·455	6·17	8·60	1·382	0·974	
160	1·562	3·525	5·21	8·82	11·23	1·105	2·44	3·58	6·44	9·03	1·524	1·045	
200	1·597	3·565	5·33	9·14	11·87	1·245	2·615	3·81	6·83	9·67	1·70	1·187	
240	1·632	3·60	5·41	9·35	12·26	1·368	2·775	3·915	7·09	10·13	1·878	1·294	
300	1·649	3·615	5·41	9·50	12·62	1·562	2·93	4·07	7·32	10·58	2·055	1·452	
$k_t$	0·549	0·532	0·538	0·533	0·539	0·549	0·543	0·547	0·537	0·541	0·541	0·544	

	$V_t$ -nek a 300-ik mpben való értéke $V_k = 320$ Voltra átszámítva.											
$V_{300}$	1·646	3·555	5·48	9·27	12·64	1·571	2·95	4·095	7·32	10·30	2·053	1·428
	$V_{300}$ -nak értéke $V_k = 320$ Voltnak százalékaiban.											
—	0·515	1·11	1·712	2·90	3·95	0·491	0·921	1·28	2·285	3·22	0·642	0·446

## VIII. TÁBLA.

X. sz. megohmit condensator 1792—1925 Volt/cm.

F.sz.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
$T'_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Megjegyzés
$T_1$	5	20	40	120	240	360	5	20	40	120	240	
$T_2$	5	5	5	5	5	5	20	20	20	20	20	
$V_k$	380·8	380·4	386·4	386·8	382·4	404·4	384·4	378·4	392·0	384	376·4	
$t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	
0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
5	14·40	31·20	31·05	37·9	36·3	37·9	2·15	5·26	7·06	8·85	9·44	
10	19·50	—	46·20	54·5	55·3	59·1	3·44	8·62	11·84	15·42	16·15	
15	21·50	43·50	53·0	65·9	66·6	71·2	4·30	11·05	15·13	20·05	21·2	
20	22·55	46·80	58·3	72·7	74·2	78·7	4·90	12·73	17·77	23·55	25·15	
30	23·50	50·30	63·6	81·0	83·2	90·0	5·74	15·00	21·30	29·00	30·80	
40	23·92	52·10	57·4	86·2	89·2	97·5	6·16	16·38	23·50	32·65	35·0	
50	24·00	52·9	68·1	89·25	92·3	101·4	6·52	17·33	25·20	35·50	38·1	
60	24·00	53·3	69·6	91·60	97·6	106·0	6·76	18·00	26·3	37·70	40·60	
80	23·80	55·5	70·4	96·10	100·7	111·3	7·05	19·00	27·9	40·50	44·10	
100	23·50	53·3	71·1	97·5	103·7	113·5	7·18	19·50	28·75	42·50	46·8	
120	23·40	53·0	71·1	98·3	106·0	115·0	7·29	19·78	29·45	43·80	48·4	
140	23·20	52·6	70·4	98·3	106·0	117·3	7·47	19·95	29·8	44·70	49·6	
160	22·90	52·15	70·4	98·3	106·7	118·8	7·53	20·10	30·00	45·50	50·5	
200	22·60	51·30	68·9	98·3	106·7	120·3	7·59	20·40	30·35	46·2	51·6	
240	22·15	50·50	68·1	97·5	106·7	120·3	7·71	20·40	30·37	46·5	52·3	
300	21·90	—	—	—	—	—	7·74	—	—	—	52·6	
$K_t$	0·09320	0·09580	0·0990	0·0990	0·1008	0·0996	0·11370	0·11180	0·11220	0·11170	0·1120	

 $T_e = 21·8^\circ - 21·9^\circ \text{ Celsius}$ 

	$V_t$ maximumának $V_k = 383$ Voltra átszámított értéke										
$V_t^m$	24·15	53·85	70·5	97·4	106·9	114·0	7·71	20·65	29·7	46·4	53·5
	$V_t$ maximuma $V_k = 383$ Volt százalékában										
—	6·31	14·05	18·42	25·45	27·9	29·8	2·015	5·39	7·75	12·1	13·97

## IX. TÁBLA.

X. sz. megohmit condensator 1787—1847 Volt/cm.

Folyó szám	1	2	3	4	5	
$T'_1$	0	0	0	0	0	Meg- jegyzés
$T_1$	20	20	20	20	20	
$T_2$	5	10	20	40	120	
$V_k$	375·2	385·6	388	385·6	387·6	
$t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$T_c = 21·8^\circ \text{ Celsius}$
0	—	—	—	—	—	
5	26·9	13·45	5·68	1·973	0·479	
10	38·0	20·20	8·97	3·410	0·777	
15	43·1	24·30	11·47	4·55	1·076	
20	46·3	26·60	13·20	5·38	1·315	
30	49·6	29·70	15·48	6·70	1·734	
40	51·1	31·5	16·97	7·72	—	
50	51·9	32·5	18·00	8·43	2·25	
60	52·25	33·35	18·90	9·03	2·60	
80	52·3	34·10	19·85	9·93	3·075	
100	52·4	34·55	20·50	10·58	3·515	
120	52·0	34·70	20·85	11·00	3·97	
140	51·7	34·80	21·15	11·37	4·32	
160	51·4	34·75	21·40	11·72	4·59	
200	50·5	34·70	21·60	12·13	5·13	
240	49·7	34·50	21·70	12·60	5·53	
300	—	—	—	—	6·08	
$k_t$	0·1127	0·1003	0·0986	0·0993	0·1077	
$V_{80}$	53·3	33·9	19·6	9·87	3·04	I.
$100 \cdot \frac{V_{80}}{383}$	13·92	8·85	5·12	2·58	0·794	
$V_{240}$	50·6	34·25	21·40	12·52	5·47	II.
$100 \cdot \frac{V_{240}}{383}$	13·20	8·94	5·59	3·27	1·428	

## X. TÁBLA.

III. sz. Crowntüveg condensator.

Folyó szám	Folyó szám	1	2
	$V_k$	61·5	61·5
	$T_2$	5	20
	$T_1$	$\frac{dQ}{dt}(t=2\cdot5)$	$\frac{dQ}{dt}Max.$
a	5	5·8	1·705
b	20	10·1	3·60
c	40	11·53	4·54
d	120	12·80	5·86
e	240	13·15	—

Folyó szám	Folyó szám	3	4	5
	$V_k$	257	257	257
	$T_2$	5	20	60
	$T_1$	$\frac{dQ}{dt}(t=2\cdot5)$	$\frac{dQ}{dt}(t=2\cdot5)$	$\frac{dQ}{dt}(t=5)$
f	5	17·13	3·65	0·645
g	20	36·50	9·07	2·52
h	40	41·06	13·10	4·725
i	120	45·9	15·87	7·78
j	240	48·4	21·75	7·91

Folyó szám	Folyó szám	6	7	8	Megjegyzés
	$V_k$	402	402	402	
	$T_2$	5	20	60	
	$T_1$	$\frac{dQ}{dt}(t=2\cdot5)$	$\frac{dQ}{dt}(t=2\cdot5)$	$\frac{dQ}{dt}(t=2\cdot5)$	A $\frac{dQ}{dt}$ oszlopok számadatai az Ampère-ben mért áramerősségnek 10 <sup>3</sup> -szorosát adják
k	5	—	8·13	2·49	
l	20	83·7	19·82	5·71	
m	40	103·4	27·30	7·59	
n	120	121·8	53·25	12·05	
o	240	131·4	56·45	15·40	



# XI. TABLA.

## XII. Szvetics-féle parafin condensator.

F. sz.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Megjegyzés
$T'_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$T_1$	5	20	40	120	240	5	20	40	120	240	
$T_2$	5	5	5	5	5	20	20	20	20	20	
$V_k$	472	475	472	474	474	471	468	464	472·5	474	$\frac{dQ}{dt}$ oszlopok adatai az amperében mért áramórsságnak $10^{-3}$ -szorosát adják.
$t$	$dQ/dt$	$dQ/dt$	$dQ/dt$	$dQ/dt$	$dQ/dt$	$dQ/dt$	$dQ/dt$	$dQ/dt$	$dQ/dt$	$dQ/dt$	
2·5	294	536	677	941	1228	52·2	184·8	264	427·3	534·3	
7·5	161	333	434	684	808	72·6	168	244	413·7	506·4	
12·5	96·3	190·9	323·5	522	572·3	58·9	128·5	188·4	306·4	413	
17·5	59·3	106·3	233	380	466·2	43·4	102·3	154·4	253·2	357·2	
25	34·7	86·6	143	254·6	364·8	32·95	72·7	110·1	205	274·8	
35	19·75	47·65	100·0	182·3	231	22·54	51·2	—	145·4	220·2	
45	10·13	30·4	45·6	121·5	189·8	17·21	38·0	—	111·4	167	
55	8·12	16·45	38·5	96·3	159·4	12·4	26·6	38·0	115·2	136·7	
70	1·645	4·44	21·26	54·5	96·25	9·25	18·1	25·32	59·0	102·5	
90	0	—1·90	7·6	32·9	58·25	7·10	12·4	19·0	39·28	65·88	
110	—0·887	—5·07	—1·265	17·72	38·0	4·06	7·22	9·50	24·05	55·75	
130	—0·76	—5·70	—1·265	3·8	18·98	3·42	3·17	6·97	15·18	27·87	
150	—1·77	—6·34	—7·6	1·265	8·865	3·04	2·79	3·17	7·6	18·98	
180	—2·40	—5·07	—6·97	—4·44	5·064	2·28	1·14	0·95	1·265	12·66	
220	—	—	—	—	—5·064	1·444	—0·304	—1·57	—1·265	3·80	
270	—	—	—	—	—9·12	0·938	—1·47	—2·33	—2·786	—0·405	

## XII. TÁBLA.

XII. sz. parafin condensator.

	Folyó szám		Folyó szám	1	2
			$V_k$	76·0	76·0
			$T_2$	5	20
	$T_1$	$\frac{dQ}{dt} max.$	$\frac{dQ}{dt} max.$		
a	5	38·16	14·75		
b	20	78·10	36·94		
c	40	103·8	49·8		
d	120	125·0	81·5		
e	240	145·0	101·2		
—	360	—			

	Folyó szám		Folyó szám	3	4	5
			$V_k$	250	250	250
			$T_2$	5	20	40
	$T_1$	$\frac{dQ}{dt}(t=2·5)$	$\frac{dQ}{dt} max.$	$\frac{dQ}{dt}(t=7·5)$		
f	5	235	44·6	22·5		
g	20	429·3	108·7	59·1		
h	40	546·0	149·3	93·4		
i	120	736	239	161·4		
j	240	810	318·9	207·5		
k	360		367·0	202·4		

	Folyó szám		Folyó szám	6	7	8	Megjegyzés
			$V_k$	477	477	477	
			$T_2$	5	20	40	
	$T_1$	$\frac{dQ}{dt}(t=2·5)$	$\frac{dQ}{dt}(t=2·5)$	$\frac{dQ}{dt}(t=7·5)$			$\frac{dQ}{dt}$ oszlopok adatai az amperében mért A $\frac{dQ}{dt}$ áramerősség $10^8$ -szorosát adják.
l	5	297·1	52·9	30·76			
m	20	538·5	184·4	94·7			
n	40	684·0	271·4	148·2			
o	120	947·0	432·0	278·5			
p	240	1235·0	537·0	362·3			
—	360	—	—	—			

# XIII. TÁBLA.

IX. sz. Parafin-condensator. A  $\frac{dQ}{dt}$  oszlopok számadatai az ampèreben mért áramerősség 10<sup>3</sup>-szeresét adják.

	Szám	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	$T'_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$T_1$	5	20	40	120	240	5	20	40	120	240	40	40
	$T_2$	5	5	5	5	5	20	20	20	20	20	100	200
$t$	$V_k$	320	325·2	315·8	328	319·2	318·0	318·0	318·0	320·0	329·0	320·4	325·2
2·5		27·0	42·9	75·5	86·0	94·5	5·78	13·32	21·1	37·7	43·9	9·58	1·925
7·5		36·6	80·1	90·6	123·2	138·5	11·68	28·6	40·4	60·5	80·1	7·68	5·77
12·5		25·2	44·9	66·3	93·2	113·0	7·69	26·74	30·78	56·6	68·8	9·69	3·86
17·5		13·5	35·4	46·8	69·2	89·5	9·66	19·0	31·96	47·0	66·1	9·52	4·81
25		7·68	25·2	33·1	57·0	66·3	4·77	14·27	24·04	38·5	53·5	6·71	4·38
35		6·70	15·0	23·7	40·5	52·9	5·82	11·40	18·2	33·0	45·7	7·68	4·83
45		2·91	7·6	16·15	33·6	44·2	3·84	11·50	14·3	27·4	40·2	5·74	2·91
55		2·91	8·24	14·0	30·9	35·0	4·83	7·60	13·4	24·2	34·2	6·71	4·79
70		2·88	5·59	10·5	19·2	29·7	2·386	5·70	9·63	19·05	27·7	4·76	3·37
90		1·48	3·72	6·19	16·25	22·4	3·376	5·75	6·24	13·96	21·6	3·87	4·49
110		1·40	2·79	4·58	10·9	18·1	3·35	5·21	7·65	12·08	17·67	3·82	2·88
130		0·989	1·20	3·23	7·45	14·0	1·482	3·31	4·76	8·6	14·95	2·42	2·91
150		0·494	1·33	2·42	7·19	10·5	1·426	1·90	3·39	7·25	11·69	3·84	1·93
180		0·48	1·06	1·615	4·26	8·63	1·92	2·39	3·28	5·21	8·7	2·38	2·04
220		0·48	0·93	1·075	2·80	5·25	1·70	2·17	1·44	3·49	6·25	2·41	1·46
270		0·156	0·40	—	2·0	4·85	3·18	1·41	2·12	3·06	6·09	1·568	1·414
k (mfd)		0·549	0·532	0·538	0·533	0·539	0·549	0·543	0·547	0·537	0·544	0·541	0·544

XIV. TÁBLA.

IX. sz. parafin-condensator.			
Folyó szám	F. sz.	1	2
	$V_k$	320	320
	$T_2$	5	20
	$T_1$	$\frac{dQ}{dt}(t=7.5)$	$\frac{dQ}{dt}(t=7.5)$
<i>a</i>	5	36.6	11.78
<i>b</i>	20	78.8	28.78
<i>c</i>	40	91.8	40.65
<i>d</i>	120	120.2	60.5
<i>e</i>	240	138.8	77.9
	360	—	—

XV. TÁBLA.

X. sz. megohmit-condensator.				Megjegyzés
Folyó szám	F. sz.	3	4	
	$V_k$	383	383	
	$T_2$	5	20	
	$T_1$	$\frac{dQ}{dt}(t=7.5)$	$\frac{dQ}{dt}(t=2.5)$	A $\frac{dQ}{dt}$ oszlopok számadatai az ampérekben mért áram-erősségnek $10^3$ -szorosát adják.
<i>a</i>	5	101.3	48.15	
<i>b</i>	20	235	119.7	
<i>c</i>	40	296.5	155.0	
<i>d</i>	120	323.7	198.3	
<i>e</i>	240	376	227.0	
<i>f</i>	360	397.2	—	

**XVI. TÁBLA.**

III. sz. Crownfüveg condensator.

947 V/cm.

3960 V/cm.

6190 V/cm.

$V_k$	61·5			$V_k$	257			$V_k$	402		
$T_2$	5	20	40	$T_2$	5	20	60	$T_2$	5	20	60
$T_1$	$100 \frac{V_t^m}{V_k}$			$T_1$	$100 \frac{V_t^m}{V_k}$			$T_1$	$100 \frac{V_t^m}{V_k}$		
5	2·2	0·904		5	1·52	0·377	0·0643	5	2·1	0·618	0·237
20	3·545	1·497	—	20	3·215	0·968	0·3665	20	4·39	1·445	0·489
40	4·15	1·91	—	40	3·88	1·405	0·635	40	5·43	2·04	0·712
120	4·57	2·395	0·938	120	4·41	1·825	1·077	120	6·51	2·925	1·10
240	4·64	—	—	240	4·61	1·825	1·230	240	6·89	3·075	1·33

**XVII. TÁBLA.**

XII. sz. parafin condensator.

2455 V/cm.

8070 V/cm.

15380 V/cm.

$V_k$	76·0			$V_k$	250·0			$V_k$	477·0		
$T_2$	5	20		$T_2$	5	20	40	$T_2$	5	20	40
$T_1$	$100 \frac{V_t^m}{V_k}$			$T_1$	$100 \frac{V_t^m}{V_k}$			$T_1$	$100 \frac{V_t^m}{V_k}$		
5	3·53	2·68		5	4·28	2·035	1·203	5	3·19	2·285	0·949
20	8·67	5·08		20	9·24	4·9	3·68	20	6·61	4·82	3·01
40	12·75	8·94		40	13·50	7·9	6·17	40	10·4	7·28	5·62
120	20·7	16·66		120	22·25	15·3	12·3	120	17·83	12·9	10·97
240	27·1	22·1		240	28·55	21·8	17·93	240	24·3	19·25	16·28
360	—	—		360	—	25·65	22·85	360	—	—	—

## XVIII. TÁBLA.

IX. sz. parafin condensator 45750 V/cm.

$V_k$	320	320	320	320	320	320	320
$T_2$	5	10	20	40	100	120	200
$T_1$	$100 V_{300}/V_k$						
5	0.515	—	0.491	—	—	—	—
20	1.11	0.99	0.921	0.312	—	0.238	—
40	1.712	—	1.28	—	0.642	—	0.446
120	2.90	—	2.285	—	—	—	—
240	3.95	—	3.22	—	—	—	—

## XIX. TÁBLA.

X. sz. megohmit condensator 1822 V/cm.

$V_k$	383	383	383	383
$T_2$	5	20	40	120
$T_1$	$100 \times V_t^m/V_k$			
5	6.31	2.015	—	—
20	14.05	5.39	—	—
40	18.42	7.75	—	—
120	25.45	12.10	—	—
240	27.90	13.97	—	—
360	29.80	—	—	—

$V_k$	383	383	383	383
$T_2$	5	20	40	120
$T_1$				
20	$100 V_{80}/383$			
	13.92	5.12	2.58	0.794
20	$100 \times V_{240}/383$			
	13.2	5.59	3.27	1.428

XX. TÁBLA.

XII. sz. parafin condensator.

Folyó szám	I.	II.	III.	IV.
$T_1$	20	40	120	240
$T_2$	5	5	5	5
$T_3$	15	15	15	15
$V_k$	574	572	570	566
$t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$	$V_t$
0	—	—	—	—
5	16·95	—	37·55	39·80
10	29·68	29·08	60·00	64·42
15	36·64	42·40	76·38	84·40
20	7·27	15·75	21·80	25·46
25	16·35	23·01	36·34	41·39
30	20·60	27·86	47·25	56·50
35	6·06	8·48	15·14	17·50
40	10·30	14·54	25·43	31·38
45	12·90	18·76	33·91	41·76
50	4·28	6·06	11·50	16·70
55	7·27	10·90	19·98	25·46
60	9·69	18·93	26·64	33·41
65	3·029	4·846	9·088	10·90
70	5·576	7·88	15·92	21·80
75	7·336	10·90	21·20	29·08
80	2·543	3·634	7·88	9·69
85	4·602	6·66	13·32	17·56
90	6·06	9·4	17·56	24·83
95	—	4·846	6·42	9·082
100	2·898	6·06	11·20	16·35
105	4·65	7·88	15·14	22·40
110	1·779	3·029	5·452	7·872
115	2·861	4·846	9·69	14·53
120	4·113	6·36	13·20	14·38
125	1·60	—	4·845	7·266
130	2·521	3·558	8·48	12·72
135	3·541	5·16	11·50	17·44
140	1·422	1·779	4·24	6·18
145	2·146	3·201	7·576	11·50
150	3·059	4·535	10·30	15·75

## PARAGUAY MIKROFAUNÁJÁNAK ALAPRAJZA.

DADAY JENŐ 1. tagtól.

Prof. J. D. ANISITS hazánkfia Asuncionból 1901—1904. évek folyamán Paraguay különböző termőhelyeiről igen gazdag plankton-anyagot bocsátott rendelkezésemre, a melynek tanulmányozására annál készségesebben vállalkoztam, mert így alkalmam nyílt egyfelől a még eddig teljesen ismeretlen paraguayi mikrofaunának, másfelől ezzel kapcsolatosan Dél-Amerika édesvizi faunájának ismeretéhez adatokkal járulni.

A rendelkezésemre állott gazdag plankton-anyag részben borszeszben, részben formolban, részben chromecetsavas kezelés után borszeszben volt konzerválva s a következő termőhelyekről származott:

1. *Aregua*, a vasut mentén levő pocsolyák, gyűjtésideje 1902 jul. 27.

2. *Aregua*, a Laguna Ipacaraihoz vivő uton keresztül folyó patak kiöntései; gyűjtésideje 1902 jul. 27.

3. *Aregua* és *Lugua* faluk között a Yuguari folyó kiöntései; gyűjtésideje 1902 jul. 27.

4. *Aregua* és *Lugua* faluk közt a vasut mentén fekvő egy Bañado; gyűjtésideje 1902 jul. 27.

5. *Aregua* és *Yuguari* folyó közt a vasut mentén levő patak kiöntései; gyűjtésideje 1902 jul. 27.

6. *Asuncionnal* szemközt a Paraguay folyó mellékága (Gran Chaco); gyűjtésideje 1902. jul. 5. és aug. 12.

7. *Asuncion*, Campo Grande, Calle de la Cañada, forrásokból képződött tócsák és árkok; gyűjtésideje 1901 jun. 25.

8. *Asuncion*, a homokzátonyon lévő, félig szárazon maradt Camaloléval borított folyóágak; gyűjtésideje 1902 jul. 11.



9. *Asuncion*, Laguna (pasito), a Rio Paraguay kiöntései; gyűjtésideje 1903 szept. 29.

10. *Asuncion*, a Paraguay folyóban képződött szigeten (Banco) visszamaradt holtágak és pocsolyák, *Asuncion* kikötőjével szemközt; gyűjtésideje 1902 júl. 5.

11. *Asuncion*, Villa Morra, Calle Laureles, útmelletti árok; gyűjtésideje 1902 jun. 25.

12. *Asuncion* és *Trinidad* között a vasut mentén fekvő árkok és tócsák; gyűjtésideje 1902. jun. 16.

13. *Baranco Branco*, Bahia des Conchas; gyűjtésideje 1895. okt. 20.

14. *Caearapa*, állandó tócsa; gyűjtésideje 1903. nov. 3.

15. *Cerro Leon*, 65 kilom. *Asuncion*tól délnyugatra, vízi növényekkel benőtt lápos területek, ú. n. Bañado; gyűjtésideje 1902. júl. 6.

16. *Cerro Noaga*, Oroyo; gyűjtésideje 1896 decz.

17. *Churuzu-chicá*, a Paraguay folyó egy holt ága; gyűjtésideje 1903. jan. 16.

18. *Churuzu-ñu*, Marcos Romero házánál levő tavacska; gyűjtésideje. 1903. febr. 6.

19. *Corumba*, Matto Grosso, a Paraguay folyó kiöntései után visszamaradt tócsák; gyűjtésideje 1901.

20. *Estia Postillon*, Laguna és kiöntései; gyűjtésideje 1901. decz. és 1902. nov. 3.

21. *Gourales*, állandó tócsa; gyűjtésideje 1903. okt. 3.

22. *Gourales*, a vasuti állomás mellett levő pocsolya; gyűjtésideje 1903. okt. 5.

23. *Gran Chaco*, *Asuncion*nal szemközt, a *Riachokból* visszamaradt Laguna; gyűjtésideje 1902. július 5. és augusztus 12.

24. *Laguna Ipacarai* partjáról *Aregua* vasuti állomásnál; gyűjtésideje 1902. júl. 27.

25. *Laguna Ipacarai* fölület; gyűjtésideje 1903. okt. 11.

26. *Lugua*, a vasuti állomáshoz közelfekvő pocsolya; gyűjtésideje 1902. júl. 27.

27. *Paso Barreto*, az *Aquidaban* folyó gázlójához vezető laguna; gyűjtésideje 1903. febr. 5.

28. *Paso Barreto*, az Aquidaban folyó balpartján, Salamon házánál lévő Bañado; gyűjtésideje 1903. febr. 5.

29. *Pirayu*, a vasuti állomás melletti pocsolyák és útszéli árkok; gyűjtésideje 1902. jul. 6.

30. *Pirayu*, a vasút melletti téglavető körül levő források; gyűjtésideje 1902. jul. 6.

31. *Sapucay*, esőpocsolya; gyűjtésideje 1903. okt. 24.

32. *Sapucay*, Arroyo Poná; gyűjtésidéje 1903. okt. 25.

33. *Sapucay*, a vasuti töltés mellett levő pocsolya; gyűjtésideje 1903. okt. 25.

34. *Sapucay*, Limnanthemummal benőtt esőpocsolyák; gyűjtésideje 1903. okt. 24.

35. *Tebicuay*, állandó tócsa; gyűjtésideje 1903. nov. 4.

36. *Villa Encarnation*, Alto Parana, mocsár; gyűjtésideje 1904. jan. 21.

37. *Villa Rica*, a vasuti töltés melletti árok; gyűjtésideje 1903 nov. 3.

38. *Villa Rica*, vízeres, forrásos rét; gyűjtésideje 1903. nov. 9.

39. *Villa Sana*, Peguaho, kisebb tavacsákat alkotó vizér; gyűjtésideje 1903. jan. 27.

40. *Villa Sana*, Paso Ita nevű patak kiöntései; gyűjtésideje 1903. febr. 3.

41. *Yuguari* folyó kiöntései a hidnál; gyűjtésideje 1902. jul. 27.

A termőhelyek eme tekintélyes száma s a gazdag plankton-anyag fényes tanuságot tesz Prof. J. D. ANISITS fáradhatatlan buzgalmáról.

A tanulmányaim során elért eredmények ismertetésekor alulról fölfelé haladó systematikai sorrendet követek s a mennyire lehetett, igyekeztem a plankton-anyagban talált összes állatkákat följegyezni; csupán a *Turbellariák* csoportját mellőztem, még pedig azért, mert a máskülönben is csekély számú példány nem konzerválódott oly módon, hogy meghatározásuk lehető lett volna. Összegyűjtöttem azonban a plankton anyagban konzervált *Oligochaetákat* s illetőleg *Naidákat* is, a melyeknek tanulmányozására dr. W. MICHAELSEN-t volt szerencsém megnyerhetni.

A fajok közül csak az újaknak vagy valamely tekintetből érdekesebbeknek adom részletesebb ismertetését. A nagyobb csoportok ismertetésének befejezése gyanánt általános vonásokban körvonalazni igyekszem egyfelől a tőlem Paraguay faunájából megfigyelt, másfelől a Délamerikából eddig feljegyzett fajok speciális és általános elterjedési viszonyait, s a hol s a mennyire az lehetséges volt, megkísérlettem összehasonlításokat tenni Paraguay és Délamerika más területeinek, valamint Délamerika és más világrészek megfelelő állatcsoportjai között. És hogy a feldolgozott egész anyag s illetőleg a tőlem megfigyelt fajok felől könnyen áttekinthető képet adjak, befejezésül azok neveit systematikai sorrendben foglaltam össze.

Nem mulaszthatom el hálás köszönetemet nyilvánítani Prof. J. D. ANISITS-nek ama fáradhatatlan buzgalmaért, melylyel lehetővé tette munkámnak létrejöttét, valamint dr. W. MICHAELSEN-nek is szíves közreműködéséért.

### A megfigyelt fajok rendszertani áttekintése.

I. Protozoa.		Gen. <i>Lequereusia</i> SCHLUMB.
1. Class. <i>Sarcodina</i> .		10 <i>Lequereusia spiralis</i> (EHRB.)
1. Subel. <i>Rhizopoda</i> .		Gen. <i>Diflugia</i> LECLERE.
Fam. <i>Amoebidae</i> .		<i>Diflugia acuminata</i> EHRB.
Gen. <i>Amoeba</i> BORY D. ST. VINCENT.		" <i>constricta</i> EHRB.
<i>Amoeba verrucosa</i> EHRB.		" <i>corona</i> EHRB.
		" <i>globulosa</i> EHRB.
Gen. <i>Pelomyxa</i> GREEFF.	15	" <i>lobostoma</i> LEIDY.
<i>Pelomyxa villosa</i> LEIDY. /		" <i>pyriformis</i> PERTV.
		" <i>urceolata</i> EHRB.
Fam. <i>Arcellidae</i> .		" <i>vas</i> LEIDY.
Gen. <i>Arcella</i> EHRB.		Fam. <i>Euglyphidae</i> .
<i>Arcella vulgaris</i> EHRB.		Gen. <i>Euglypha</i> DUJ.
" <i>discoides</i> EHRB.		<i>Euglypha alveolata</i> EHRB.
5 " <i>mitrata</i> EHRB.		20 " <i>ciliata</i> EHRB.
" <i>dentata</i> EHRB.		" <i>brachiata</i> LEIDY.
" <i>rota</i> n. sp.		" <i>mucronata</i> LEIDY.
" <i>marginata</i> n. sp.		
Gen. <i>Centropyxis</i> STEIN.		Gen. <i>Trinema</i> DUJ.
<i>Centropyxis aculeata</i> (EHRB.)		<i>Trinema enchelys</i> (EHRB.)

Gen. *Cyphoderia* SCHLUMB.  
*Cyphoderia ampulla* (EHRB.)

2. Subel. *Heliozoa*.

Fam. *Chalarothoraca*.

Gen. *Rhaphidiophrys* ARCH.  
 25 *Rhaphidiophrys elegans* H. et LESS.

Gen. *Acanthocystis* CARTER.  
*Acanthocystis chatophora* SCHRANK.

Fam. *Desmotoraca*.

Gen. *Clathrulina* CIENK.  
*Clathrulina* CIENKOVSKYI MER.  
 " *elegans* CIENK.

2. Class. *Mustigophora*.

1. Ord. *Dinofflagellata*.

Fam. *Peridiniidae*.

Gen. *Glenodinium* EHRB.  
*Glenodinium cinctum* EHRB.  
 30 " *polylophum* n. sp.

Gen. *Peridinium* EHRB.  
*Peridinium umbonatum* STEIN.  
 " *quadridens* STEIN.  
 " *tabulatum* EHRB.

2. Ord. *Chrysomonadina*.

Fam. *Chrysomonadidae*.

Gen. *Stylochrysalis* STEIN.  
*Stylochrysalis parasita* STEIN.

Gen. *Uroglena* EHRB.  
 35 *Uroglena volvox* EHRB.

3. Ord. *Chromomomidina*.

Fam. *Volvocidae*.

Gen. *Volvox* L.  
*Volvox aureus* EHRB.  
 " *globator* L.

Gen. *Eudorina* EHRB.

*Eudorina elegans* EHRB.

Fam. *Euglenidae*.

Gen. *Trachelomonas* EHRB.

*Trachelomonas volvocina* EHRB.  
 40 " *hispidus* (PETRY)-  
 " *armata* (EHRB.)  
 " *annulata* n. sp.  
 " *ensifera* n. sp.

Gen. *Phacus* NITSCH.

*Phacus longicaudus* (EHRB.)  
 46 " *pleuronectes* (O. F. M.)

Gen. *Lepocinctis* PERTY.

*Lepocinctis hispidula* (EICHW.)

Gen. *Colacium* EHRB.

*Colacium arbuscula* STEIN.  
 " *vesiculosum* EHRB.

Gen. *Euglena* EHRB.

*Euglena acus* EHRB.  
 50 " *deses* EHRB.  
 " *oxyuris* EHRB.  
 " *spirogyra* EHRB.  
 " *viridis* EHRB.

Gen. *Eutreptia* PERTY.

*Eutreptia viridis* PERTY.

4. Ord. *Zoomonadina*.

Fam. *Craspedoonadidae*.

Gen. *Codonosiga* J. CLARK.  
 55 *Codonosiga botrytis* (EHRB.)

Fam. *Spongomonadidae*.

Gen. *Rhipidodendron* STEIN.  
*Rhipidodendr. splendidum* STEIN.

Fam. *Dendromonadidae*.

Gen. *Cephalothamnium* STEIN.  
*Cephalothamnium caespitosum*  
 (S. KENT.)

Fam. *Scytomonadidae*.

Gen. *Colponema* STEIN.

*Colponema loxodes* STEIN.

3. Class. *Infusoria*.

1. Ord. *Gymnostomata*.

Fam. *Enchelyidae*.

Gen. *Enchelyodon* CL. et LACHM.

*Enchelyodon faretus* CL. et LACHM.

Gen. *Lacrymaria* EHRB.

60 *Lacrymaria olor* (O. F. M.)

Gen. *Prorodon* BLOCKM.

*Prorodon ovum* EHRB.

" *teres* EHRB.

Gen. *Coleps* NITSCH.

*Coleps hirtus* EHRB.

2. Ord. *Trichostomata*.

Fam. *Oxytrichidae*.

Gen. *Stichotricha* PERTY.

*Stichotricha secunda* PERTY.

Gen. *Stylonychia* EHRB.

65 *Stylonychia mytilus* (O. F. M.)

Fam. *Vorticellidae*.

Gen. *Cothurniopsis* ENTZ.

*Cothurniopsis imberbis* (EHRB.)

Gen. *Cothurnia* EHRB.

*Cothurnia crystallina* (EHRB.)

Gen. *Epistylis* EHRB.

*Epistylis anastatica* EHRB.

" *articulata* FROM.

70 " *brevipes* CL. et LACHM.

" *umbellaria* (O. F. M.)

Gen. *Zoothamnium* EHRB.

*Zoothamnium parasita* STEIN.

Gen. *Carchesium* EHRB.

*Carchesium polypinum* (L.)

" *brevistylum* (d'UD.)

Gen. *Vorticella* EHRB.

75 *Vorticella lunaris* O. F. M.

" *nebulifera* O. F. M.

" *microstoma* EHRB.

" *moniliata* TATEM.

II. Coelenterata.

Class. *Hydromedusae*.

Ord. *Hydroidea*.

Fam. *Hydridae*.

Gen. *Hydra* L.

*Hydra fusca* AUT.

80 " *viridis* AUT.

III. Vermes.

1. Class. *Nemathelminthes*.

Ord. *Nematoda*.

Fam. *Anguillulidae*.

Gen. *Aphanolaimus* d'MAN.

*Aphanolaimus Anisitsi* n. sp.

" *multipapillatus* n. sp.

Gen. *Monhystera* BAST.

*Monhystera paludicola* d'MAN.

" *propinqua* n. sp.

85 " *annulifera* n. sp.

Gen. *Trilobus* BAST.

*Trilobus diversipapillatus* n. sp.

" *gracilis* BAST.

Gen. *Prismatolaimus* d'MAN.

*Prismatolaimus microstomus* n. sp.

Gen. *Cylindrolaimus* d'MAN.

*Cylindrolaimus politus* n. sp.

Gen. *Bathylaimus* n. gen.

90 *Bathylaimus maculatus* n. sp.

Gen. *Cephalobus* BAST.  
*Cephalobus aculeatus* n. sp.

Gen. *Hoplolaimus* n. gen.  
*Hoplolaimus tylenchiformis* n. sp.

Gen. *Dorylaimus* DUJ.  
*Dorylaimus filicaudatus* n. sp.  
 " *annulatus* n. sp.  
 " *cyatholaimus* n. sp.  
 " *tripapillatus* n. sp.  
 " *micrurus* n. sp.  
 " *pusillus* n. sp.  
 " *unipapillatus* n. sp.  
 100 " *stagnalis* BAST.

## 2. Class. *Nematorhyncha*.

### Ord. *Ichthydina*.

#### 1. Subord. *Euichthydina*.

##### Fam. *Ichthydinidae*.

Gen. *Ichthydium* (EHRB.)  
*Ichthydium crassum* n. sp.

Gen. *Lepidoderma* ZEL.  
*Lepidoderma elongatum* n. sp.

##### Fam. *Chaetonotidae*.

Gen. *Chaetonotus* (EHRB.)  
*Chaetonotus pusillus* n. sp.  
 " *similis* ZEL.  
 105 " *hystrix* METSCH.  
 " *erinaceus* n. sp.  
 " *heterochætus* n. sp.  
 " *dubius* n. sp.

#### 2. Subord. *Apodina*.

##### Fam. *Gosseidae*.

Gen. *Gossea* ZEL.  
*Gossea fasciculata* n. sp.  
 110 " *pauciseta* n. sp.

## 3. Class. *Rotatoria*.

### 1. Ord. *Digononta*.

#### Fam. *Philodinidae*.

Gen. *Philodina* EHRB.  
*Philodina roseola* EHRB.

#### Gen. *Rotifer* SCHRANK.

*Rotifer macrurus* EHRB.  
 " *tardus* EHRB.  
 " *vulgaris* EHRB.  
 115 " *macroceros* GOSSE.

Gen. *Actinurus* EHRB.  
*Actinurus neptunius* EHRB.

### 2. Ord. *Monogunonta*.

#### Fam. *Asplanchnidae*.

Gen. *Asplanchna* GOSSE.  
*Asplanchna Brightwellii* GOSSE.

Gen. *Asplanchnopus* GUERNA.  
*Asplanchnopus myrmeleo* (EHRB.)

#### Fam. *Floscularidae*.

Gen. *Floscularia*.  
*Floscularia* sp.?

#### Fam. *Meliceritidae*.

Gen. *Melicerta* EHRB.  
 120 *Melicerta ringens* EHRB.

Gen. *Limnias* SCHRANK.  
*Limnias annulatus* BAILEY.

Gen. *Cephalosiphon* EHRB.  
*Cephalosiphon limnias* EHRB.

Gen. *Megalotrocha* EHRB.  
*Megalotrocha spinosa* THORPE.

Gen. *Conochilus* EHRB.  
*Conochilus volvox* EHRB.

- Fam. *Synchaetidae*.  
 Gen. *Synchaeta* EHRB.  
 125 *Synchaeta oblonga* EHRB.  
 " *pectinata* EHRB.
- Fam. *Notommatidae*.  
 Gen. *Pleurotrocha* EHRB.  
*Pleurotrocha gibba* EHRB.
- Gen. *Copeus* GOSSE.  
*Copeus centrurus* (EHRB).  
 " *cerberus* GOSSE.
- Gen. *Proales* GOSSE.  
 130 *Proales felis* (EHRB.)
- Gen. *Furcularia* EHRB.  
*Furcularia aequalis* EHRB.  
 " *forficula* EHRB.  
 " *longiseta* EHRB.  
 " *micropus* GOSSE.
- Gen. *Diglena* EHRB.  
 135 *Diglena forcipata* EHRB.  
 " *grandis* EHRB.  
 " *catellina* EHRB.
- Fam. *Anuraeidae*.  
 Gen. *Anuraea* EHRB.  
*Anuraea aculeata* EHRB.  
 " *cochlearis* GOSSE.  
 140 " *curvicornis* EHRB.
- Fam. *Rattulidae*.  
 Gen. *Mastigocerca* EHRB.  
*Mastigocerca bicornis* EHRB.  
 " *carinata* EHRB.  
 " *cornuta* ELM.  
 " *elongata* GOSSE.  
 145 " *scipio* GOSSE.
- Gen. *Rattulus* EHRB.  
*Rattulus bicornis* WEST.  
 " *tigris* (MÜLL.)
- Gen. *Coelopus* GOSSE.  
*Coelopus tenuior* GOSSE.
- Fam. *Dinochariade*.  
 Gen. *Dinocharis* EHRB.  
*Dinocharis subquadratus* (PERTY).  
 150 " *pocillum* EHRB.
- Gen. *Scaridium* EHRB.  
*Scaridium longicaudum* EHRB.  
 " *eudactylosum* GOSSE.
- Fam. *Salpinidae*.  
 Gen. *Diaschiza* (GOSSE).  
*Diaschiza caeca* GOSSE.  
 " *gibba* (EHRB.)  
 155 " *lacinulata* (O. F. M.)  
 " *valga* GOSSE.
- Gen. *Salpina* EHRB.  
*Salpina brevispina* EHRB.  
 " *eustala* GOSSE.  
 " *macracantha* GOSSE.  
 160 " *spinigera* EHRB.
- Fam. *Euchlanidae*.  
 Gen. *Euchlanis*. EHRB.  
*Euchlanis dilatata* EHRB.  
 " *deflexa* GOSSE.  
 " *triquetra* EHRB.
- Fam. *Cathypnidae*.  
 Gen. *Distyla* ECKST.  
*Distyla Ludwigi* ECKST.
- Gen. *Cathypna* GOSSE.  
 165 *Cathypna leontina* TUR.  
 " *luna* (EHRB.)  
 " *biloba* n. sp.  
 " *appendiculata* LEV.  
 " *incisa* n. sp.  
 170 " *ungulata* GOSSE.

Gen. *Monostyla* EHRB.

Monostyla bulla GOSSE.

" lunaris EHRB.

" quadridentata EHRB.

" pyriformis n. sp.

## Fam. Coluridae.

## Gen. Colurus EHRB.

175 Colurus deflexus EHRB.

" uncinatus EHRB.

## Fam. Lepadellidae.

## Gen. Metopidia EHRB.

Metopidia acuminata EHRB.

" lepadella EHRB.

" solida GOSSE.

## Gen. Lepadella EHRB.

180 Lepadella ovalis EHRB.

## Fam. Pterodinidae.

## Gen. Pterodina EHRB.

Pterodina mucronata GOSSE.

" patina EHRB.

## Fam. Brachionidae.

## Gen. Noteus (EHRB.)

Noteus quadricornis (EHRB.)

" militaris (EHRB.)

## Gen. Brachionus EHRB.

185 Brachionus Bakeri EHRB.

" caudatus BARR. DAD.

" mirabilis DAD.

" mirus n. sp.

" angularis GOSSE.

190 " urceolaris EHRB.

## Fam. Triarthridae.

## Gen. Triarthra EHRB.

Triarthra longiseta EHRB.

## Gen. Polyarthra EHRB.

Polyarthra platyptera EHRB.

## Gen. Diarthra DAD.

Diarthra monostyla DAD.

## IV. Arthropoda.

## 1. Class. Crustacea.

## 1. Ord. Copepoda.

## Fam. Cyclopidae.

## Gen. Cyclops (O. F. M.)

Cyclops fimbriatus FISCH.

195 " phaleratus C. K.

" anceps RICH.

" prasinus FISCH.

" varicans SARS.

" macrurus SARS.

200 " mendocinus WIERZ.

" serrulatus FISCH.

" albidus (JUR.)

" annulatus WIERZ.

" Dybowskyi LAND.

205 " Leuckarti CLS.

" spinifer DAD.

" oithonoides SARS.

" strenuus FISCH.

" fuscus (JUR.)

## Fam. Harpacticidae.

## Gen. Canthocamptus WESTW.

210 Canthocamptus northumbrius  
BRADY.

" bidens SCHMEIL.

" trispinosus BRADY.

## Fam. Centropagidae.

## Gen. Diaptomus WEST.

Diaptomus conifer SARS.

215 " falcifer n. sp.

" Anisitsi n. sp.



2. Ord. *Phyllopoda*.
1. Subord. *Cladocera*.
- Fam. *Lyceidae*.
- Gen. *Chydorus* BAIRD.
- Chydorus Barroisi (RICH.)
- “ ventricosus DAD.
- “ flavescens n. sp.
- 220 “ Poppei RICH.
- “ sphaericus (O. F. M.)
- Gen. *Pleuroxus* BAIRD.
- Pleuroxus scopulifer (EKM.)
- “ similis VAVR.
- “ ternispinosus EKM.
- Gen. *Alonella* SARS G. O.
- 225 Alonella chlatratula SARS.
- “ dentifera SARS.
- “ punctata (DAD.)
- “ karua (KING.)
- “ nitidula SARS.
- 230 “ globulosa (DAD.)
- Gen. *Dadaya* SARS G. O.
- Dadaya macrops (DAD.)
- Gen. *Dunhevedia* KING.
- Dunhevedia odontoplax SARS.
- Gen. *Leptorhynchus* HERR.
- Leptorhynchus dentifer n. sp.
- “ rostratus (C. K.)
- Gen. *Alona* BAIRD.
- 235 Alona affinis LEYD.
- “ Cambouei GR. RICH.
- “ glabra SARS G. O.
- “ guttata SARS G. O.
- “ anodonta n. sp.
- 240 “ intermedia SARS G. O.
- “ monacantha SARS G. O.
- “ rectangula SARS G. O.
- “ fasciculata n. sp.
- Gen. *Euryalona* SARS G. O.
- Euryalona tenuicaudis (SARS G. O.)
- “ orientalis (DAD.)
- “ fasciculata n. sp.
- Gen. *Pseudalona* SARS G. O.
- Pseudalona latissima (KURZ).
- “ longirostris (DAD.)
- Gen. *Leydigia* KURZ W.
- Leydigia acanthocercoides (FISCH.)
- 250 “ parva n. sp.
- Gen. *Leydigiopsis* SARS G. O.
- Leydigiopsis ornata n. sp.
- Gen. *Acroperus* BAIRD.
- Acroperus harpæ BAIRD.
- Gen. *Camptocercus* BAIRD.
- Camptocercus australis SARS G. O.
- Fam. *Lyncodaphnidae*.
- Gen. *Iliocryptus* SARS G. O.
- 255 Iliocryptus Halyi BRADY.
- “ sordidus LIEV.
- “ verrucosus n. sp.
- Gen. *Grimaldina* RICH.
- Grimaldina Brazzai RICH.
- Gen. *Macrothrix* BAIRD.
- Macrothrix elegans SARS G. O.
- “ laticornis (O. F. M.)
- 260 “ gibbera n. sp.
- Fam. *Bosminidae*.
- Gen. *Bosmina* BAIRD.
- Bosmina longirostris (O. F. M.)
- “ tenuirostris n. sp.
- “ macrostyla n. sp.

Gen. *Bosminella* DAD.  
*Bosminella Anisitsi* DAD.

Fam. *Daphnidae*.

Gen. *Moina* BAIRD.  
 265 *Moina ciliata* n. sp.

Gen. *Moinodaphnia* HERR.  
*Moinodaphnia reticulata* n. sp.  
 " *Macleayi* (KING).

Gen. *Scapholeberis* SCHOEDL.  
*Scapholeberis aurita* (FISCH.)  
 " *erinaceus* DAD.  
 270 " *mucronata* (O.F.M.)

Gen. *Ceriodaphnia* SCHOEDL.  
*Ceriodaphnia cornuta* SARS.  
 " *Rigaudi* RICH.  
 " *Silvestrii* DAD.  
 " *reticulata* (JUR.)

Gen. *Simocephalus* SCHOEDT.  
 275 *Simocephalus Iheringi* RICH.  
 " *capensis* SARS G. O.  
 " *vetulus* (O. F. M.)

Gen. *Daphnia* O. F. M.  
*Daphnia pulex* (DE GEER.)  
 " *obtusa* KURZ.  
 280 " *curvirostris* EYLM.

Fam. *Sididae*.

Gen. *Diaphanosoma* FISCH.  
*Diaphanosoma brachyurum*  
 (LIEV.)  
 " *brevireme* SARS G. O.  
 " *Sarsi* RICH.

Gen. *Latonopsis* SARS G. O.  
*Latonopsis breviremis* DAD. n. sp.  
 285 " *fasciculata* DAD. n. sp.

Gen. *Parasida* DAD.  
*Parasida ramosa* DAD.  
 " *variabilis* DAD.

2. Subord. *Branchiopoda*.

Fam. *Estheridae*.  
 Gen. *Estheria* RUPP.  
*Estheria Hislop* BAIRD.

3. Ord. *Ostracoda*.

Fam. *Cypridae*.  
 Gen. *Eucypris* DAD.  
 290 *Eucypris bicuspis* (CLS.)  
 " *mutica* (SARS G. O.)  
 " *nobilis* (SARS G. O.)  
 " *areguensis* n. sp.  
 " *Anisitsi* n. sp.  
 295 " *tenuis* n. sp.  
 " *variegata* (SARS G. O.)  
 " *bennelong* (KING.)  
 " *Iheringi* (SARS G. O.)  
 " *limbata* (WIERZ).  
 " *mucronata* (SARS G. O.)

Gen. *Cypridopsis* (Brad).  
 300 *Cypridopsis flavescens* SARS G. O.  
 " *obscura* SARS G. O.  
 " *yallahensis* (BAIRD).  
 " *vidua* (O. F. M.)

Gen. *Cypria* ZENK.  
*Cypria denticulata* n. sp.  
 305 " *ophthalmica* (JUR.)  
 " *pellucida* SARS G. O.

Gen. *Candonopsis* VÁVRA.  
*Candonopsis Anisitsi* n. sp.

Gen. *Candona* (BAIRD).  
*Candona parva* n. sp.

Gen. *Eucandona* DAD.  
*Eucandona cyproides* n. sp.

Fam. <i>Cytheridae</i> .		Gen. <i>Arrhenurus</i> DUG.	
Gen. <i>Limnocythere</i> BRADY.		320	<i>Arrhenurus Anisitsi</i> n. sp.
310	<i>Limnocythere</i> sp. ?	"	<i>apertus</i> n. sp.
Gen. <i>Cytheridella</i> n. gen.		"	<i>meridionilis</i> n. sp.
<i>Cytheridella Illosvayi</i> n. sp.		"	<i>multangulus</i> n. sp.
		"	<i>propinquus</i> n. sp.
		325	<i>trichophorus</i> n. sp.
2. Class. <i>Arachnoidea</i> .		"	<i>uncatus</i> n. sp.
1. Ord. <i>Tardigrada</i> .		Gen. <i>Anisitsiella</i> n. gen.	
Fam. <i>Milnesiidae</i> .		<i>Anisitsiella scutata</i> n. sp.	
Gen. <i>Macrobiotus</i> .		Gen. <i>Limnesia</i> C. L. K.	
<i>Macrobiotus macronyx</i> DUG.		<i>Limnesia dubiosa</i> n. sp.	
		"	<i>cordifera</i> n. sp.
2. Ord. <i>Acarina</i> .		330	<i>parva</i> n. sp.
Fam. <i>Hydrachnidae</i> .		"	<i>intermedia</i> n. sp.
Gen. <i>Eulais</i> LATR.		"	sp. ?
<i>Eulais Anisitsi</i> n. sp.		Gen. <i>Limnesiella</i> n. gen.	
"	<i>propinqua</i> n. sp.	<i>Limnesiella pusilla</i> n. sp.	
Gen. <i>Hydrachna</i> (O. F. M.)		"	<i>globulosa</i> n. sp.
315	<i>Hydrachna pusilla</i> n. sp.	Gen. <i>Koenikea</i> WOLC.	
Gen. <i>Diplodontus</i> DUG.		335	<i>Koenikea spinosa</i> n. sp.
<i>Diplodontus despiciens</i> (O. F. M.)		"	<i>biscutata</i> n. sp.
		"	<i>convexa</i> n. sp.
Gen. <i>Hydryphantes</i> C. L. K.		Gen. <i>Hygrobates</i> C. L. K.	
<i>Hydryphantes ramosus</i> n. sp.		<i>Hygrobates verrucifer</i> n. sp.	
Gen. <i>Arrhenurella</i> (RIB.)		Gen. <i>Piona</i> C. L. K.	
<i>Arrhenurella minima</i> n. sp.		<i>Piona Anisitsi</i> n. sp.	
"	<i>rotunda</i> n. sp.	340	sp. ?

E jegyzék adatai szerint tehát Paraguay édesvizi faunájából összesen 340 fajt sikerült megfigyelni, a melyek csoportonként a következőleg oszlanak meg: *Protozoa* 78, *Coelenterata* 2, *Nematoda* 20, *Nematorhyncha* 10, *Rotatoria* 83, *Copepoda* 22, *Cladocera* 72, *Branchiopoda* 1, *Ostracoda* 23, *Tardigrada* 1, *Hydrachnidae* 28.

A felsorolt fajok között 83 a tudományra új s a genusok között is találkozunk 6 új. Az új fajok az egyes csoportok között

következőleg oszlanak meg: *Protozoa* 5, *Nematoda* 17, *Nematorhyncha* 8, *Rotatoria* 4, *Copepoda* 2, *Cladocera* 18, *Ostracoda* 8, *Hydrachnidae* 25. Az új nemek közül kettő-kettő a *Nematoda*- és *Hydrachnidae*-, egy-egy pedig a *Cladocera*- és *Ostracoda*-csoportokból való.

**Az új fajokra és nemekre vonatkozó észrevételek.**

1. *Arcella rota* n. sp. A genusnak eddig ismert fajai közül leginkább hasonlít az *Arcella dentata* EHRR.-hez, még pedig héjjának fognyujtványai miatt; különbözik azonban ettől egyfelől fognyujtványainak feltűnő nagy számában, másfelől különbözik, még pedig lényegesen, abban, hogy fognyujtványai nem fölfelé görbültek, mint amazéi, hanem vagy egyenesen kifelé irányulnak, vagy pedig kissé lefelé íveltek.

2. *Arcella marginata* n. sp. Héjjának karimájával némileg emlékeztet a LEIDY F. 27. tábláján az 1. és 3. ábrában rajzolt *Arcella vulgaris* példányokhoz, de különbözik ezektől héjjának általános alakjában és finomabb szerkezetében. A héjj szintetenségét fontosabb jellemvonásnak nem tekinthetjük, mert a többi *Arcella*-fajok fiataljai leggyakrabban szintelenek, sőt az idősebbek között is találkoznak teljesen szintelenek.

3. *Glenodinium polylophum* n. sp. A genus eddig ismert fajaitól héjjának szerkezetében annyira különbözik, hogy akár új genus képviselőjének is tarthatnók. A hossz- és harántbarázda mentén, valamint a páncél fölületén is a csúcsok felé concentrikusan futó tarajok emelkednek.

4. *Trachelomonas annulata* n. sp. Héja egészben véve tojásforma, elől azonban nyakszerűen szűkült, hátul pedig erős, törforma nyujtványba megy ki; középrészén három harántbarázdatól tagolt.

5. *Trachelomonas ensifera* n. sp. Hüvelye nyakrészletre, lakásra és farknyujtványra tagolódott. A nyakrészlet nyílása tölcészerű bemélyedést alkot. A lakás majdnem gömbforma. A farknyujtvány különböző hosszúságú, néha oly hosszú, mint a hüvely többi része együttvéve.

6. *Aphanolaimus Anisitsi* n. sp. közeli rokonságban áll az

*Aphanol. attentus* d. MAN., *Aphan. aquaticus* DAD. és *Aphan. multipapillatus* DAD. fajokkal, a két elsőtől azonban különbözik nemcsak garatalatti nagy mirigyének jelenlétében, hanem a him praeanalis papilláinak nagyobb számában is, a mennyiben az *Aphan. attentus* d. M. himének csupán 5, az *Aphan. aquaticus* DAD. fájának pedig 6 ilyen van, ezenkívül az előbbennek még postanalis papillái is vannak. Az *Aphan. multipapillatus* DAD. fajhoz hasonlít annyiban, hogy mindkettőnek garatalatti mirigye van, de különbözik ettől a him praeanalis papilláinak kisebb számában, mert az *Aphan. multipapillatus* DAD. himjének 18 praeanalis papillája van és spiculumai is egészen más szerkezetűek.

7. *Aphanolaimus multipapillatus* n. sp. Nagyon hasonlít az *Aphan. Anisitsi* DAD. fajhoz, de különbözik ettől abban, hogy 18 praeanalis papillája van, míg amannak himje csupán 9 ilyen visel s ezenkívül a spiculumuk is másformák és más szerkezetűek.

8. *Monhystera propinqua* n. sp. Legközelebbi rokona a *Monhystera papuana* DAD., a melyhez azonban csupán garatüregének cuticula-pálczikaival hasonlít némileg; de különbözik ettől első sorban abban, hogy szájnyílása felé erősen vékonyodik, szája szegélyén papillaszerű kiemelkedések vannak; ezenkívül különbözik oldalszervforma oldali bemélyedéseiben és összes méreti viszonyaiban.

9. *Monhystera annulifera* n. sp. Az eddig ismert fajoktól garatüregének cuticula gyűrűiben, spiculumainak szerkezetében és legfőképen praeanalis papillájában különbözik.

10. *Trilobus diversipapillatus* n. sp. A genus eddig ismert fajaitól szájüregének szerkezetén kívül legfőképen a him praeanalis papilláinak szerkezetében, nemkülönben spiculumaiban különbözik. A típusos, ivarérett him- és nőténypéldányok között egy hermaphroditát is találtam teljesen him külsővel, de jól fejlett női- és him-ivarszervvel.

11. *Prismatolaimus microstomus* n. sp. Szájüregének szerkezetével emlékeztet a *Prismat. intermedius* d. M. és *Prismat. macrurus* DAD. fajokra, feltűnően különbözik azonban ezektől, valamint a genusnak eddig ismert többi fajaitól is abban, hogy garatjának hátulsó és gyomrának mellső vége alatt a hasoldalon nagy mirigye van, továbbá pedig abban, hogy az ivarnyílás mö-

gött három olyan papillája van, a milyenek az *Aphanolaimus*-genus himjeinél találhatók az alfelnyílás előtt.

12. *Cylindrolaimus politus* n. sp. Az eddig ismert fajok közül legközelebb áll a *Cylindrol. macrurus* DAD. fajhoz, a melyhez cuticulájának gyűrűzetlenségében és szájúregének szerkezetében hasonlít; de különbözik ettől szájnilylaskörüli sörteinek és oldalszervének jelenlétében. A genus más két fajához csupán szájkörüli sörteiben és oldalszerveiben hasonlít, míg ellenben különbözik kutikulájának és szájúregének szervezetében. Egyik jellemvonása a gyomor és garat közötti mirigyek jelenléte, a női ivarszerv nagysága s a női ivarnyílás helyzete. Méretviszonyai tekintetében különben a *Cylindrol. melancholicus* d. M. fajjal egyezik, a *Cylindrol. communis* d. M. fajnál nagyobb s a *Cylindrol. macrurus* DAD. fajnál kisebb, még pedig a különbség nemcsak a test egész hosszában, hanem a garat és fark hosszában is nyilvánul, míg ellenben legnagyobb átmérője kevéssel nagyobb. Nevét a test cuticulájának gyűrűzöttségétől nyerte.

*Bathylaimus* r. gen. Szájüregének terjedelmével emlékeztet némileg a *Choanolaimus* d. M. nemre, de szerkezetével bizonyos fokig a *Plectus Schneideri* d. M. fajt juttatja eszünkbe. A *Choanolaimus* genustól különbözik szájúregének szerkezetén kívül testének általános alakjában, oldalszervének hiányában, éles oldalvonalaiban, szájkörüli erős cuticula-képleteiben, a szájpapillák hiányában, garatjának bulbusában és páratlan női ivarszervében. A *Plectus*-genustól különbözik ezen új nem oldalszerveinek hiányával, szájmelletti cuticula-függelékeivel, garatjának csak gyengén fejlett bulbusával és páratlan női ivarszervével.

13. *Bathylaimus maculatus* n. sp. A két oldalvonal alatt elterülő matrixban sötét sárgásbarna szemecskék tojásforma halmozai fekszenek, a melyek különösen a test mellső negyedében és hátulsó harmadában meglehetősen nagyok és tömötten állók, míg a test közepén számuk csekély, sokszor egészen hiányzanak. A hím hasoldalán 22, sajátságos præanalis papilla sorakozik egymástól egyenlő távolságban.

14. *Cephalobus aculeatus* n. sp. A genus eddig ismert fajai közül legközelebb áll a *Cephal. longicaudatus* BÜSCH.-hez; hasonlít ugyanis a kettő egymáshoz kis mértékben a fark szerke-

zetében ; de különböznek egymástól a fark hosszában, legfőképen pedig a száj és garat szerkezetében. Egyik fontos jellemvonása a fej végén emelkedő négy tüske, a melyeknek nevét is köszöni.

*Hoplolaimus* n. gen. Garatszигonyával emlékeztet az *Aphelelenchus* BAST. és még inkább a *Tylenchus* BAST. genusra, a melytől azonban különbözik szájnylásának szerkezetében és alfelnylásának hiányában s e tekintetben az *Ichthyonema* genushoz hasonlít.

15. *Hoplolaimus tylenchiformis* n. sp. Testének külső habitusában, különösen testének hátulsó végében a *Tylenchus robustus* d. M. és *Tylenchus dubius* BÜTSCH. fajokhoz hasonlít s az utóbbira petefészkeinek párosságával is emlékeztet.

16. *Dorylaimus filicaudatus* n. sp. Testének külső habitusával mindenekelőtt a *Doryl. filiformis* BAST. fajra emlékeztet, de ennél sokkal kisebb, szája más szerkezetű és farka a testhez s illetőleg a garathoz viszonyítva sokkal hosszabb. Hasonlít azonban a *Doryl. longicaudatus* BÜTSCH. fajhoz is, de sokkal kisebb és vékonyabb, továbbá farka más állású s a mellett az említett faj nedves földben tenyészik. Szájának és farkának szerkezetével emlékeztet végre a *Doryl. brigdamensis* d. MAN. fajra is, a mely szintén nedves földben lakik növénygyökereken.

17. *Dorylaimus annulatus* n. sp. Legszembeszökőbb jellemvonása a cuticula gyűrűzöttsége s e tekintetben az összes eddig ismert fajoktól lényegesen különbözik. További jellemvonása a garat hátulsó végének bulbussá duzzadása. Szájszegélyének szerkezetével, különösen pedig nagy papilláival a *Doryl. elegans* d. M. fajra emlékeztet.

18. *Dorylaimus cyatholaimus* n. sp. Garatjának szerkezetével közeli rokonságot mutat a *Doryl. rotundicauda* d. M. és *Doryl. macrolaimus* d. M. fajokhoz, különösen pedig az utóbbihoz ; a szájúreg szerkezete a részletekben azonban oly eltéréseket mutat, hogy ezek alapján s a spiculumok szerkezete alapján a két faj könnyen megkülönböztethető.

19. *Dorylaimus tripapillatus* n. sp. A nagyobb testű *Dorylaimusok* egyike és szájúregének szerkezetével a *Doryl. rotundicauda* d. M., *Doryl. macrolaimus* d. M. és *Doryl. cyatholaimus* DAD. fajokkal egy csoportba tartozik. Különbözik azonban

mindezekről szájüregének és szigonyhüvelyének részletesebb szerkezetében, testének méreti viszonyaiban és legfőképen abban, hogy hímje hasoldalán præanalis papillát visel, a honnan nevét is nyerte. A hím különben három præanalis papillájával emlékeztet a *Doryl. primitivus* d. M. fajra, de aztán lényegesen különbözik ettől szájüregének, szigonyának és szigonyhüvelyének szerkezetében.

20. *Dorylaimus micrurus* n. sp. Az eddig ismert fajok közül leginkább hasonlít a *Doryl. Leuckarti* BÜTSCH. és *Doryl. Carteri* BAST. fajokhoz, különösen pedig az utóbbihoz, a menyinyben petefészkei a postoralis részlettel egyetemben csak oly hosszúak, mint amazéi, második szájpapillaövének hiányával és farkának alakjával azonban mindkettőtől könnyen megkülönböztethető.

21. *Dorylaimus pusillus* n. sp. Szájnyílásának szerkezetével emlékeztet a *Doryl. micrurus* DAD. fajra, míg apró præanalis papilláival és spiculumainak alakjával a *Doryl. cyatholaimus* DAD., *Doryl. unipapillatus* DAD., *Doryl. annulatus* DAD. fajokat juttatja eszünkbe. A nőstény ezenkívül farkának alakjával a *Doryl. lymnophilus* d. M., a hím ellenben a *Doryl. brachyuris* d. M. fajokhoz hasonlít.

22. *Dorylaimus unipapillatus* n. sp. Papilláival emlékeztet a *Doryl. robustus* d. M. fajra, különbözik azonban ettől farkának alakjában, szájkörületének papilláiban, præanalis papilláinak számában és garatjának szerkezetében.

23. *Ichthydium crassum* n. sp. Az eddig ismert fajoktól testének alakja és villafüggelékei alapján könnyen megkülönböztethető.

24. *Lepidoderma elongatum* n. sp. A genus eddig ismert fajai közül testének általános alakjával és függelékeinek szerkezetével nagyon emlékeztet a *Lepidod. rhomboides* STOCKE, *Lepidod. Birói* DAD. és még inkább a TATEM-féle *Chaetonotus longicaudatus* fajokra. Valamennyitől eltér azonban fejének és cuticulájának szerkezetével. Annyi különben bizonyos, hogy e faj az eddig ismert fajok közül a *Lepidod. rhomboides*-szel van legközelebbi rokonságban, mert feje karélyozott, mint amazé, de karélyai nem oly alakuak, cuticulája pedig nem mutatja azokat a rhombos



terecskéket, melyek a *Lepidod. rhomboides*-t oly könnyen felismerhetővé teszik.

25. *Chaetonotus pusillus* n. sp. A cuticula-pikkelyek elül ívesen kerekítettek, hátul ívesen kikanyarítottak. A tüskék egyszerűek, a pikkelyeknek közepén kis kiemelkedésen ülnek.

26. *Chaetonotus erinaceus* n. sp. Legközelebbi rokona a *Chaetonotus Chuni* VOIGT., a melytől azonban több tekintetben lényegesen különbözik. Megkülönböztető bélyegei a fej cuticulasisakja, a villafüggelékek egyszerű volta, a pikkelyek körformája, továbbá testének és tüskéinek kisebb méreti viszonyai. A *Chaetonotus Chuni* VOIGT fajnak ugyanis fején nincs cuticula-sisakja, villafüggelékei distalis végük felé szélesednek, pikkelyei némileg tojásformák, illetőleg hosszukás körformák, testének és tüskéinek méretei nagyobbak.

27. *Chaetonotus heterochaetus* n. sp. A genus eddig ismert fajai közül legközelebbi rokonának a *Chaeton longispinosus* STOKES faj látszik, a melyhez különben csakis mellékágas tüskéinek számában és némileg elhelyezésében hasonlít. Különbözik azonban ettől a fajtól, nagyságától eltekintve, tüskéinek kétféleségével, fejének háromkarélyosságával és fejpikkelyeinek tüskétlenségével. A fej pikkelyeinek tüskétlenségével emlékeztet e faj a *Chaeton. similis* ZEL. fajra, a melynek példányai közül ZELINKA C. tüskétlen fejpikkelyeseket is említ.

28. *Chaetonotus dubius* n. sp. Nagy mértékben emlékeztet a *Chaeton. Bogdanowii* SCHINK. fajra, különösen a hátán emelkedő sörteszerű, hosszú tüskepárok miatt, különbözik azonban ettől a hosszú tüskepárok számában, legfőképen pedig abban, hogy cuticulája pikkelyekre tagolódott, míg amazé sima.

29. *Gossea fasciculata* n. sp. A genusnak eddig ismert fajaitól feltűnően különbözik testének tagoltságában és cuticulájának tercskézettségében, a mennyiben egyetlen másik fajnak testen sem mutatkoznak a gyűrűszerű befűződéses. A cuticula tercskézettségével emlékeztet némileg a VOIGT M.-től leírt *Gossea antennigera* = *Gossea Voigti* fajra, csak hogy ennél a tercskék fordított paizsforma valódi pikkelyeket alkotnak. A test hátulsó két oldalcsúcsának sörtepatatai olyanok, mint a *Gossea antennigera* (GOSSE) és *Gossea Voigti* fajokéi.

30. *Gossea pauciseta* n. sp. Testének alakjával emlékeztet a Gosse-féle *Gossea antennigerára*, de különbözik ettől hátulsó csücsösörtéinek számában, valamint hátoldalának sörtézettségében. De különbözik a Voigt-féle *Gossea antennigerától* is, még pedig szembetűnően abban, hogy hátán pikkelyei nincsenek, míg Voigt M. az ő példányainak hátáról fordított pajzsforma pikkelyeket irt le.

A Gosse P. H. és Voigt M.-féle *Gossea antennigerát* illetőleg meg kell jegyezni azt, hogy én a kettőt nem tartom azonosnak s e felfogásomban megerősít engem a két bűvár példányainak testtakarója szerkezetében mutatkozó lényeges különbség. A Gosse P. H. példányai ugyanis pikkelytelenek, hátukon finom sörték ötös pamataival fedettek, míg a Voigt M. példányai pikkelyes hátúak s a sörték, illetőleg tüskék egyenként ülnek a pikkelyeken. Ezen az alapon én a Gosse P. H. példányainak megjelölésére megtartom a *Gossea antennigera* (Gosse) nevet, míg a Voigt M. példányainak megjelölésére a *Gossea Voigti* Dad. nov. nomen nevet ajánlom.

31. *Cathypna biloba* n. sp. A *Cathypna leontina* Turn. alakkörébe tartozik, de azért attól mégis jól megkülönböztethető. Különösen páncélja mellső szegélyének bemélyedései és lemeznyujtványának szerkezete jellemzik.

32. *Cathypna incisa* n. sp. A páncél hátulsó vége erősen bemetszett kis lemeznyujtványt visel, a mely azonban a törzspáncéltól nem különült el oly élesen, mint a genus többi fajainál.

33. *Monostyla pyriformis* n. sp. Az eddig ismert fajoktól általános testalakja és páncéljának szerkezete alapján könnyen megkülönböztethető. Páncéljának általános alakjával és szerkezetével különben nagyon emlékeztet a *Cathypna angulata* Gosse faj paraguayi példányaira.

34. *Brachionus mirus* n. sp. Legközelebbi rokonságban a *Brachionus angularis*-szal áll, de páncéljának szerkezetével annyira emlékeztet a *Schizocerca diversicornis* var. *homocerus*-ra, hogy ezzel csaknem össze lehetne tévesztetni, ha a láb szerkezete nem mutatná azonnal a köztük levő generikus különbséget.

35. *Diaptomus falcifer* n. sp. Igen közeli rokonságban áll

a Sars G. O.-féle *Diapt. furcatus*-szal, a melytől azonban lényegesen különbözik a nőstény utolsó törzsszelvényének balkarélyában, a mennyiben ez a *Diapt. furcatus*-nál két különálló csúcsra tagolódott. De különbség van a hím 5. lábpárjában is, a mennyiben a *Diapt. furcatus*-nál a jobb láb külső ági második ízén nincs meg a befelé irányuló, hegyes kúphoz hasonló nyujtvány. Emlékeztet különben a *Diaptomus Bergi* Rich. fajra is, a melytől azonban ugyancsak a hím 5. lábpárjának szerkezete alapján könnyen meg lehet különböztetni.

36. *Diaptomus Anisitsi* n. sp. A genus eddig ismert fajaitól a nőstény utolsó törzs- és genitalis szelvényének szerkezete alapján könnyen megkülönböztethető. A genus azon fajai közé tartozik, a melyeknek hímjei utolsóelőtti második ölelőcsáp-izén sem cuticulatarajt, sem másféle cuticulanyujtványt nem viselnek s az utolsó izen sincs cuticulanyujtvány.

37. *Chydorus flavescens* n. sp. A genus eddig ismert fajai közül legközelebb áll a *Chyd. eurynotus* Sars-hoz, a melyhez héjjának alakjában és ajaklemezének szerkezetében hasonlít; de különbözik ettől utópotrohának formájával, tüskéinek másféleségével és csúcskarmaival, a mennyiben a *Chyd. eurynotus* utópotroha egész lefutásában csaknem egyforma széles, szegélytüskéi egyforma nagyok, oldalain apró tüskepamatok nincsenek és csúcskarmainak csak egy-egy mellékkarma van.

38. *Chydorus hybridus* n. sp. Héjjának alakjával és hátulsó alsó zugának fogacskájával a *Chyd. Barroisi* (Rich.), utópotrohának szerkezetével pedig a *Chyd. Poppei* Rich. fajokhoz hasonlít s miután ilyenformán a két faj bélyegeit egyesíti magában, neveztem *hybridus*-nak. Mindkét fajtól különbözik ajakfüggelékének szerkezetével.

39. *Leptorhynchus dentifer* n. sp. A genusnak eddig ismert két fajától, a *Leptorh. falcatus* G. O. Sars és a *Leptorh. rostratus* C. K. fajoktól héjja hátulsó alsó zugának, héjja falazatának és utópotroha alakjának meg szerkezetének, valamint ajakfüggelékének alakja alapján könnyen megkülönböztethető. Utópotrohának szerkezetével különben közelebb áll a *Leptorh. rostratus*-hoz.

40. *Alona anodonta* n. sp. Héjjának szerkezetével és alakjával nagyon emlékeztet a Sars G. O.-féle *Alona verrucosa*-ra,

valamint az *Al. guttata* azon varietására is, a melyet Kurz W. *tuberculata* néven írt le. A héjj szerkezete tekintetében azonban mégis jobban hasonlít e faj az előbbenihez, mint az utóbbihoz, mert szemölcssei ugyanoly sorban helyezkednek el. Az utópotroh alakja tekintetében igen emlékeztet az *Al. verrucosara*, de szerkezete miatt élesen különbözik. Az *Al. verrucosa* utópotroha postalis részletének hátulsó s illetőleg felső szegélyén ugyanis csupán igen apró tüskék emelkednek, oldalán pedig nem sörtepatatok, hanem egyszerű sörték sora van. Végre lényegesen különbözik e faj az *Al. verrucosától* abban is, hogy ajakfüggeléke fogatlan.

41. *Al. fasciculata* n. sp. Testének alakjával némileg az *Al. intermedia* Sars és *Al. rectangula* Sars-fajokra emlékeztet, míg utópotrohának szerkezete tekintetéből némileg az *Al. monacantha* Sars-fajhoz hasonlít. Különbözik testének alakján és utópotrohának szerkezetén kívül egyik ismertető jele a nagy festékfolt is, a melylyel némileg a *Leydigia*-genushoz alkot menetet.

42. *Euryalona fasciculata* n. sp. Legközelebbi rokona az *Euryal. orientalis* (Dad.), a melylyel testének alakjában és héjjának szerkezetében majdnem teljesen megegyezik, de különbözik aztán utópotrohának szerkezetével; mert az *Euryal. orient.* utópotrohának distalis felső, illetőleg hátulsó csúcsán csupán 3 hosszú tüske van, továbbá hátulsó, illetőleg felső szegélye mentén csupán magános tüskék és nem csoportok emelkednek.

43. *Leydigia parva* n. sp. A genus eddig ismert fajaitól testének alakjával és legfőképen utópotrohának szerkezetével tér el. A csúcskarom mellékkarma révén a *Leydigia quadrangularis* (Leyd) fajra emlékeztet.

44. *Leydigiopsis ornata* n. sp. Testének alakjával és orrmányának mekkoraságával a *Leydigiopsis megalops* Sars G. O. fajhoz hasonlít, a melytől azonban különbözik elsősorban utópotrohának alakjában, másodsorban festékfoltjának mekkoraságában és ajaklemezének szerkezetében, a mennyiben a *Leydigiopsis megalops* Sars G. O. utópotroha egész hosszában egyforma széles, festékfoltja a szemnél nagyobb és ajakfüggelékének mellső szegélyén egy fog emelkedik. Az utópotroh alakja tekintetében emlékeztet a *Leydigiopsis ornata* a *Leydigiopsis curvirostris* Sars

G. O. fajra, de különbözik ettől orrmányának mekkoraságában, a mennyiben az utóbbi fajé igen hosszú, vékony, sarlóforma, majdnem a hasoldali szegélyig nyúlik le. A Sars G. O.-féle mindkét fajtól különbözik aztán a *Leydigiopsis ornata* héjjának szerkezetével s illetőleg hatszögletű terecskéivel.

55. *Iliocryptus verrucosus* n. sp. A genus eddig ismert fajai közül legközelebbi rokonának, az *Iliocr. Halyi* Brad. tekinthető, a melyhez utópotrohának, első és második csáppárjának szerkezete alapján hasonlít, de héjjának szerkezetével, illetőleg szemölcsös voltával nem csak ettől, hanem a genus többi fájától is lényegesen különbözik.

46. *Macrothrix gibbera* n. sp. A genus többi fajaitól törzsének alakjában, homlokának dudorában, első csápjának és némileg utópotrohának szerkezetében tér el.

47. *Bosmina tenuirostris* n. sp. Legközelebb áll a *Bosmina meridionalis* Sars G. O. fajhoz, a melytől azonban testének alakja, héjjának és utópotrohának szerkezete alapján könnyen megkülönböztethető; de jellemző héjjának túskenyujtványa is.

48. *Bosmina macrostyla* n. sp. Leginkább hasonlít a *Bosmina tenuirostris* Dad. fajhoz, a melylyel különösen héjjának szerkezetével egyezik; eltér azonban ettől testének alakjában, első csápjainak és héjja túskenyujtványának hosszúságában.

49. *Moina cilicata* n. sp. Fejének és héjjának szerkezetével a *Moina brachiata* (Jur.) fajra emlékeztet, de utópotrohának szerkezetében különbözik; legfontosabb a különbség az utópotroh sörtézettségében és a csúcskarom fésültlenségében. Az utópotroh sörtézettsége tekintetében hasonlít e faj a *Moina Wierzejskii* Rich. fajhoz, de különbözik aztán ettől fejének alakjában és csúcskarmának fésültlenségében, továbbá abban, hogy utópotrohának mellső, illetőleg alsó szegélye sörtétlen. De emlékeztet e faj még a *Moina micrura* Kurz. fajra is, a melytől azonban első csápjainak sörtétlenségével és csúcskarmának fésültlenségével tér el.

50. *Moinodaphnia reticulata* n. sp. Igen közeli rokona a *Moinod. Macleayi* (King.) fajnak, a melytől azonban testének alakján kívül első csápjainak rövidségével, túskekoszorujával, héjjának szerkezetével és csúcskarmának fésűzöttségével könnyen megkülönböztethető.

51. *Latonopsis breviremis* n. sp. A genus eddig ismert fajaitól testének alakja, héjának szerkezete és evezőcsápjainak felső ágán lévő tollas sörtéinek száma alapján könnyen megkülönböztethető. Az utópotroh, illetőleg a csúcskarmok szerkezete révén emlékeztet e faj a *Latonopsis australis* Sars. és *Laton. occidentalis* Birge fajra.

52. *Latonopsis fasciculata* n. sp. Legközelebbi rokona a *Latonop. serricauda* Sars. G. O. a melyhez sok tekintetben annyira hasonlít, hogy eleinte azzal teljesen azonosnak tartottam, annyival is inkább, mert Sars. G. O. az utóbbi fajt szintén Délamerikából írta le. A két faj közti különbségeket én első sorban a test alakjában látom, a mernyiben a *Laton. serricauda* Sars G. O. feje és törzse között bemélyedés nincs. De ha feltételezzük azt, hogy a *Laton. fasciculata* n. sp. feje és törzse közti bemélyedés csak a konzerválás eredménye, a mi ellen némileg az szól, hogy valamennyi példányon egyformán megvan, még akkor is több lényeges különbséget találunk a héjj szerkezetében. Így a *Laton. serricauda* Sars G. O. héjjának hátulsó szegélyén több hosszú sörte van, míg a tüskepamatok s a belső sörtesor hiányzanak; a hasoldali szegély pedig nem törődött be és csupasz. A *Laton. serricauda* Sars G. O. második csápjának kétágú, ízén összesen 21 tollas, kétizű sörte van, a mi ugyan nem valami lényeges különbség a *Laton. fasciculata* 16—20 sörtéjével szemben. De annál fontosabb különbség van a két faj utópotrohának szerkezetében, bárha a hátulsó szegély fűrésztagozottságában teljesen egyeznek is, mert a *Laton. serricauda* Sars G. O. faj utópotrohának két oldalán csupán 9 egyszerű tüske sorakozik s e mellett a finom sörték sora vagy pamatai hiányoznak, míg a *Laton. fasciculata* utópotrohán kettős tüskék 12—14 pamata s ezeken kívül finom sörték sora vagy pamatai emelkednek. A felsorolt különbségek alapján megokoltnak tartom a két faj különválasztását, bárha készséggel elismerem a köztük lévő nagy rokonságot.

*Puraside* Dad. E genus igen közeli rokonságban áll a Herrick A.-féle *Pseudosida*-nemmél, a melytől azonban első csáppárjának révén könnyen megkülönböztethető, a mennyiben az említett nem első csápjainak ostora a szaglópálczikákkal egy-

forma magasságban ered s így az ostornak nincs külön alaprésze, maguk a csápok nem oly hosszúak és nem tagolódtak basalis meg apicalis részletre. További különbség az, hogy a *Pseudosida*-genus második csáppárjának 3. izü ágán 5 tollas, kétizű sörte van. (V. ö. Rovartani Lapok. XI. köt. 6. füz. 1904. p. 111. fig. 1., 2.)

53. *Parasida ramosa* DAD. E faj a *Parasida Szalayi* (DAD.) fajtól első sorban első csápjainak szerkezetében különbözik. De különbözik e fajtól még utópotrohának és csúcskarmainak szerkezetében is, a mennyiben a *Parasida Szalayi*-nak utópotroha distalis alsó, illetőleg hátulsó csúcsán karomforma nyujtványt visel, továbbá csúcskarmainak hátulsó szegélyén csupán finom sörték vannak. Alárendelt különbség gyanánt említhető még az is, hogy a *Parasida Szalayi* második csápjának kétágú izén 15 tollas, kétágú sörte emelkedik. Különben az első csápok, az utópotroh, a csúcskarmok s a második csáppár szerkezete tekintetében különbözik e faj a *Parasida variabilis* DAD. fajtól is.

54. *Parasida variabilis* DAD. Testének alakjával nagyon emlékeztet a genus más két fajára, névszerint a *Parasida Szalayi* (DAD.) és *Parasida ramosa* DAD.-ra. A *Parasida Szalayi* fajjal megegyezik ezenkívül első csápjának és utópotrohának, valamint csúcskarmainak szerkezetében is; de különbözik abban, hogy utópotrohának distalis felső, illetőleg hátulsó csúcsa kerekített s nem horognyujtványos, továbbá második csápjának kétizű ágán sokkal több evezősörte van. A *Parasida ramosa* DAD. fajtól különbözik e faj első csápjának szerkezetében, de különbözik az utópotroh s a csúcskarmok szerkezetében is, mert az említett faj első csápjá ágas, utópotrohán csupán 9 erős tüskepamat van, ezek 4—5 tüskéből állanak; a csúcskarom pedig hátulsó szegélyén fogacskás. Ehhez járul még az ágasesápok kétizű ágának tollas sörteszámbában mutatkozó különbség is. (V. ö. Rovartani Lapok. loc. cit.)

55. *Eucypris areguensis* n. sp. A kagylók méreti viszonyai alapján a Sars G. O.-féle *Stenocypris*- vagy a Kaufmann A.-féle *Dolerocypris*-csoportba tartoznék, míg a villafüggelékek szerkezete inkább a genus más csoportjaival hozza rokonsági viszonyba. A kagylók alakja s a villafüggelékek szerkezete tekintetéből különben nagyon hasonlít e faj az *Eucypris Anisitsi*-hez.

56. *Eucypris Anisitsi* n. sp. Közeli rokonságban áll az *Eucypris areguensis* fajjal, a melytől legfőképen balkagylójának szerkezetével s illetőleg széles likacsatornás peremével különbözik.

57. *Eucypris tenuis* n. sp. A genus azon csoportjába tartozik, a melynek fajait *Stenocypris* Sars G. O. és *Dolerocypris* Kauf. nevek alatt foglalták össze; különben a kagylóknak alakjával kis mértékben emlékeztet a Baird W.-féle *Cypri Verreauxi* fajra.

58. *Cypria denticulata* n. sp. Kagylóinak révén nagyon emlékeztet a *Cypria pellucida* Sars. G. O. fajra, de különbözik ettől, valamint a genus többi fajától is jobb kagylójának fogácskás mellső és hasoldali szegélyében.

59. *Candonopsis Anisitsi* n. sp. A genus eddig ismert fajaitól kagylójának alakjában, továbbá állkapcsi lábainak és kapcsoló szervének alakjában, valamint szerkezetében különbözik.

60. *Candona parva* n. sp. A genus többi fajától a hím és nőstény kagylóinak alakja mellett legfőképen a kapcsolószerv szerkezetében különbözik.

61. *Eucandona cyproides* n. sp. A genus többi fajától második csáppárjának, alsó állkapcsának és villafüggelekének szerkezetében különbözik, még pedig oly mértékben, hogy akár külön genus képviselőjének is volna tartható. Eleinte magam is külön genus fájának tartottam, a melyet *Pseudocandona* névvel jelöltem volt, később azonban, a genusok szaporításának elkerülése végett egyszerűen *Eucandona*-félének vettem.

*Cytheridella* nov. gen. Általános szervezeti viszonyai alapján a *Cytheridae*-család egyik tagjának tekintendő és a *Metacypris cordata* Brad., valamint a *Cythereis sicula* (Brady) nemekkel, illetőleg fajokkal áll legközelebbi rokonságban; mindkettőtől, valamint a család többi genusától azonban könnyen megkülönböztethető homlokának sörtekoszoruja és harmadik lábpárjának sajátságos módosulása alapján.

62. *Cytheridella Ilosvayi* n. sp. A hím és nőstény kagylói első harmadukban kissé befűződtek, oldalról nézve veseformák, fölülről vagy alulról nézve némileg fordított szívformák. A genusnak eddig ismert egyetlen faja.

63. *Eulais Anisitsi* n. sp. Szemkereteinek általános szerkezetével az *Eulais hungarica* Dad. és *Eulais protendens* Berl. fa-



jokra s különösen az utóbbinak a RIBAGA C.-tól megkülönböztetett var. *distendens*-ére emlékeztet; különbözik azonban ezektől a palpus maxillaris izeinek sörtézettségében s e tekintetben inkább az *Eulais Dadayi* PIERS. fajt juttatja eszünkbe.

64. *Eulais propinqua* n. sp. Szemkeretének, nevezetesen pedig a szemeket összekötő hidnak szerkezetével az *Eulais Soari* PIERS. fajra emlékeztet, de a szemsörték alapja előtti halom nem emelkedik ki oly feltűnően, mint amannál, továbbá hátul szélesebb és hátulsó szegélyének közepe kiemelkedett; ezenkívül azonban különbözik a két faj egymástól palpus maxillarisának sörtézettségében, még pedig lényegesen. A palpus maxillaris sörtézettsége tekintetében e faj még legjobban hasonlít az *Eulais Anisitsi* DAD. fajhoz, a melytől azonban *szájlemezének*, főleg pedig szemkeretének szerkezetében lényegesen eltér.

65. *Hydrachna pusilla* n. sp. Az eddig ismert fajoktól testének mekkoraságán kívül nyakszirti pajzsának hiányában és két utolsó epimerapárjának szerkezetében tér el. Különben legközelebbi rokona a *Hydrachna perniformis* KOEN., a melynek szintén hiányzik a nyakszirti pajzsa s ezenkívül ivarlemezei is külön állanak.

66. *Hydryphantes ramosus* n. sp. Ivarlemezének szerkezetével és porusainak számával a *Hydryph. ruber*-re emlékeztet, míg szemlemezének szerkezetével némileg a *Hydryph. helveticus* és *flexuosus*t juttathatja eszünkbe. Valamennyi eddig ismert *Hydryphantes*-fajtól különbözik azonban a szemlemez két főágának villás elágazásában s innen nyerte nevét is.

67. *Arrhenurella minima* n. sp. Az eddig ismert fajoktól testalakján kívül főleg külső ivarkészülékének szerkezetében tér el; emlékeztet azonban e tekintetben némileg az *Arrhenurella rotunda* DAD. fajra.

68. *Arrhenurella rotunda* n. sp. Az előbbeni fajtól testalakján kívül legfőképen *szájlemezének* és külső ivarkészülékének szerkezetében tér el.

69. *Arrhenurus Anisitsi* n. sp. A genus többi fajától testének alakjában és epimeráinak szerkezetében különbözik.

70. *Arrhenurus apertus* n. sp. A genus többi fajától testalakjában, hátóvének formájában, epimeráinak és oldali ivarleme-

zeinek szerkezetében különbözik. Ivarlemezeinek szerkezetével különben kis mértékben az *Arrhenurus globator* (O. F. M.) fajt juttatja eszünkbe.

71. *Arrhenurus meridionalis* n. sp. Általános testalakjával emlékeztet az *Arrhen. compactus* PIERs., *Arrhen. sinuator* (O. F. M.) és *Arrhen. cylindratus* PIERs. fajokra, de különbözik ezektől epimeráinak és külső ivarkészülékének szerkezetében. Egyik fő jellemvonása az oldali ivarlemezek körvonalainak nagyfokú elmosódottsága és rövidsége.

72. *Arrhenurus multangulus* n. sp. Testének alakjában feltűnően különbözik az eddig ismert összes fajoktól, míg palpus maxillarisának második ízével s illetőleg ennek sörtés kiemelkedésével az *Arrhen. pectinatus* PIERs. és *Arrhen. ceylonicus* DAD. fajjal egyezik meg.

73. *Arrhenurus propinquus* n. sp. Főjellemvonásait a test körvonalának alakja, az epimerák és a külső ivarkészülék szerkezete alkotják. Az oldali ivarlemezek elmosódottsága tekintetében emlékeztet e faj az *Arrhen. meridionalis* DAD. fajra és némileg átmenet a RIBAGA-féle *Arrenurella convexa* fajhoz. Testének alakjával az *Arrhen. fimbriatus* KOEN. fajhoz hasonlít.

74. *Arrhenurus trichophorus* n. sp. Legfontosabb jellemvonása az első és második lábpár utolsó ízének sajátos sörtézettsége; ehhez járul az epimerák s a külső ivarkészülék szerkezete. A nőtény testalakja tekintetében emlékeztet az *Arrhen. crassipetiolatus* PIERs., míg a him testalakjának és hátának halmaival az *Arrhen. tricuspidator* (O. F. M.) és *Arrhen. maximus* PIERs. fajokhoz hasonlít.

75. *Arrhenurus uncatatus* n. sp. Általános habitusa tekintetében emlékeztet az *Arrhen. globator* (O. F. M.) fajra, de különbözik ettől epimeráinak szerkezetében és legfőképen farkának hátragörbült, feltűnő kiemelkedésében, a mely egyúttal az elnevezésre is alkalmas szolgált. Nagyon hasonlít ezen kívül a brasíliai *Arrhen. corniger* KOEN. fajhoz, főleg abban, hogy két első epimera-párjának külső-felső csúcsai erősen meghosszabbodtak, könnyen felismerhetőleg különbözik azonban ettől testének általános alakjában, farkfüggelékének és külső ivarkészülékének szerkezetében.

*Anisitsiella* nov. gen. Nagyon közeli rokonságban áll a Wolcott-féle *Xystonotus* genussal, a melyhez különösen testtakarójának és ivarudvarának szerkezetében hasonlít; különbözik azonban ettől palpus maxillarisának, epimeráinak és lábainak szerkezetében, a mennyiben csupán első három lábpárja visel karmokat s ezek is egyszerűek, míg a negyedik lábpáron a karmokat két kis tüske helyettesíti. A negyedik lábpár szerkezete tekintetéből e genus emlékeztet a *Limnesia*, *Limnesiopsis* és *Teutonia* nemekre.

76. *Anisitsiella aculeata* n. sp. A genusnak eddig ismert egyetlen faja. Ivarudvara széles tojásforma, körületén keskeny tüskétlen öv terül el, melyben kétoldalt egy-egy tojásforma porus fekszik. A félholdforma ivarlemezek belső határán egymás fölött 3—3 porus sorakozik. A test pánczélja egész fölületén finoman tüskézett.

77. *Limnesia dubiosa* n. sp. Palpus maxillarisának szerkezetével emlékeztet a *Limn. scutellata* KOEN., *L. connata* KOEN., *Limn. lucifera* KOEN. és *Limn. cordifera* DAD. fajokra, a mennyiben második ízének belső szegélyén egyszerű, erős tüskenyujtvány van. Ivarlemezeinek szerkezetében hasonlít a *Limn. histrionica* HERM. hímjéhez s a RIBAGA C. *Limn. paucisetula* nőtényéhez, a melytől azonban eltér palpus maxillarisának szerkezetében. Az említett fajok valamennyiétől különbözik azonban testének alakjában és epimeráinak szerkezetében. A RIBAGA C.-féle *Limn. paucisetula* való részletesebb összehasonlítást megnehezíti az, hogy a nevezett bűvár az epimerák szerkezete felől semmi adatot nem nyújt.

78. *Limnesia cordifera* n. sp. Palpus maxillarisának szerkezetével emlékeztet a *Limn. dubiosa* DAD., *Limn. connata* KOEN., *Limn. lucifera* KOEN. stb. fajokra, különbözik azonban ezektől, valamint a többi fajoktól is ivarlemezeinek alakjában és szerkezetében, mely annyira jellemző, hogy nevét is innen nyerte.

79. *Limnesia parva* n. sp. Palpus maxillarisának szerkezete alapján s illetőleg ennek második ízéről a tüskenyujtvány hiányával a *Limn. laeta* SROLL. fajra emlékeztet, a melytől azonban különbözik ivarudvarának alakjában és az ivarlemezek porusainak elhelyezésében.

80. *Limnesia intermedia* n. sp. A genus azon képviselői

közé tartozik, a melyeknek palpus maxillaris második izé belső oldalán vagy szegélyén kis halmocska cuticulatüskét visel, ezek közül is azonban legközelebb áll a *Limn. histrionica* (HERM.), *Limn. undulata* (O. F. M.) és *Limn. pauciseta* RIB. fajokhoz. Az ivarudvar szerkezetével és a palpus maxillaris második izének nyujtványa állásával emlékeztet a *Limn. paucisetara*, a mennyiben az ivarlemezek csak igen kevés (5), de amazénál sokkal kevesebb sörte emelkedik és a palpus maxillaris második izének tüskés nyujtványa egyenesen befelé irányul; különbözik azonban ettől az ivarudvar alakjában, az ivarlemezek sörteinek számában, továbbá a palpus maxillaris 4. izének sörtezettiségében. Hogy az epimerák szerkezetében van-e különbség az új faj s a *Limnesia pauciseta* RIB. között, azt az utóbbira vonatkozólag hiányzó adatok miatt megállapítani nem lehetett.

*Limnesiella* nov. gen. Bizonyos fokig átmenetet alkot a *Limnesia*- és *Limnesiopsis*-genusok között, különösen ivarudvarának szerkezetével. A míg ugyanis nagyobb számú ivarporusával a *Limnesiopsis*-hoz közeledik, eltér ettől abban, hogy a porusok nagyok, vagy különböző nagyságúak s csupán az ivarlemezek külső szegélye mentén sorakoznak, éppen mint a *Limnesia*-genus kevés számú, nagy ivarporusai. Mindkét genustól különbözik abban, hogy lábán vagy nincs evezősörte (1—3. lábpár), vagy pedig csak igen kevés van (4. lábpár), továbbá a lábak csúcskarmai egyszerűen sarlóformák, míg a *Limnesia*-genuséi belső, esetleg külső fogacskát is viselnek, a *Limnesiopsis*-éi pedig belső oldalon fésűformán fogazottak.

81. *Limnesiella pusilla* n. sp. közeli rokona a *Limnesiella globulosa* DAD. fajnak s ettől csupán ivarlemezeinek szerkezetében tér el, a mennyiben az ivarporusok száma sokkal kisebb, valamennyi majdnem egyforma nagy és hasonló alakú, továbbá a kis sörték sem hasonló elhelyezésűek.

82. *Limnesiella globulosa* n. sp. Nagy mértékben emlékeztet a *Limnesiella pusilla* DAD. fajra, a melytől ivarlemezeinek alakjában és porusainak nagyobb számában különbözik; különbözik azonban még testének alakjában és nagyságában is.

83. *Koenikea spinosa* n. sp. Testének külső alakjával emlékeztet a *Koen. convexa* DAD. fajra, de háta nem ivesen kiemel-

kedett, hanem lapított, mint a *Koen. concava* WOLCOTT fajé, a melytől azonban, valamint az előbb említettől s a *Koen. biscutata* DAD.-tól is eltér epimeráinak és külső ivarkészülékének szerkezetével. Egyik szembeszökő jelleme egyebek mellett a him 3. lábának 4. és 5. ízén emelkedő lándzsaforma tüskenyujtványok jelenléte, melyekhez hasonlókat egyik eddig ismert fajnál sem találtak.

84. *Koenikea biscutata* n. sp. Hát- és hasoldalának iveltségével és epimeráinak, valamint palpus maxillarisának szerkezetével emlékeztet a *Koen. convexa* DAD. fajra, míg testének alakjával a *Koen. concava* WOLLC. fajt juttatja eszünkbe, de hátpánczéljának szerkezetében és lábainak sörtézettségében a genus valamennyi eddig ismert fajtától feltűnően különbözik és elnevezésénél is a hátpánczél szerkezetét vettem irányadónak.

85. *Koenikea convexa* n. sp. Testének alakjával és pánczéljának szerkezetével a *Koen. spinosa* DAD. fajra, epimeráinak szerkezetével pedig a *Koen. biscutata* DAD. emlékeztet. Igen jellemző testének gömbölyűsége és lábainak szerkezete.

86. *Hygrobates verrucifer* n. sp. A genus többi fajtától testalakjában, palpus maxillarisának 3. ízében és lábainak karmaiban különbözik. A külső ivarkészülék után ítélve, valószínűleg csak fiatal példány állott rendelkezésemre.

87. *Piona Anisitsi* n. sp. Legközelebb áll a *Piona Horváthi* (DAD.) ceyloni fajhoz, a melyhez csúcskarmainak szerkezetén kívül abban is hasonlít, hogy ivarporusai nem ivarlemezeken, hanem a bőrben ülnek, különbözik azonban e fajtól palpus maxillarisának és epimeráinak szerkezetében, továbbá ivarporusainak sokkal nagyobb számában. A negyedik epimerapár szerkezetével különben a *Tiphys* C. L. K. genust juttatja eszünkbe.

### A megfigyelt fajok zoographiai viszonyai.

#### I. PROTOZOA.

Ha a Paraguay faunájából megfigyelt *Protozoa*-fajokat elterjedésük tekintetéből szemügyre vesszük, azt találjuk, hogy három csoportba oszthatók, nevezetesen olyanokra, a melyek Dél-

Amerikából már korábban ismeretesek voltak, olyanokra, melyeket Dél-Amerikából korábban nem ismertek és olyanokra, a melyek még eddig csupán Dél-Amerikából ismeretesek. Ilyenformán csoportosítva a felsorolt fajokat, ezek a következőleg oszlanak meg:

1. *Délamerikából korábban ismert fajok.*

Amoeba verrucosa EHRB.	Clathrulina elegans CIENK.
Pelomyxa villosa LEIDY.	Volvox aureus EHRB.
Arcella vulgaris EHRB.	Endorina elegans EHRB.
" discoides EHRB.	20 Colatium vesiculosum EHRB.
5 Centropyxis aculeata (EHRB.)	" arbuscula STEIN.
Diffugia constricta EHRB.	Euglena spirogyra EHRB.
" corona EHRB.	" viridis EHRB.
" globulosa EHRB.	Codonosiga botrytis (EHRB.)
" lobostoma LEIDY.	25 Cephalothamnium caespitum
10 " pyriformis PERTY.	(S. KENT.)
" urceolata EHRB.	Cothurnia crystallina (EHRB.)
" vas LEIDY.	Epistylis articulata FROM.
Euglypha alveolata EHRB.	" brevipes CL. et L.
" ciliata EHRB.	Zoothamnium parasita STEIN.
15 Trinema enchelys EHRB.	30 Carchesium polypinum (L.)
Cyphoderia ampulla EHRB.	31 Carchesium brevistylum (D'UDEK)

Ezek szerint a megfigyelt 78 fajnak  $\frac{3}{8}$ -ánál nem sokkal több az olyan, a melyet különböző délamerikai termőhelyekről a korábbi bűvárok már feljegyeztek s e fajoknak is csaknem  $\frac{2}{3}$ -a a *Sarcodina*-osztályból való s a *Mastigophora*- és *Infusoria*-osztályokra csupán  $\frac{1}{3}$  jut.

2. *Délamerikából korábban nem ismert fajok.*

Arcella mitrata EHRB.	" tabulatum (EHRB.)
" dentata EHRB.	" umbonatum STEIN.
Lequereusia spiralis (EHRB.)	Uroglena volvox EHRB.
Diffugia acuminata EHRB.	Stylochrysalis parasita STEIN.
5 Rhaphidiophrys elegans HETS.	15 Volvox globatur EHRB.
[LESS.	Phacus longicaudus (EHRB.)
Acanthocystis chaetophora SCHR.	" pleuronectes (O. F. M.)
Clathrulina Cienkowskii MERESCH.	Lepocinclis hispidula EICHW.
Glenodinium cinctum EHRB.	Trachelomonas volvocina EHRB.
10 Peridinium quadridens STEIN.	" hispidula (PERTY).
	" armata STEIN.

Englena acus EHRB.	Coleps hirtus EHRB.
" deses EHRB.	Stichotricha secunda PERTY.
" oxyuris EHRB.	Stylonychia mytilus (O. F. M.)
25 Eutreptia viridis PERTY.	35 Cothurniopsis imberbis (EHRB.)
Rhipidodendron splendidum STEIN.	Epistylis anastatica EHRB.
Colponema loxodes STEIN.	Vorticella lunaris O. F. M.
Euchelyodon faretus CL. et L.	" umbellaria (O. F. M.)
Lacrymaria olor (O. F. M.)	" nebulifera (O. F. M.)
30 Prorodon ovum (EHRB.)	40 " microstoma EHRB.
" teres EHRB.	41 " moniliata TATEM.

Ezek szerint a megfigyelt fajok egész számának  $\frac{4}{8}$ -a, vagyis fele olyan, a melyet délamerikai termőhelyről eddig még senki sem jegyzett fel. E fajoknak csupán  $\frac{1}{4}$ -e tartozik a *Sarcodina*-osztályba, míg  $\frac{3}{4}$ -e a *Mastigophora*- és *Infusoria*-osztályok között oszlik meg.

3. Még eddig csak Délamerikából, illetőleg Paraguayból ismert fajok.

Arcella rota n. sp.	Trachelomonas annulata n. sp.
" marginata n. sp.	5 " ensifera n. sp.
Glenodinium polylophum n. sp.	

Ezekhez az új fajokhoz csatlakozik még a következő 4 új varietas: *Diffugia urceolata* var. *ventricosa* n. var., *Diffugia urceolata* var. *quadrialata* n. var., *Diffugia lobostoma* v. *impressa* n. var. és *Trachelomonas hispida* v. *verrucosa* n. var.

Az első két csoportba tartozó fajok legnagyobb része vagy valódi kozmopolita, illetőleg minden világrészből ismeretes, vagy pedig kettőnél több világrészben tenyészik, de van néhány olyan is, a melyet még eddig Délamerikán kívül csupán egy másik világrészből ismerünk s ezek a következők:

1. Észak- és Délamerika.

Euglypha brachiata LEIDY.

2. Európa- és Délamerika.

Clathrulina Cienkowskii MER.	Stylochrysalis parasita STEIN.
Peridinium umbonatum STEIN.	5 Colatium vesiculosum EHRB.
Uroglena volvox EHRB.	Colatium arbuscula STEIN.

Eutreptia viridis PERTY.  
Colponema loxodes STEIN.  
Prorodon ovum (EHRB.)

<sup>10</sup> Epistylis articulata FROM.  
" brevipes CLAP. et LACHM.

Igen természetesen egyáltalán nem tekinthető kizártnak az, hogy az épen felsorolt fajokat a további vizsgálatok során más világrészekben is meg fogják találni, sőt ez majdnem bizonyosnak tekinthető. Épen így valószínű az is, hogy az ez idő szerint csupán Paraguay faunájából ismert fajok is nem sokára előkerülnek Délamerika más területeiről, sőt esetleg más világrészekből is.

Ha összegezzük a Paraguay mikrofaunájából megfigyelt fajok számát a más bűvároktól más délamerikai területekről feljegyzettekével, kitűnik, hogy Délamerika faunájából ez idő szerint 166 Protozoa-faj ismeretes, a mi aránylag tekintélyes összegnek mondható.

## II. HYDROIDEA.

E csoportnak feljegyzett két faja, névszerint a *Hydra fusca* és *Hydra viridis* Délamerikából eddig még ismeretlen volt, de kozmopolitának tekinthető.

## III. NEMATODA.

A megfigyelt 20 faj közül csupán 3 van olyan, a mely Paraguay területén kívül egyébképpen is ismeretes, névszerint a *Monhystera paludicola* d'MAN, a *Trilobus gracilis* BAST. és a *Dorylaimus stagnalis* DUJ. E három faj közül a két első még eddig csupán Európából volt ismeretes, míg az utolsó jóformán kozmopolitának tekinthető. Délamerikából különben ez ideig csupán 3 Nematoda-fajt jegyeztek volt fel, névszerint a *Dorylaimus Giardi* CERTT, *Eubostriehus Guernei* CERT. és *Dorylaimus superbus* d'MAN-t.

## IV. NEMATORHYNCHA.

A Paraguay faunájából feljegyzett fajok között találunk olyanokat, a melyek Délamerikán kívül más világrészekből is ismeretesek, de aztán találunk olyanokat is, még pedig túlnyomó



számmal, a melyeket még eddig csak Délamerikából irtak le. E tekintetből a megfigyelt fajok a következőleg oszlanak meg:

1. *Csupán Paraguayból ismert fajok.*

Ichthydium crassum n. sp.	5	Chætonotus erinaceus n. sp.
Lepidoderma elongatum n. sp.		“ heterochaetus n. sp.
Chætonotus pusillus n. sp.		Gossea fasciculata n. sp.
“ dubius n. sp.	8	“ pauciseta n. sp.

2. *Más világrészekből is ismert fajok.*

Chætonotus hystrix METSCH. Európa.

“ similis (ZELIN). Európa, Északamerika.

Az első csoportban felsorolt fajok ez ideig Paraguay és általában Délamerika faunájára jellemzőeknek tekinthetők, de azért természetesen nincs kizárva annak lehetősége, hogy a későbbi idevonatkozó bűvárlatok során más világrészekből ismeretesek lesznek, annyiival is inkább, mert a csoport nagy földrajzi elterjedése mellett az utolsó csoportba sorolt fajok is tanuskodnak.

V. ROTATORIA.

A megfigyelt fajok Paraguayban s illetőleg Délamerikában való előfordulásuk tekintetéből méltatva, három csoportba oszthatók, nevezetesen: 1. olyanokra, a melyek Délamerikából már korábban ismeretesek voltak; 2. olyanokra, a melyek még eddig Délamerikából ismeretesek nem voltak és 3. olyanokra, a melyek még eddig csupán Paraguayból ismeretesek. Ilyenformán csoportosítva a felsorolt fajokat, azok a következőleg oszlanak meg:

1. *Délamerikából korábban ismert fajok.*

Philodina roseola EHRB.	“	cornuta EYF.
Rotifer vulgaris EHRB.	“	elongata GOSSE.
Asplanchnopus myrmeleo (EHRB.)	10	“ scipio GOSSE.
Diglena catellina EHRB.		Euchlanis dilatata EHRB.
5 Anuraea aculeata EHRB.		“ deflexa GOSSE.
“ cochlearis GOSSE.		Cathypna luna EHRB.
Mastigocerca bicornis EHRB.		Colurus deflexus EHRB.

- |    |                                  |                                       |
|----|----------------------------------|---------------------------------------|
| 15 | <i>Lepadella ovalis</i> EHRB.    | <i>Brachionus Bakeri</i> EHRB.        |
|    | <i>Pterodina patina</i> EHRB.    | <i>Triarthra longiseta</i> EHRB.      |
|    | <i>Noteus quadricornis</i> EHRB. | 20 <i>Polyarthra platyptera</i> EHRB. |

Ha a felsorolt fajok számát egybe vetjük a Paraguayból feljegyzett fajok összes számával (79), azt találjuk, hogy az egész összegnek csupán  $\frac{1}{4}$ -e olyan, a melyet a korábbi bűvárok más délamerikai termőhelyekről már korábban feljegyeztek.

2. Délamerikából korábban nem ismert fajok.

- |    |   |                                       |
|----|---|---------------------------------------|
|    | <i>Rotifer macrurus</i> EHRB.           | 30 <i>Scaridium longicaudum</i> EHRB. |
|    | “ <i>tardus</i> EHRB.                   | “ <i>eudactylosum</i> Gosse.          |
|    | “ <i>macroceros</i> Gosse.              | <i>Diaschiza caeca</i> Gosse.         |
|    | <i>Actinurus neptunius</i> EHRB.        | “ <i>gibba</i> (EHRB.)                |
| 5  | <i>Asplanchna Brightwelli</i> Gosse.    | “ <i>lacinulata</i> (O. F. M.)        |
|    | <i>Melicerta ringens</i> EHRB.          | 35 “ <i>valga</i> Gosse.              |
|    | <i>Limnias annulatus</i> EHRB.          | <i>Salpina brevispina</i> EHRB.       |
|    | <i>Cephalosiphon limnias</i> EHRB.      | “ <i>eustala</i> Gosse.               |
|    | <i>Megalotrocha spinosa</i> THORPE.     | “ <i>macracantha</i> Gosse.           |
| 10 | <i>Conochilus volvox</i> EHRB.          | “ <i>spinigera</i> EHRB.              |
|    | <i>Synchaeta pectinata</i> EHRB.        | 40 <i>Enchlanis triquetra</i> EHRB.   |
|    | “ <i>oblonga</i> EHRB.                  | <i>Distyla Ludwigi</i> ECKST.         |
|    | <i>Pleurotrocha gibba</i> EHRB.         | <i>Cathypna leontina</i> TURN.        |
|    | <i>Copeus centrurus</i> (EHRB.)         | “ <i>appendiculata</i> LEV.           |
| 15 | “ <i>cerberus</i> Gosse.                | <i>Monostyla bulla</i> Gosse.         |
|    | <i>Proales felis</i> (EHRB.)            | 45 “ <i>lunaris</i> EHRB.             |
|    | <i>Furcularia aequalis</i> EHRB.        | “ <i>quadridentata</i> EHRB.          |
|    | “ <i>forficula</i> EHRB.                | <i>Colurus uncinatus</i> EHRB.        |
|    | “ <i>longiseta</i> EHRB.                | <i>Metopidia acuminata</i> EHRB.      |
| 20 | “ <i>micropus</i> Gosse.                | “ <i>lepadella</i> EHRB.              |
|    | <i>Diglena forcipata</i> EHRB.          | 50 “ <i>solida</i> EHRB.              |
|    | “ <i>grandis</i> EHRB.                  | <i>Pterodina mucronata</i> Gosse.     |
|    | <i>Anuraea curvicornis</i> EHRB.        | <i>Noteus militaris</i> (EHRB.)       |
|    | <i>Mastigocera carinata</i> EHRB.       | <i>Brachionus caudatus</i> BAR DAD.   |
| 25 | <i>Rattulus bicornis</i> WESTERN.       | “ <i>mirabilis</i> DAD.               |
|    | “ <i>tigris</i> (O. F. M.)              | 55 “ <i>angularis</i> Gosse.          |
|    | <i>Cælopus tenuior</i> Gosse.           | “ <i>urceolaris</i> EHRB.             |
|    | <i>Dinocharis subquadratus</i> (PERTY). | 57 <i>Diarthra monostyla</i> DAD.     |
|    | “ <i>pocillum</i> EHRB.                 |                                       |

E jegyzék adatai szerint a Paraguay faunájából tőlem megfigyelt fajok összes számának majdnem  $\frac{3}{4}$ -e Délamerika faunájából eddig még ismeretlen volt.

## 3. Még eddig csak Paraguay faunájából ismert fajok.

Cathypna biloba n. sp.

Brachionus mirus n. sp.

" incisa n. sp.

A felsorolt 3 új fajhoz csatlakozik még a következő 4 új varietas is: *Cathypna leontina* v. *bisinuata* n. var.; *Noteus quadricornis* v. *brevispinus* n. var.; *Noteus militaris* v. *macracanthus* n. var. és *Brachionus Bakeri* v. *cornutus* n. var.

Az első csoportba tartozó fajok legnagyobb része vagy valódi kozmopolita, illetőleg minden világrészből ismeretes, vagy pedig kettőnél több világrészben tenyészik; de van néhány olyan is, a melyet még eddig Délamerikán kívül csupán egy másik világrészből ismerünk. Ilyenek a *Cathypna appendiculata* LEV. és *Pterodina mucronata* GOSSE, melyek még csak Európából, a *Brachionus caudatus* BAR. DAD., a mely csak Kisázsziából s a *Brachionus mirabilis* DAD. és *Diarthra monostyla* DAD., a melyek csak Ujguineából ismeretesek. Az utóbbi két faj azért is érdekes, mert ezek mintegy összekötő kapcsolatot alkotnak Délamerika és Ujguinea *Rotatoria*-faunája között.

Ha összegezzük a Paraguay mikrofaunájából megfigyelt fajok számát a más bűvároktól más délamerikai termőhelyekről felsoroltakéval, kitűnik, hogy Délamerika faunájából ez idő szerint 160 *Rotatoria*-faj ismeretes, a mi tekintélyes szám ugyan, de bizonyára nem végleges.

## VI. COPEPODA.

E rendnek Paraguay faunájából megfigyelt fajai zoogeographiai tekintetből három csoportba oszthatók, nevezetesen vannak 1. olyanok, a melyek még eddig csupán paraguayi termőhelyekről ismeretesek; 2. vannak olyanok, a melyek Paraguay területén kívül csupán más délamerikai területekről ismeretesek s végre 3. vannak olyanok, a melyek Paraguay s illetőleg Délamerika más területein kívül más világrészekből is ismeretesek. Ilyenformán csoportosítva a fajokat, azok a következőleg oszlanak meg:

## 1. Még eddig csupán Paraguayból ismert fajok.

Diaptomus Anisitsi n. sp.

" falcifer n. sp.

Tehát a megfigyelt 22 *Copepoda*-fajnak csupán  $\frac{1}{11}$ -ed része olyan, a melyet még ez idő szerint Paraguay faunája saját fajának mondhatunk.

## 2. Délamerika más területeiről is ismert fajok.

Cyclops anceps RICH.

Cyclops spinifer DAD.

" mendocinus WIERZ.

" Diaptomus conifer Sars G. O.

E jegyzék négy faja tehát ez idő szerint specialis délamerikai-nak tekinthető.

## 3. Délamerikán kívül más világrészekből is ismeretes fajok.

Cyclops fimbriatus FISCH.

Cyclops Leuckarti CLS.

" phaleratus FISCH.

10 " oithonoides Sars.

" prasinus FISCH.

" strenuus FISCH.

" varicans Sars.

" fuscus (Jur.)

5 " macrurus Sars.

Canthocamptus northumbicus

" serrulatus Ck. L.

BRAD.

" albidus (Jur.)

" trispinosus BRAD.

" Dybowskyi LAND.

" bidens SCHMEIL.

A felsorolt 15 faj között találkozik néhány olyan, a melyet Délamerika más területeiről még eddig senki sem jegyzett fel s ezek a következők :

Cyclops varicans Sars.

Cyclops fuscus (Jur.)

" Dybowskyi LAND.

5 Canthocamptus bidens SCHMEIL.

" strenuus FISCH.

E fajok némelyike jóformán általános földrajzi elterjedéssel bír, mint a *Cyclops strenuus* és *fuscus*, míg a többi, különösen pedig a *Canthocamptus bidens* SCHM. még eddig csupán Európából volt ismeretes.

A mi már most Paraguay *Copepoda*-faunájának Délamerika többi területeihez való viszonyát illeti, mint tényeket a következőket állapíthatjuk meg:

1. Paraguay faunájában, eltekintve az alább következő 7 fajtól:

<i>Cyclops varicans</i> Sars.	5 <i>Canthocamptus bidens</i> Schweit.
" <i>Dybowskyi</i> Lande.	<i>Diaptomus falcifer</i> n. sp.
" <i>strenuus</i> Fisch.	" <i>Anisitsi</i> n. sp.
" <i>fuscus</i> (Jur.)	

nem találkozunk több olyan, a mely Délamerika más területeiről is ismeretes ne lenne, de nem kételkedhetünk a felől, hogy ezek nem jellemezhetik Paraguay faunáját Délamerika többi területeivel szemben, mert feltehető, hogy későbbi vizsgálatok során egyébként is elő fognak kerülni, főleg a *Cyclops*-fajok.

2. A *Boeckella*- és *Pseudoboeckella*-genusok fajainak Paraguay faunájából való teljes hiánya szembeszökően jellemző Délamerika többi eddig átkutatott területeivel szemben, annyiival is inkább, mert a rendelkezésemre állott nagyszámú termőhelyről származó vizsgálati anyagra való tekintettel alig tehető fel, hogy a további vizsgálatok e genusok fajainak valamelyikét Paraguay faunájából felmutathassák. E feltűnő jelenségnek magyarázatát pedig, kerülve a különböző és többé-kevésbbé valószínűeknek látszó fejtegetéseket, röviden kifejezve Paraguay természeti viszonyaiban kell keresnünk.

Végül megemlíthetem azt, hogy a tőlem megfigyelt fajokkal együtt Délamerika mikrofaunájából ez idő szerint összesen 55 *Copepoda*-fajt ismerünk, a melyek családonként következőleg oszlanak meg: *Cyclopidae* 22, *Harpacticidae* 8. *Centropagidae* 25.

## VII. CLADOCERA.

A Paraguay mikrofaunájából megfigyelt fajok elterjedésük tekintetében első sorban is két nagy csoportra oszthatók, nevezetesen: 1. olyanokra, a melyek Délamerikából már korábban ismeretesek voltak és 2. olyanokra, a melyek még eddig Délamerikából ismeretesek nem voltak. Ilyenformán csoportosítva a megfigyelt fajok következőleg oszlanak meg:

## 1. Délamerikából korábban ismert fajok.

Chydorus sphaericus (O. F. M.)	Leydigia acanthocercoides (Fisch.)
" Poppei Rich.	Camptocercus australis Sars.
" Barroisi (Rich.)	25 Iliocryptus Halyi Brady.
Pleuroxus scopulifer (Ekm.)	" sordidus Liev.
5 Pleuroxus similis Váv.	Grimaldina Brazzai Rich.
" ternispinosus Ekm.	Macrothrix elegans Sars.
Alonella chlatratula Sars.	" laticornis (O. F. M.)
" dentifera Sars.	30 Bosminella Anisitsi Dad.
" karua (King.)	Moinodopnia Macleayi (King.)
10 " nitidula Sars.	Scapholeberis aurita (Fisch.)
" globulosa (Dad.)	" mucronata (O. F. M.)
Dadaya macrops (Dad.)	Ceriodaphnia Rigaudi Rich.
Dunhevedia odontoplax Sars.	35 " Silvestrii Dad.
Alona affinis Leid.	" reticulata (Jur.)
15 " Cambouei Gr. Rich.	Simocephalus Iheringi Rich.
" glabra Sars.	" capensis Sars.
" guttata Sars.	" vetulus (O. F. M.)
" intermedia Sars.	40 Daphnia pulex d. Geer.
" monacantha Sars.	" obtusa Kurz.
20 " rectangula Sars.	Diaphanosoma brevireme Sars.
Pseudalona latissima (Kurz.)	" Sarsi Rich.
" longirostris (Dad.)	

Ha a felsorolt fajok számát egybevetjük a Paraguayból feljegyzett fajok számával (72), azt találjuk, hogy az egész összegnek közel  $\frac{2}{3}$ -a olyan, a melyet a korábbi búvárok más dél-amerikai termőhelyekről már korábban feljegyeztek.

## 2. Délamerikából korábban nem ismert fajok.

Chydorus flavescens n. sp.	Leydigia parva n. sp.
" hybridus n. sp.	Leydigiopsis ornata sp.
" ventricosus Dad.	Acroperus harpæ Baird.
Alonella punctata (Dad.)	15 Iliocryptus verrucosus n. sp.
5 Leptorhynchus dentifer n. sp.	Macrothrix gibbera n. sp.
" rostratus (C. K.)	Bosmina longirostris (O. F. M.)
Alona anodonta n. sp.	" macrostyla n. sp.
" fasciculata n. sp.	" tenuirostris n. sp.
Euryalona tenuicaudis (Sars.)	20 Moina ciliata n. sp.
10 " fasciculata n. sp.	Moinodaphnia reticulata n. sp.
" orientalis (Dad.)	Scapholeberis erinaceus Dad.

Ceriodaphnia corunta Sars.	" fasciculata n. sp.
Daphnia curvirostris Eyl.	Parasida ramosa Dad.
25 Diaphanosomabrachyurum(Liév).	29 Parasida variabilis Dad.
Latonopsis breviremis n. sp.	

E jegyzék adatai szerint a Paraguay faunájából megfigyelt fajok összes számának  $\frac{1}{3}$ -ánál kevéssel több az olyan, a mely Délamerikából eddig még ismeretlen volt.

Ha már most a megfigyelt fajokat általános zoogeographiai tekintetből méltatjuk figyelemre, azt fogjuk találni, hogy egy részök Délamerikán kívül egy vagy több más világrészből is, míg más részük csupán Délamerikából ismeretes. E tekintetből különben a fajok következőleg oszlanak meg:

1. Délamerikából és más világrészekből is ismeretes fajok.

Chydorus Barroisi Rich.	Camptocercus australis Sars.
" ventricosus Dad.	Iliocryptus Halyi Brady.
" sphaericus (O. F. M.)	25 " sordidus Liév.
Pleuroxis scopulifer (Ekm.)	Grimaldina Brazzai Rich.
5 Alonella chlatratula Sars.	Macrothrix laticornis (O. F. M.)
" punctata (Dad.)	Rosmina longirostris (O. F. M.)
" karua (King.)	Moinodaphnia Macleayi (King.)
" globulosa (Dad.)	30 Scapholeberis aurita (Fisch.)
Dadaya macrops (Dad.)	" erinaceus Dad.
10 Dunhevedia odontoplax Sars.	" mucronata (O. F. M.)
Leptorhynchus rostratus (C. K.)	Ceriodaphnia cornuta Sars.
Alona affinis Leyd.	" Rigaudi Rich.
" Cambouei Gr. Rich.	35 " reticulata (Jur.)
" guttata Sars.	Simocephalus capensis Sars.
15 " intermedia Sars.	" vetulus (O. F. M.)
" rectangula Sars.	Daphnia pulex d. Geer.
Eurylona tenuicaudis (Sars.)	" obtusa Kurz.
" orientalis (Dad.)	40 " curvirostris Eylm.
Pseudalona latissima (Kurz.)	Diaphanosoma brachyurum
20 " longirostris (Dad.)	(Liév).
Aceroperus harpæ Baird.	42 " Sarsi Rich.

Ezek szerint a Paraguay faunájából feljegyzett fajoknak nem egészen  $\frac{2}{3}$ -a, illetőleg  $\frac{4}{7}$ -e Délamerikán kívül még más világrészekből is ismeretes s ezeknek legnagyobb része vagy kozmopolita, vagy pedig Délamerikán kívül még csak egy világrész-

ből jegyezték fel. Az utóbbi csoportba a következő fajok sorakoznak:

- Chydorus ventricosus* DAD. Asia (Ceylon), Délamerika.  
*Pleuroxus scopulifer* (EKM.). Europa (Hungaria), Délamerika.  
*Alonella punctata* (DAD.). Asia (Ceylon), Délamerika.  
*Alonella globulosa* (DAD.). Asia (Ceylon), Délamerika.  
 5 *Dadaya macrops* (DAD.). Asia (Ceylon) Délamerika.  
*Alona Cambouei* Gr. RICH. Afrika, Délamerika.  
*Euryalona orientalis* (DAD.). Asia (Ceylon), Délamerika.  
*Pseudalona longirostris* (DAD.). Asia (Ceylon), Délamerika.  
*Camptocercus australis* Sars. Australia, Délamerika.  
 10 *Simocephalus capensis* Sars. Afrika, Délamerika.

Eme 10 fajt ez idő szerint a déli félgömb s illetőleg a melegebb éghajlat lakóinak tekinthetjük, de természetesen nincsen kizárva annak lehetősége, hogy más világrészekből is megtalálják.

2. Még eddig csak Délamerikából ismert fajok.

- |                                      |                                       |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| <i>Chydorus flavescens</i> n. sp.    | <i>Iliocryptus verrucosus</i> n. sp.  |
| “ <i>hybridus</i> n. sp.             | <i>Macrothrix elegans</i> Sars.       |
| “ <i>Poppei</i> RICH.                | “ <i>gibbera</i> n. sp.               |
| <i>Pleuroxus similis</i> Vav.        | <i>Bosmina tenuirostris</i> n. sp.    |
| 5 “ <i>ternispinosus</i> EKM.        | 20 “ <i>macrostyla</i> n. sp.         |
| <i>Alonella dentifera</i> Sars.      | <i>Bosminella Anisitsi</i> DAD.       |
| “ <i>nitidula</i> Sars.              | <i>Moina ciliata</i> n. sp.           |
| <i>Leptorhynchus dentifer</i> n. sp. | <i>Moinodaphnia reticulata</i> n. sp. |
| <i>Alona glabra</i> Sars.            | <i>Ceriodaphnia Silvestrii</i> DAD.   |
| 10 “ <i>anodonta</i> n. sp.          | 25 <i>Simocephalis Iheringi</i> VICH. |
| “ <i>monacantha</i> Sars.            | <i>Diaphanosoma brevireme</i> Sars.   |
| “ <i>fasciculata</i> n. sp.          | <i>Latonopsis breviremis</i> n. sp.   |
| <i>Euryalona fasciculata</i> n. sp.  | “ <i>fasciculata</i> n. sp.           |
| <i>Leydigia parva</i> n. sp.         | <i>Parasida ramosa</i> DAD.           |
| 15 <i>Leidigiopsis ornata</i> n. sp. | 30 “ <i>variabilis</i> DAD.           |

Ezek szerint a Paraguayból megfigyelt *Gladocera*-fajok 1/3-ánál több, s illetőleg 3/7-e olyan, a mely még eddig csupán Délamerikából, részint Paraguay, részint más tartományok területeiről ismeretes. Az első csoportba tartoznak az új-, a másodikba a már korábban leírt fajok.

Ha a Paraguay mikrofaunájából felsorolt fajok számát



hozzáadjuk a más bűvároktól Délamerika más területeiről feljegyzett fajok számához, úgy azt találjuk, hogy Délamerikából, a varietásokkal együtt összesen 128 *Cladocera*-t ismerünk ez idő szerint s ezek közül jellemzően sok faj képviseli a *Macrothrix*-genust, a mely mellé a fajok sokasága tekintetéből még a következő genusok sorakoznak: *Alonella*; *Alona*; *Chydorus*; *Ceriodaphnia*.

#### VIII. BRANCHIOPODA.

Tekintettel arra, hogy a rendelkezésemre állott igen gazdag plankton anyagban csupán egy *Branchiopoda*-fajt, névszerint az *Estheria Hyslopi*-t sikerült megtalálnom, jóformán azt mondhatom, hogy Paraguay mikrofaunája e tekintetben igen szegény. E faj különben Délamerikából még eddig ismeretlen volt és egyedüli termőhelye Paraguayon kívül Nagpur és Ceylon Délázsiaiban.

És hogy Paraguay mikrofaunájában nem sok *Branchiopoda* tenyészhetik, talán eléggé illusztrálja az a körülmény, hogy Délamerikából ez ideig csak 7 faj ismeretes, névszerint a következők: *Branchinecta Iheringi* LILL., *Branchinecta granulosa* DAD., *Branchipus cervicornis* WERNER, *Eulimnadia brasiliensis* SARS; *Estheria brasiliensis* BAIRD., *Limnetis rotundirostris* DAD., *Limnadia antillarum* BAIRD.

#### IX. OSTRACODA.

A Paraguay mikrofaunájából megfigyelt *Ostracoda*-fajok földrajzi elterjedésük és Délamerikában való előfordulásuk tekintetében három csoportba oszthatók; nevezetesen vannak 1. olyanok, a melyek Délamerikán kívül más világrészekből is; 2. olyanok, a melyek Délamerikából korábban is, és 3. olyanok, a melyek Délamerikából ez ideig még nem voltak ismeretesek. Ilyenformán csoportosítva a fajokat, azok a következőleg oszlanak meg:

##### 1. Délamerikán kívül más világrészekből is ismeretes fajok.

*Eucypris bennelong* (KING.)  
*Cypridopsis yallahensis* (BAIRD.)

*Cypridopsis vidua* (O. F. M.)  
*Cypria ophthalmica* (JUR.)

Ezek szerint a Paraguayból s illetőleg Délamerikából ismert fajoknak elenyészően csekély része ismeretes más világrészekből is.

2. Délamerikából korábban ismert fajok.

Eucypris bicuspis (CLs.)	Eucypris limbata (WIERZ.)
" mutica (SARS.)	" mucronata (SARS.)
" nobilis (SARS.)	Cypridopsis flavescens SARS.
" variegata (SARS.)	" obscura SARS.
5 " Iheringi (SARS.)	10 Cypria pellucida SARS.

Tehát a Paraguayban megfigyelt fajok összes számának majdnem fele más délamerikai termőhelyekről és korábban is ismeretes volt.

3. Még eddig csak Paraguayból ismert fajok.

Eucypris areguensis n. sp.	5 Candonopsis Anisitsi n. sp.
" Anisitsi n. sp.	Candona parva n. sp.
" tenuis n. sp.	Eucandona cyproides n. sp.
Cypria denticulata n. sp.	8 Cytheridella Ilosvayi n. sp.

E jegyzék adatai szerint a Paraguay faunájában tölem megfigyelt fajok számának felénél valamivel kevesebb még ez ideig Délamerika más területeiről nem ismeretes.

A Paraguay faunájából tölem megfigyelt fajokat a más búvároktól más délamerikai területekről feljegyzettekkel összegezve, azt találjuk, hogy Délamerikából ez idő szerint 59 *Ostracoda*-fajt ismerünk s ezek között legtöbb képviselője van az *Eucypris*-, *Potamocypris*- és *Cypridopsis*-genusoknak.]

X. TARDIGRADA.

E csoportnak Délamerikából még eddig egyetlen képviselője sem volt ismeretes. A tölem megfigyelt egyetlen faj, a *Macrobiotus macronyx* a kozmopolita fajok közé sorolható.

## XI. HYDRACHNIDAE.

A Paraguay faunájából ismertetett 28 *Hydrachnida*-faj a más világrészekben is tenyésző *Diplodontus despiciens* (O. F. M.) kivételével ez ideig csupán Délamerikából, illetőleg csupán Paraguay területéről ismeretes.

Összegezve a Paraguayból felsorolt fajok számát a más bűvároktól más délamerikai területekről feljegyzettekével, azt találjuk, hogy Délamerika faunájából ez idő szerint 51 faj *Hydrachnida*-t ismerünk, nem számítva ide pár fajnak *Ribaga C.*-től megkülönböztetett varietását. A fajok megoszlása tekintetében ez idő szerint Paraguay áll első helyen 28 fajjal, utána következik Brazília 12 és Argentína 7 fajjal.

A Délamerikából ez ideig feljegyzett fajok között csupán a *Diplodontus despiciens* (O. F. M.), *Piona rotunda* (Kr.) és *Atax figuralis* C. K. az olyan, a mely Délamerikán kívül más világrészekből is ismeretes, míg a többi 48 faj még ez eddig speciális délamerikai fajnak tekintendő. Különben az eddig talált genusok között fajokban leggazdagabb az *Eulais*, az *Arrhenurus*, a *Limnesia* és az *Atax* genus, míg az Európában számos fajjal képviselt *Piona* (Curvipes) és *Hydryphantes* genusoknak csupán 1—2 faja mutatható ki Délamerikából. A többi genusok közül, eltekintve az újaktól s a *Ribaga C.*-féle *Arrhenurella*-tól, különösebben a *Koenikea* WOLL. genus érdemel figyelmet, a mennyiben ennek fajai még eddig csupán Észak- és Délamerikából ismertek.

A felől, hogy a Délamerikából ez idő szerint ismert *Hydrachnida*-fajok milyen elterjedéssel bírnak az egyes területeken, a korlátozott számú vizsgálatok miatt határozott képet nem alkothunk és nem jelölhetők meg érvényesen az egyes területekre jellemző fajok sem.

Befejezésül konstatálhatom, hogy a W. MICHAELSEN-től tanulmányozott *Oligochaeták* és illetőleg *Naiadák* fajait is ide számítva, Délamerika édes vizi mikrofaunájából ez idő szerint 597+ fajt ismerünk.

## A KÉTMÉRETŰ SOKASÁGOK INTRINSECA GEOMETRIÁJÁHOZ.

SCHLESINGER LAJOS 1. tagtól.

Az *absolut geometria* rendszerét egyetemi előadásaimban <sup>1</sup> akkép tárgyalom, hogy abból a kétezer éves tapasztalattal igazolt tényből indulok ki, a mely szerint az EUKLIDESI geometria rendszere a szemléletnek hozzáférhető határokon belül a térbeli geometriai viszonyok leírására alkalmasnak bizonyult. Mivel azonban e rendszer oly állításokon is nyugszik, a melyeknek igaz vagy nem igaz voltára nézve a véges térrészre megszorított szemlélet útján nem tudunk döntené — nevezetesen az egyenes végtelen hosszúsága és a parallelák axiomája —, annak a legáltalánosabb geometriai rendszernek a fölállítását tűzöm ki célul, a mely a véges térrészben szerezhető tapasztalatokkal egyezik, s mely tehát az EUKLIDESI rendszert szükségképen magában foglalja. Ez általános rendszer fölállításánál a végesben észlelt viszonyokról a végtelen nagyra következtetve, a priori nyilvánvaló, hogy e rendszer *tetszőleges állandót* foglaland magában.<sup>1</sup> E rendszert az absolut geometria rendszerének nevezhetjük, mivel annak, a mit BOLYAI JÁNOS az Appendixben e névvel jelöl, csak oly irányban való általánosításában áll, hogy az egyenesnek BOLYAITól postulált végtelen volta nem lesz föltételezve, úgy hogy a mi általános rendszerünk a BOLYAI rendszeren kívül még az úgynevezett RIEMANN-félt is felöleli, más szóval, a mi absolut rendszerünkben az a tetszőleges állandó, melyet BOLYAI *i*-vel jelöl, s

<sup>1</sup> Először az 1901—2. tanévben, másodizben a folyó tanévben.

<sup>2</sup> V. ö. BOLYAI-beszédemet, Math. és Phys. Lapok, XII, 1903, p. 72.

mely nála valós szám, képzetes is lehet. E felfogásomra azért fektetek bizonyos súlyt, a mennyiben így csak *egy* geometriai rendszer adódik, a melyben ugyan a bizonyos határokon *túl* fel-lépő viszonyok a tetszőleges állandó értékétől függnnek, de a mely e határokon *belül* emez állandó értékétől függetlenül, a tapasztalattal megegyező viszonyokat mutat.

Megjegyzem, hogy azok a megfontolások, a melyek a különböző axiómák csoportjainak és az egyes csoportokon belül az egyes axiómák egymáshoz való viszonyainak a kiderítését célozzák, a mi vizsgálatainkból ki vannak zárva, a mennyiben abszolút rendszerünket úgy értelmezzük,<sup>1</sup> hogy:

1. a végtelen kicsinyben az EUKLIDESI rendszer jellegével birjon, a mely utóbbi rendszert kész egésznek tekintjük, és hogy

2. minden szerkesztés minden pontból kiindulólág ugyan-azon módon legyen elvégezhető;

ily módon az EUKLIDESI rendszer azon föltevéseit, a melyek a végtelen távoli viszonyokról szólnak, elejtettük, a többit pedig megtartottuk.

Vizsgálatunkban teljesen RIEMANNHOZ csatlakozva, a tért mint egy általános  $n$ -méretű számsokaság különös esetét tekintjük, és mindenekelőtt azoknak az  $n$ -méretű számsokaságoknak az elméletét fejtjük ki, a melyek az 1. értelmében a végtelen kicsinyben az EUKLIDESI sokaságok jellegével birnak. Minthogy azonban<sup>2</sup> az ilyen  $n$ -méretű sokaságok elmélete  $n > 2$ -re a bennök foglalt kétméretű sokaságok elméletére visszavezethetőnek bizonyul, tárgyalásunkat a kétméretű sokaságok elméletén kezdjük. Ez utóbbi sokaságokat pedig csakis *belső* viszonyaikra nézve akarván vizsgálni, a kifejtendő elméletet e sokaságok *intrinseca geometriájának*<sup>3</sup> mondjuk. A következő referatumban csak a főbb szempontokat és a gondolatmenet vázlatát adom, de bátor leszek egynéhány részletet külön kiemelni, a melyeket vagy módszertani, vagy egyéb tekintetben arra érdemesnek tartok.

<sup>1</sup> RIEMANN: Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen, Werke p. 279, 280, 282.

<sup>2</sup> Lásd RIEMANN id. h. p. 280.

<sup>3</sup> V. ö. VOSS: Encyklopädie etc. III. 3, p. 363. Egynéhány olasz geometra a *geometria intrinseca* elnevezés alatt mást ért.

1. A  $\Sigma$  EUKLIDESI sík jellege abban áll, hogy a hozzá tartozó ívelemnek négyzete,  $d\sigma^2$ , alkalmas  $(x, y)$  coordinátarendszerben a coordinatadifferenciáloknak állandó coefficiensű, positiv, definit quadratikussal állítható elő. Az oly kétméretű  $M_2$  sokaság, mely minden regularis pontjának végtelen kis környezetében EUKLIDESI sík jellegével bír, tehát olyan, hogy benne az ívelem négyzete  $ds^2$  a  $(p, q)$  coordinátarendszerben

$$ds^2 = E dp^2 + 2F dp dq + G dq^2$$

alakkal bír, a hol  $E, F, G$  a  $p, q$  coordináták bizonyos tartományán belül értelmezett folytonos függvényei, a melyekre nézve áll, hogy  $EG - F^2 > 0$ . Az  $M_2$ -nek e tulajdonsága *geometriai*, a mennyiben a coordináták transformálásánál

$$\begin{cases} p = f(u, v), \\ q = g(u, v), \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial u} & \frac{\partial g}{\partial u} \\ \frac{\partial f}{\partial v} & \frac{\partial g}{\partial v} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial u} & \frac{\partial g}{\partial u} \\ \frac{\partial f}{\partial v} & \frac{\partial g}{\partial v} \end{cases} = 0,$$

megmarad. Az  $E, F, G$  függvényekről még azt is föltételezve, hogy  $p, q$  szerint háromszor deriválhatók, az  $M_2$  intrinseca geometriájának a kifejtésénél GAUSS módszereit alkalmazhatjuk. A megejtendő vizsgálatok, a mennyiben *egy* bizonyos sokaságra vonatkoznak, kétfélék, a szerint, a mint csak valamely regularis pont elegendő kicsiny, de véges környezetére (a «kicsinyre»), vagy pedig valamely a  $p, q$  közötti functionális egyenlőtlenségekkel értelmezett tartományra (a «nagyra») vonatkozhatnak; az utóbbi fajta vizsgálatokhoz tartoznak például az *analysis situs* kérdései is. A két vagy több sokaság egymás közötti vonatkoztatásaira nézve foglalkozunk:

I. a *homoeomorphismussal*, a mialatt POINCARÉVAL<sup>1</sup> a legáltalánosabb kölcsönös egyértékű és folytonos vonatkozást értjük (*analysis situs*);

II. a *homoeometriával*, a mi nem egyéb, mint folytonos és conformis leképezés, a mikor tehát a megfelelő ívelemek arányosak;

III. az *isometriával*, a melynél a megfelelő ívelemek azo-

<sup>1</sup> Journal de l'École Polyt. II. sér. I. cah. (1895), v. ö. BOLYAI-értekezésemet, Kolozsvár, 1902.

nosak; az intrinseca geometria szempontjából isometrikus sokaságok, legalább a «nagy»-ban azonosoknak tekintendők.

2. Az  $M_2$ -n a *szöget* akképp értelmezzük, hogy az  $M_2$  ív-elemnégyzetét a

$$ds^2 = \lambda^2(dx^2 + dy^2)$$

alakra hozva, hol  $\lambda$ ,  $x$ ,  $y$  a  $p$ ,  $q$  függvényeit jelentik, két a  $(p_0, q_0)$  ponton átmenő  $C_1$ ,  $C_2$  görbe hajlásszögén azt a szöget értjük, melyet az ezen két görbének a  $d\sigma^2 = dx^2 + dy^2$  ívelemnégyzettel adott EUKLIDESI síkban megfelelő két görbe a  $(p_0, q_0)$ -nak megfelelő pontban alkot. Ez alkalmat ad a *terület-elem* értelmezésére, valamint a három fundamentalis *differentiálparameter* bevezetésére is. A *geodaetikus vonalat* az ívhossz minimalis tulajdonságával értelmezve, eljutunk e vonalak differentiális egyenletéhez általános koordinátarendszerben, azután pedig valamely  $C$  görbe *geodaetikus görbületét*  $\frac{1}{r_g}$ -t mint két végtelen szomszédos *geodaetikus érintő contingentia-szögének* és az ívelemnek a hányadosát értelmezem. Ez értelmezés révén könnyű orthogonális koordinátarendszerben fölláztatni a parameter görbék geodaetikus görbületének kifejezését, a melytől azután a differentiálparameterek segítségével a tetszőleges görbe tetszőleges koordinátarendszerre szóló görbület kifejezéséhez térünk át. Most bevezetjük a GAUSS-féle koordinátákat, a melyekben az ívelemnégyzet

$$ds^2 = dp^2 + m^2 dq^2$$

alakú; ha azután  $L$  egy *zárt görbét* jelent, és  $\vartheta$  az  $L$  görbe valamely pontján áthaladó  $q = \text{const.}$ -görbe hajlásszöge az  $L$ -hez, akkor az  $L$  mentén integrálva a contingentia szöget,  $\frac{ds}{r_g}$ -t, a GREEN-féle tétel alkalmazásával adódik a BONNET formulája \*

$$\int_L \frac{ds}{r_g} + \int_L d\vartheta = \iint_{(L)} \left( -\frac{1}{m} \frac{\partial^2 m}{\partial p^2} \right) d\omega, \quad (1)$$

\* Journal de l'École Polyt. cah. XXXII, v. ö. DARBOUX: Théorie des surfaces III.

a hol  $d\omega$  a terület-elemet jelenti és a bal oldali integrálok kellő irányban az  $L$  mentén, a jobb oldali integrál pedig az  $L$  belsejére veendő. A jobb oldali integrál értelmezi most az  $L$ -től bezárt sokaságrész *curvatura integrálját*, az integrál jel alatti kifejezés pedig a görbület Gauss-féle mértékét a  $d\omega$  terület-elem pontjában. A görbület mértéke  $K$  így egészen természetszerű és pedig *intrinsicus* módon van bevezetve. A geodætikus vonalakból alkotott polygonokra vonatkozó tételek az (1)-ből közvetlenül kiadódnak. Hátra van azonban a  $K$  görbület kifejezésének a levezetése tetszőleges koordinátarendszerben, melyet a következő módon nyerünk.

3. Legyen  $(p, q)$  egy geodætikus polárkoordinátarendszer, akkor az origóból kiinduló geodætikus háromszög *curvatura integráljának* a képletéből kiadódik az  $m$ -nek ismeretes előállítása:

$$m = p - \frac{1}{3!} K_0 p^3 + \varepsilon_4,$$

a hol  $K_0$  a görbület mértékének az értékét az origóban,  $\varepsilon_4$  pedig a  $p$ -ben magasabbrendű tagok összeségét jelenti.

Keressük most az  $M_2$  homöometrikus vonatkozását az oly

$$d\sigma^2 = dx^2 + dy^2$$

ivelenégyszettel adott EUKLIDESI síkkal, a melyre nézve

$$e^{u+\sqrt{-1}v}(dp + \sqrt{-1}mdq) = d(x + \sqrt{-1}y), \quad (2)$$

tehát

$$d\sigma = e^u ds. \quad (3)$$

Az  $u, v$ -re nézve adódik (2)-ből, hogy

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial q} &= -m \frac{\partial v}{\partial p}, \\ \frac{\partial v}{\partial q} &= m \frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial m}{\partial p}, \end{aligned} \quad (4)$$

a  $ds$ -hez tartozó második differenciálparametert  $\Delta_2 \varphi$ -t megalkotva pedig nyerjük, hogy



$$\begin{aligned}\Delta_2\varphi &= \frac{1}{m} \left[ \frac{\partial}{\partial p} \left( m \frac{\partial \varphi}{\partial p} \right) + \frac{\partial}{\partial q} \left( \frac{1}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial q} \right) \right] \\ &= e^{2u} \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right].\end{aligned}$$

A (4) tekintetbe vételével lesz tehát

$$\Delta_2 u = -\frac{1}{m} \frac{\partial^2 m}{\partial p^2} = K = e^{2u} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (5)$$

a mi a  $K$  ismeretes kifejezését isothermikus koordinátákban, és egyszersmind a BELTRAMI-féle formulát<sup>1</sup> is szolgáltatja. Ha általánosán a  $ds$  és  $ds_1$  ívelemű sokaságok homöometrikus vonatkozásban vannak:

$$ds = \varphi \cdot ds_1,$$

akkor a BELTRAMI-féle formulának e két sokaságra való alkalmazásával adódik az általánosabb FROBENIUS-féle egyenlet:<sup>2</sup>

$$-\frac{1}{\varphi^2} K_1 = K - \Delta_2(\log \varphi), \quad (6)$$

a hol  $K_1$  a  $ds_1$  ívelemnek megfelelő görbület mértéke,  $\Delta_2$  pedig, úgy mint előbb, a  $ds$ -hez tartozó második differentiálparameter. Mellékesen megjegyezhetjük, hogy e szerint a

$$ds^2(K - \Delta_2(\log ds))$$

kifejezés mint a homöometrikus vonatkozás *absolut invariánsa* tűnik föl.

A (6) formula alapján a  $K$  kifejezését általános koordináta-rendszerben minden nehézség nélkül származtathatjuk.<sup>3</sup>

4. Mint az (1) alatti képletnek a homöomorphismus elméletére való alkalmazását, fölemlítjük a KRONECKER-DYCK-féle relciónak<sup>4</sup> levezetését. Egyszerűség kedvéért bilaterális zárt sokaságokra szorítkozunk; az ilyen sokaság, ha  $(2p+1)$ -szeresen összefüggő, mindig egy  $(2p+1)$ -szeresen összefüggő zárt  $F'_p$

<sup>1</sup> Mathem. Annalen I, v. ö. FROBENIUS: Crelle Journal 110.

<sup>2</sup> Az id. helyen, p. 29.

<sup>3</sup> Lásd FROBENIUS i. h. p. 30.

<sup>4</sup> V. ö. DYCK: Mathem. Annalen 32.

BOLYAI-féle normálfölülettel homöomorph.<sup>1</sup> Az  $F_p$  fölület  $p+1$  alkalmasan választott retrosectio  $L, L_1, \dots, L_p$  által két egymással össze nem függő  $F^{(1)}, F^{(2)}$  fölületre bomlik, a melyeknek határait a metszetek partjai alkotják. Ha az  $F^{(1)}$ -n és az  $F^{(2)}$ -n külön-külön GAUSS-féle koordinátarendszert vezetünk be, akkor a retrosectiók alkalmas választásánál<sup>2</sup> úgy az  $F^{(1)}$ -n, mint az  $F^{(2)}$ -n lesz:

$$\int_L d\vartheta = 2\pi, \quad \int_{L_k} d\vartheta = -2\pi.$$

( $k=1, 2, \dots, p$ )

Az (1) képletet  $F^{(1)}$  és  $F^{(2)}$ -re alkalmazva kapjuk tehát, hogy

$$\iint_{F^{(1)}} d\omega = \int_{L^{(1)}} \frac{ds}{r_g} + \sum_{k=1}^p \int_{L_k^{(1)}} \frac{ds}{r_g} + 2\pi - p \cdot 2\pi,$$

$$\iint_{F^{(2)}} d\omega = \int_{L^{(2)}} \frac{ds}{r_g} + \sum_{k=1}^p \int_{L_k^{(2)}} \frac{ds}{r_g} + 2\pi - p \cdot 2\pi,$$
(6)

a hol  $L^{(i)}, L_k^{(i)}$  a retrosectiók azon partjait jelentik, a melyek az  $F^{(i)}$  fölület határát alkotják, az integratio  $L^{(i)}, L_k^{(i)}$  mentén pedig oly irányban végzendő, hogy az  $F^{(i)}$  fölület balfelé maradjon ( $i=1, 2$ ). A (6) egyenletek összeadásánál az  $L^{(1)}$  és  $L^{(2)}$ , valamint az  $L_k^{(1)}$  és  $L_k^{(2)}$  mentén vett integrálok egymást lerontják, és lesz

$$\iint_{F^{(1)}+F^{(2)}} Kd\omega = \iint_F Kd\omega = 4\pi(1-p),$$

a mi a KRONECKER-DYCK-féle tétel.<sup>3</sup>

5. Ha az  $M_2$  sokaságot még annak a föltételnek vetjük alá, hogy benne minden szerkesztés a helytől függetlenül legyen elvégezhető (l. fönnt), akkor  $K$ -nak állandó értékkel kell birnia, és az így jellemzett sokaságot nevezzük *absolut síknak*. Ennek

<sup>1</sup> V. ö. BOLYAI-értekezésemet, p. 8.

<sup>2</sup> T. i. hogy az  $L_1, \dots, L_p$  alkalmazása után  $F_p$  még összefüggő, és  $L$  alkalmazásával szétesik.

<sup>3</sup> V. ö. W. BOY: Über die Curvatura integra etc. Inaug. Dissertation, Göttingen 1901, a hol azonban a BONNET-féle tétel nincs fölhasználva.

elméletét az e tárgyra vonatkozó különböző dolgozataimban<sup>1</sup> jelzett elvek szerint adom. Az ívelem RIEMANN-féle alakjából

$$ds^2 = \frac{4(dp^2 + dq^2)}{[c_1 + c_2(p^2 + q^2)]^2}, \quad K = c_1 c_2,$$

kiindulva, vizsgálom a geodætikus vonalakat, az abszolút sík homöometrikus vonatkozását a

$$d\sigma^2 = dp^2 + dq^2$$

ívelemnégyszettel adott EUKLIDESI síkra,<sup>2</sup> valamint az abszolút sík maga-magába való eltolásait. Majd áttérve a BELTRAMI-féle meg a geodætikus polárkoordinátákhoz, kifejtem a trigonometriát s tárgyalom az állandó geodætikus görbületű görbéket (cyklusokat). Ezek átvezetnek a végtelen távoli viszonyok vizsgálatához, a hol  $K$  pozitív, zéró, negatív volta szerint a RIEMANN, EUKLIDES, BOLYAI-féle síkok különválnak. Az eltolásokból alkotott discontinuus csoportok vizsgálata elvezet a véges projectív, a biperiodikus, a FUCHS-féle csoportokhoz, a melyeknek függvénytani jelentése röviden ki lesz fejtve. Különös tárgyalásban részesülnek a BOLYAI-síkbeli *isogramma*-k<sup>3</sup>; minthogy minden  $(2p+1)$ -szeresen összefüggő zárt sokaság  $p$  genusú isogrammára homöometrikusan vonatkoztatható, az isogramma két ilyen sokaság homöometriájának az invariánsait (a RIEMANN-féle osztálymodulusokat) szolgáltatja.

Az átmenetet a három s több dimensiós sokaságokhoz RIEMANN módszerei szerint végzem<sup>4</sup>; a három méretű *abszolút térben* különösen az állandó görbületű felületeket (sphaerákat) vizsgálva, bevezetem azoknak *relatív* görbületét,<sup>5</sup> s tárgyalom a végtelen távoli viszonyokat, a mi ismét a három rendszer különválásával jár. Egynéhány mechanikai alkalmazással zárok.

<sup>1</sup> Crelle Journal, 120, 124, Mathem. és Phys. Lapok X, BOLYAI-értekezés.

<sup>2</sup> POINCARÉ-féle leképezés.

<sup>3</sup> Lásd BOLYAI-értekezésemet, IV. fejezet.

<sup>4</sup> Lásd Werke, p. 279 sq., p. 401 sq.

<sup>5</sup> A felület görbület-mértéke minus a tér görbület-mértéke.

## EPIDOT A VAL DI VIÜBÓL.

TOBORFFY ZOLTÁN-tól.

(III. tábla.)

A jelen kristálytani tanulmány anyaga egy sorozat jól kifejlesztett epidotkristály, a mely a Mont-Cenistől kelet felé vonuló s a Valle d'Alaval majdnem párhuzamos Val di Viüból származik.

Az említett lelőhelyről epidotot eddig nem irtak volt le; legutóbb ZAMBONINI<sup>1</sup> dolgozta fel az innen nem messze fekvő Rocca Rossa (Susa völgy) és Ala völgy epidotjait, a melyek azonban az itt leírtaktól lényegesen különböznek.

A Val di Viüból származó három kézi példány kristályai úgy alakbeli kifejlődés, mint szín tekintetében is három meglehetősen eltérő typus szerint vannak alkotva. Az első fajt világos, majdnem olajsárga, köpezős kristálykák képviselik, világos hagymaszárvölgd diopsid és néhány apró, fehér apitittábla kíséretében, a melyeken a  $c(0001)$ ,  $r(10\bar{1}2)$ ,  $x(10\bar{1}1)$ ,  $s(11\bar{2}1)$ ,  $m(10\bar{1}0)$  és  $a(11\bar{2}0)$  volt kimutatható. A másodiknak hasonló nagyságú egyénei csak valamivel zöldebbek az előbbieknél, de alakilag jelentékenyen eltérnek tőlük; tömör epidoton ülnek, a mely helyenkint chloritot tartalmaz. A harmadik változat inkább megnyult, többnyire egy irányban lapított kristálykákból áll, a melyeknek legnagyobbika mintegy 1·5 cm. hosszú; színük sötét, néha kissé füstös palaczkzöld.

A kristályok mind a három varietásnál teljesen üdék, szabad végükön átlátszók, tövükön azonban többé-kevésbé zavarosak; lapjaikat helyenként vékony, könnyen levakarható, stea-

---

<sup>1</sup> Zeitschr. f. Kryst. u. Min. Bd 37.

tit lágyságú kéreg borítja, a mely a lapok fényét egyáltalán nem támadja meg.

A szabályos, majdnem modellszerű habitus mellett azonban a belszerkezet épen nem homogen, hanem, mint az optikai vizsgálat közben kiderült, interponált lemezekre visszavezethető zonáris rétegzést mutat.

### I. typus.

2—3 mm.-nyi zömök, igen lapdús kristályok, többnyire hibátlan, fényes lapokkal; még a  $[001.100]$  orthodomaöv szokott erős rostozása is csak az  $(101.100)$  és  $(\bar{1}01.\bar{1}00)$  combinatio-élek közvetlen környékére szorítkozik.

Az észlelt formák a következők:<sup>1</sup>

Prizmák:

$z$  (110)  
 $\tau$  (320)  
 $u$  (210)

Véglapok:

$t$  (100)  
 $c$  (001)

Klinodomák:

$r$  (013)  
 $k$  (012)  
 $o$  (011)

Hemipiramisok:

$d$  (111)  
 $\varepsilon$  (113)  
 $m$  (117)\*  
 $g$  (118)  
 $n$  (119)\*  
 $(1.1.19)$   
 $(1.1.25)$   
 $Y$  (214)\*

<sup>1</sup> A betűk GOLDSCHMIDT szerint vannak alkalmazva s a szükséghez képest ujjakkal kiegészítve.

\* Új formák.

$n (\bar{1}11)$  $q (\bar{2}21)$  $x (\bar{3}11)$  $\phi (\bar{1}22)$ 

Orthodomák :

 $e (101)$  $\theta (201)$  $(203)$  $m (102)$  $(11 . 0 . 5)$  $(12 . 0 . 1)$  $(19 . 0 . 50)$  $r (\bar{1}01)$  $i (\bar{1}02)$  $a (\bar{2}01)$  $\sigma (\bar{2}03)$  $R (\bar{1}03)$  $K (\bar{3}02)$  $(\bar{2}5 . 0 . 12)$  $(\bar{7}03)$  $(\bar{5}02)$  $(\bar{1}1 . 0 . 1)$  $(\bar{1}\bar{1} . 0 . 6)$  $(\bar{3}04)$  $(\bar{7} . 0 . 20)$  $(\bar{2}3 . 0 . 50)$  $(\bar{5} . 0 . 3)$ 

A megmért 12 kristály egynéhányának fontosabb szögértékeit a következő táblázat tünteti fel:

		I.	II.	III.	IV.	V.	Calcul.	Differ.
<i>c. t</i>	001.100	64° 49 64° 40	64° 37 64° 34	64° 40 64° 36	64° 37 64° 38	64° 39 64° 43	64° 36	—2'.—+13'
<i>c. r</i>	001.101	63° 25½ 63° 24	63° 38 63° 25	63° 28 —	63° 20½ 63° 29	63° 37 63° 27	63° 42	—21½'.— 5'
<i>c. e</i>	001.101	34° 49 35° 7	34° 54 34° 39½	34° 42 34° 34	34° 44 34° 44	34° 50 34° 44	34° 42	—8'.—+22'
<i>z. t</i>	110.100	55° 4 54° 59	55° — 54° 48	55° 10 54° 55	55° 5 54° 57	55° 2 54° 55	55° —	12'.—+10'
<i>c. d</i>	001.111	52° 28 52° 25	52° 26 52° 27	52° 21 52° 21	52° 23 52° 27	52° 21 52° 20	52° 20	0'.—+8'
<i>c. n</i>	001.111	75° 10½ 75° 8	75° 11 75° —	75° 9 75° 12	75° 18 75° 12	75° 12 75° 10	75° 12	—12'.—+6'
<i>t. ↓</i>	100.122	85° 27½ 85° 26½	85° 47 85° 40	85° 43 85° 33	85° 41 85° 39	85° 32½ 85° 33	85° 38	—11½'.—+9'
<i>c. o</i>	001.011	58° 31 58° 28	58° 46½ 58° 28	58° 31½ 58° 29	58° 33 58° 30	58° 36 58° 32½	58° 29	—1'.—+17½'

A két prizma, a  $z(110)$  és  $\tau(320)$  rendszerint együtt lép fel, de míg az első jelentékeny kifejlődésű, sőt sokszor uralkodó lapokkal szerepel, addig a  $(320)$  inkább csak tompító sáv. Az  $(110)$  felülete nem tökéletesen sima, hanem gyengén érdes és lépcsőzetesen tördelt; a  $(320)$  kifogástalan reflexeket ad s az ortho-diagonális véglappal

$$320.100 = 43^\circ 37' - 43^\circ 41' \text{ obs. és } 43^\circ 35' \text{ calc.}$$

hajlásszöget alkot.

Az  $u(210)$  egy esetben észleltetett

$$210.100 = 33^\circ 47' \text{ obs., } 33^\circ 32' \text{ calc.}$$

hajlással.

A  $c(001)$  és  $l(100)$  sohasem hiányzanak a kristályokról. A  $(001)$  mindenütt jól kifejlett, tökéletesen sík lap, kitűnő reflexek-

kel, a melyeket az elvértve észlelhető néhány keskeny barázda semmikép sem befolyásol.

Már az (100) nagysága ingadozó; a fő véglap szerint táblás — egyébként ritka — kristályoknál nagyobb, mint az (100), máshol ellenben egészen keskeny sáv. Majdnem kivétel nélkül kettős reflexet ad, mintegy 15'-nyi különözettel.

A klinodiagonális véglap,  $b(010)$  még csak nyomokban sem volt észlelhető.

A klinodomák közül  $o(011)$  a legfejlettebb. Néha tökéletesen sima s kitünően tükröz, máskor ellenben a  $(011.110)$  éllel párhuzamosan rostozott s határozatlan reflexű.

Kifejlődés tekintetében nem sokkal marad mögötte, minőségre pedig fölül is múlja a  $k(012)$ , majdnem mindig a 001, 113 és  $\bar{1}11$  közzé ékelt ferde háromszög alakjában, a melynek leghegyesebb csúcsát esetleg a 011 és 111 tompítják le. Reflexei igen jók s hajlásai a számított értéktől alig mutatnak eltérést, a mennyiben

$$ck. 001.012 = 39^\circ 10\frac{1}{2}' - 39^\circ 16' \text{ obs.}, 39^\circ 12' \text{ calc.}$$

Ugyanezt mondhatjuk a két esetben észlelt  $\gamma(013)$ -ról is, a mely fényes, de igen keskeny sávokban jelentkezett. A véglaphoz mért hajlása

$$c. \gamma = 001.013 = 28^\circ 31\frac{1}{2}' - 28^\circ 34' \text{ obs.}, 28^\circ 32' \text{ calc.}$$

A pozitív  $n(\bar{1}11)$  valamennyi megmért kristályon jóval nagyobb terjedelmű a negatív  $d(111)$ -nél, de mig emez fényes és sima, addig a  $(\bar{1}11)$  a  $(100. \bar{1}11)$  éllel párhuzamosan gyéribben vagy sűrűbben rostozott, s tetemes mélységű hosszukás étetési árkokat mutat.

Az  $(111)$ -hez hasonló sajátságú az  $\varepsilon(113)$ , eltekintve attól a két észlelt esettől, a melyben, mint a III. tábla 3. és 4. rajza ábrázolja, a  $(\bar{1}11)$ -gyel egyensúlyt tartva szabja meg a kristály habitusát. Lapjai fényes voltak mellett is nem ritkán tördeltek s karomalakú, a (001) felé lejtő gödrökkel tarkázottak.

Szögértékei ennél fogva meglehetősen ingadozók, úgy hogy

$$c. \varepsilon 001.113 = 28^\circ 15\frac{1}{2}' - 29^\circ 4' \text{ obs.}, 28^\circ 57' \text{ obs.}$$



Az  $m(117)^*$  és  $n(119)^*$  új formák, valamint a  $z(118)$  is, rendkívül keskeny csíkokban jelennek meg a 001 és 113 közt. Még nagyítóval is alig ismerhetők fel s inkább a (001 . 113) él legömbölyödésének látszanak. Az (117) gyakrabban lép fel; a 12 kristály közül ötön megvolt. A nyert hajlásszög ugyan legtöbbször nem megbízható, de két egyén reflexei alapján

$$001 . 117 = 14^\circ 3', 14^\circ 5' \text{ obs.}, 14^\circ 26' \text{ calc.}$$

talán jogosult az új alak felvétele annál is inkább, mert az eddig ismertetett piramisok hajlásszögeitől a mért érték meglehetősen távol áll.

Az (118) kétszer szerepelt

$$001 . 118 = 12^\circ 16' - 13^\circ \text{ca obs.}, 12^\circ 49' \text{ calc.}$$

hajlásszögekkel, a (119)-nek egy esetben mért  $001 . 119 = 11^\circ 16'$ -nyi szöge pedig a számított  $11^\circ 20'$ -cel jól összevág.

Hasonlóak a két kristályon fellépő (1 . 1 . 10) és (1 . 1 . 25) formák is, melyeknek hajlásai

$$001 . 1 . 1 . 25 = 4^\circ 22', 4^\circ 9' \text{ obs.}, 4^\circ 20' \text{ calc. és}$$

$$001 . 1 . 1 . 19 = 5^\circ 30', \quad \text{„} \quad 5^\circ 39\frac{1}{2}' \text{ „}$$

a számítással elfogadhatóan megegyeznek.

Az egyetlen piramis, mely az alappiramisnál hegyesebb, az elég gyakori  $q(\bar{2}21)$ . Csak elvétve jut jelentékenyebb kifejlődésre; legtöbbször keskeny, hosszában rostozott csik marad a 110 és  $11\bar{1}$  között, ezek élét párhuzamosan tompítva s a

$$001 . \bar{2}21 = 89^\circ 37' - 89^\circ 53' \text{ obs.}, 89^\circ 42' \text{ calc.}$$

nem nagyon állandó szögértékkel.

E hat utóbb felsorolt piramisnál sokkal fontosabb a mért epidoton a  $\phi(\bar{1}22)$  forma. Miként a 3. és 4. ábrából látható, kiterjedésére nézve vetekedik a  $(\bar{1}11)$ -gyel és  $(011)$ -gyel, a melyek mellett a kristály habitusának megalkotásában gyakran lényeges része van. Lapjai néha kitűnően tükröznek s csak gyéren rostozottak, máskor az  $(\bar{1}11 . \bar{1}22)$  él irányában barázdáltak, sőt kivájtak.

Ennek tudható be szögértékeinek a többi főformáénál tetemesebb ingadozása is.

A  $\pi(\bar{3}11)$  párhuzamosan tompítja a  $(\bar{1}00.\bar{1}11)$  combinatio-  
éleket s fényes, jól tükröző, de sohasem nagyobb terjedelmű lapok-  
kal jelenik meg, elannyira, hogy itt-ott csak halvány reflexe árulja  
el jelenlétét.

$$\bar{1}00.\bar{3}11 = 31^\circ 48' - 32^\circ \text{ obs.}, 31^\circ 53' \text{ calc.}$$

Új forma az  $Y(214)$  piramis. Reflexe hat esetben jelent meg  
az  $[101.113.012]$  öv mérésénél az 101 és 113 közt; szögértékei  
többnyire nem megbízhatók s csak két kristályon fellépő elég jó  
lapjai adtak oly eredményt, a mely az említett öv segélyével meg-  
határozására alkalmas volt.

$$100.214 = 20^\circ 40' - 20^\circ 48' \text{ obs.}, 20^\circ 38' \text{ calc.}$$

A  $[001.100]$  öv pozitív és negatív hemidomáit minőségük  
szerint két csoportba foglalhatjuk. Első sorban említendők a  
mindig jelenlévő  $e(101)$ ,  $\theta(201)$ ,  $r(\bar{1}01)$ ,  $i(\bar{1}02)$  és  $a(\bar{2}01)$ , vala-  
mint a szintén gyakori  $m(102)$  és  $\sigma(\bar{2}03)$ ; a többi felsorolt forma  
csak elvétve lép fel s akkor is inkább mint rostozás, ritkán meg-  
bízható reflexekkel.

Az  $c(101)$  gyakran rostos, sőt itt-ott lépcsősen tördelt s ebből  
megmagyarázhatók azok a jelentékeny eltérések (diff.— $8'.$ — $+32'$ ),  
a melyek a szögértékekben mutatkoznak. (L. 4. l.)

A  $\theta(201)$  s a valamivel ritkábban fellépő  $m(102)$  sohasem  
jutnak uralkodó kifejlődésre, de mindig simák.

$$001.201 = 46^\circ 4' - 46^\circ 29' \text{ obs.}, 46^\circ 41' \text{ calc.}$$

$$001.102 = 22^\circ 26' - 22^\circ 43' \quad \text{«} \quad 22^\circ 31' \quad \text{«}$$

Az  $r(\bar{1}01)$ ,  $i(\bar{1}02)$ ,  $a(\bar{2}01)$  s a kétszer jelenlévő  $\sigma(\bar{2}03)$  szin-  
tén sima, legfeljebb gyéren rostozott lapjaik ellenére is nem  
nagyon állandó szögértékeket nyújtanak, a mennyiben

$$cr. 001.\bar{1}01 = 63^\circ 8' - 64^\circ 19' \text{ obs.}, 63^\circ 42' \text{ calc. (L. 4. l.)}$$

$$ci. 001.\bar{1}02 = 34^\circ 1\frac{1}{2}' - 34^\circ 27' \quad \text{«} \quad 34^\circ 21' \quad \text{«}$$

$$cs. 001.\bar{2}01 = 89^\circ 7' - 89^\circ 52' \quad \text{«} \quad 89^\circ 27' \quad \text{«}$$

Az alárendelt szerepű domák között még legjobb a  $(\bar{2}5.0.12)$   
és  $(12.0.1)$ ; az előbbi három, az utóbbi két esetben észlelte-  
tett, keskeny, de elég jól tükröző lapokkal, s

$$001. \bar{2}5. 0. 12 = 90^\circ 44', \quad 90^\circ 36', 90^\circ 43' \text{ obs.}, 90^\circ 33' \text{ calc. és}$$

$$001. 12. 0. 1 = 60^\circ 43\frac{1}{2}', 60^\circ 51', \quad \text{«} \quad 60^\circ 51' \quad \text{«}$$

szögértékekkel.

Egyszer szerepel a (19. 0. 50), rendkívül vékony sáv alakjában, halavány, de nem nagyon szétnyúlt reflexszel s

$$001. 19. 0. 50 = 18^\circ 10' \text{ obs.}, 18^\circ 17\frac{1}{2}' \text{ calc.}$$

hajlással, úgy hogy jelenléte kétségtelennek tekinthető.

A felsorolt többi alak csak jelentéktelen rost s így részletezésükbe nem bocsátkozom.

## II. typus.

Olajzöld, az előbbi typuséival egyenlő nagyságú kristálykák. Habitusukat főleg az ortho-tengely végén majdnem egyensúlyban kifejlődött ( $\bar{1}11$ ), ( $\bar{2}21$ ) és (110) lapjai teszik jellegzetessé, úgy hogy e typus, mint az 5. ábra feltünteti, az előbbitől első tekintetre jól megkülönböztethető. Formák tekintetében e kristályok jóval szegényebbek a megelőzőknél; míg ott 43, itt csak 19 volt meghatározható, nevezetesen:

Prizmák:

$z$  (110)

$\tau$  (320)

Véglapok:

$c$  (001)

$t$  (100)

Klinodomák:

$o$  (011)

$k$  (012)

Piramisok:

$d$  (111)

$n$  ( $\bar{1}11$ )

$q$  ( $\bar{2}21$ )

Orthodomák:

$e$  (101)

$\theta$  (201)

(13. 0. 11)

(13. 0. 12)

$$\begin{aligned}
 & (13.0.1) \\
 & r (\bar{1}01) \\
 & i (\bar{2}01) \\
 & (\bar{1}03) \\
 & (\bar{9}01) \\
 & (\bar{5}.0.11)
 \end{aligned}$$

A három legjobb kristály főbb formái s mérési adatai a következők:

		I.	II.	III.	Calcul.	Differ.
<i>cz</i>	001.110	76° 8	75° 44	75° 52	75° 45	-2½'.—+13'
		75° 55	75° 52	75° 42½		
<i>cn</i>	001.111	75° 15	75° 11½	75° 17½	75° 12	-2'.—5½'
		75° 14	75° 14	75° 9		
<i>cq</i>	001.221	89° 51	89° 47	89° 48	89° 42	-8'.—+9'
		89° 34	89° 37½	—		
<i>tz</i>	100.110	55° 2	55° 2½	54° 58	55° —	-2'.—+2½
		55° —	55° 1	55° —		

A  $z(110)$  prizma mindig kitünően kifejlődött, fényes lapokkal lép fel s a negatív  $(111)$ -et vagy teljesen kiszorítja s közvetlen metszésbe jut a  $(001)$ -gyel vagy ettől az  $(111)$  nagyon keskeny sávja által van elkülönítve. Rostozásnak nyomát sem mutatja.

A  $\tau(320)$  mindig keskeny, de jól tükröző tompító lap a  $(110)$  és  $(100)$  között, de általában ritkábban észlelhető, mint az I. típusnál.

A két uralkodó piramis, az  $n(\bar{1}11)$  és  $q(\bar{2}21)$  egyaránt kitünő lapokkal bir; az első csak elvétele mutat igen gyér és gyenge rostozottságot. Ugyanez mondható a  $d(111)$  mindig kicsiny lapjairól is.

A klinodomák közül rendszeren csak az  $o(011)$  volt jelen, egy esetben nagyobb terjedelmű, fényes lap, máskor ellenben csak apró, a  $(001. \bar{1}11. 110)$  csúcsot tompító háromszög alakjában,

$001.012 = 58^\circ 30\frac{1}{2}' - 58^\circ 36'$  obs.,  $58^\circ 29'$  calc.  
hajlással.

A  $k(012)$  keskeny sávja csak ritkán észlelhető.

Az eddig felsoroltaknál kevésbé jók az orthodoma öv lapjai. Csak a  $c(001)$  és  $t(100)$  tesz kivételt; mindkettő jól kifejlett, terjedelmes lap, de mintegy ellentétben az első typussal, itt a  $t(100)$  simább s a  $c(001)$  rostozott, kettős, mintegy 30'-nyire eltérő reflexszel.

Az  $e(101)$ ,  $\theta(201)$ , valamint az  $r(\bar{1}01)$ ,  $R(\bar{1}03)$  és  $a(\bar{2}01)$  mindannyian rostosak, nem ritkán a számítástól tetemesen eltérő szögértékekkel. E tekintetben még a  $(\bar{2}01)$  a legmegbízhatóbb.

$$ce. 001.101 = 34^{\circ}36' - 34^{\circ}53' \text{ obs., } 34^{\circ}42' \text{ calc.}$$

$$cu. 001.201 = 46^{\circ}34' - 46^{\circ}40' \quad " \quad 46^{\circ}11' \quad "$$

$$cr. 001.\bar{1}01 = 63^{\circ}12' - 63^{\circ}19' \quad " \quad 63^{\circ}42' \quad "$$

$$cR.001.\bar{1}03 = 22^{\circ}14' \quad " \quad 22^{\circ}21' \quad "$$

$$ca. 001.\bar{2}01 = 89^{\circ}18' - 89^{\circ}31' \quad " \quad 89^{\circ}27' \quad "$$

A (13.0.12), a melyet először ARTINI<sup>1</sup> ismertetett a PATRESI-beli epidoton, két kristályon volt kimutatható, elég jó lap alakjában s

$$001.13.0.12 = 36^{\circ}13', 36^{\circ}20' \text{ obs., } 36^{\circ}8' \text{ calc.}$$

hajlással.

Egy jól tükröző, sima lappal szerepelt a ZAMBONINI<sup>2</sup> által a SULZBACHTHAL epidotján felfedezett (13.0.11), melynek hajlása

$$001.13.0.11 = 37^{\circ}50' \text{ obs., } 37^{\circ}41' \text{ calc.}$$

és a kevésbé jó (13.0.1)

$$001.13.0.1 = 61^{\circ}39' \text{ obs., } 61^{\circ}13' \text{ calc.}$$

értékkel.

Igen halvány, de éles reflex jelezte a  $(\bar{9}01)$  jelenlétét ( $001.\bar{9}01 = 110^{\circ}23' \text{ obs., } 110^{\circ}10' \text{ calc.}$ ), míg a  $(\bar{5}.0.11)$  csak mint rost volt kimutatható. ( $001.\bar{5}.0.1 = 31^{\circ}5' \text{ obs., } 31^{\circ}7' \text{ calc.}$ )

<sup>1</sup> Accademia dei Lincei, Memorie 1887. 4. Ref. Zeitschr. f. Kryst. 14. kötet.

<sup>2</sup> Neues Jahrb. f. Miner. 1900. I. k. 183. l.

## III. typus.

Mint a bevezetésben is említettem, e typus az előbbiektől lényegesen különbözik; kristályainak nagyrésze szintén apró, de nem ritkák azért nagyobb, mintegy 6 mm. hosszú egyének sem, sőt a stufának dísze, egy igen szépen kifejlett, tiszta kristály 1·5 cm.-nyi hosszú.

A kristályok a symmetria-tengely irányában erősen megnyúltak; egy részük az  $a$  és  $c$  tengelyek irányában közel egyenlően van kifejlődve, míg mások szétlapulnak a (001) szerint, noha igazi táblás kifejlődésről nem lehet szó.

A lapok fénye és hibátlan volta tekintetében e változat mondható legkiválóbbnak. Különösen a piramis és prizmalapok fényesek, simák, de — főleg az apróbb kristályoknál — az orthodomaöv lapjai is kitűnőek s legnagyobb részük alig rostozott, a mi az epidotnál valóban ritkaság. E mellett a formák száma is 16-ra csökken, a mi, tekintve azt, hogy a piramisok és prizmák ugyanazok, mint az előbbieknél, látszólag a mellett szól, hogy az orthodomaöv igen sok formája szoros kapcsolatban áll a rostozással.

Az észlelt formák a következők:

Prizmák:

$z$  (110)

$\tau$  (320)

Véglapok:

$c$  (001)

$t$  (100)

Klinodomák:

$o$  (011)

$k$  (012)

Hemipiramisok:

$d$  (111)

$n$  ( $\bar{1}11$ )

$x$  ( $\bar{3}11$ )

$q$  ( $\bar{2}21$ )

Orthodomák:

$e$  (101)

(22. 0. 1)

$r$  (101)  
 $a$  ( $\bar{2}01$ )  
 $(\bar{5} . 0 . 11)$   
 $(\bar{1}02)$   
 $(\bar{8}01)$

Néhány kristály fontosabb szögértékei:

		I.	II.	III.	Calcul.	Differ.
$cz$	001.110	75° 34' 75° 37½'	75° 34' 75° 43'	75° 47½' 75° 57'	75° 45	11'. +13'
$cn$	001. $\bar{1}11$	75° 18' 75° 18½'	75° 21' 75° 19½'	75° 14 75° 15	75° 12	+ 2'.—+7½'
$cq$	001. $\bar{2}21$	89° 49 89° 48	89° 51½ 89° 50	89° 46½ 89° 30	89° 42	—12'.—+9½'
$co$	001.011	58° 27 58° 28	58° 27 58° 28	58° 26 58° 29	58° 36	— 9'.—7'.

A  $z(110)$  e típusnál is domináló lap, a mely a negatív ( $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ ) piramis rovására sokszor egészen a (001) véglapig terjeszkedik, a mi a kristályok habitusát némileg az előbbi típuséhoz teszi hasonlónvá (6. ábra); teljesen tükörfényes, rostozásnak vagy étetésnek nyomát sem mutatja.

Hasonló jellegű, de csak keskeny csik a  $\tau(320)$  is, a mely itt nem oly gyakori, mint az előbbi típusoknál. Hajlása a  $t$  vég-laphoz

$$100 . 320 = 43^{\circ}35' - 43^{\circ}42' \text{ obs.}, 43^{\circ}35' \text{ calc.}$$

Az  $o(011)$  rendszerint jelentékeny kifejlődésű lap s majdnem mindig gyéren rostozott a ( $111 . 011$ ) éllel párhuzamosan; egy esetben ez irány szerint lépcsőzetesen tördelt is volt.

Kétszer találtam meg a  $k(012)$ -t, egy-egy fényes, habár keskeny csik alakjában.

$$001 . 012 = 39^{\circ}10', 39^{\circ}8'' \text{ obs.}, 39^{\circ}12' \text{ calc.}$$

A ( $111$ ) pozitív alappiramis terjedelemre a ( $110$ ) után következik; lapjai kitünők, sohasem rostozottak s így kifogástalan reflexeket adnak.

Ugyanez áll az (111) lapjaira is, a melyek ugyan igen kicsinyek, sokszor alig láthatók, de minőség tekintetében semmiben sem maradnak a ( $\bar{1}11$ ) mögött.

Keskenyebb-szélesebb sávként jelentkezik a  $x(\bar{3}11)$  is, mindenkor igen jó lapokkal.

Sohasem hiányzik a 110 és  $22\bar{1}$ , illetve  $\bar{1}10$  és  $\bar{2}21$  között a  $q(\bar{2}21)$  keskeny sávja; az előbbi típusoknál ez rendszerint hosszabban rostozott volt, míg itt tökéletesen sima s szögértékei

$$001 . \bar{2}21 = 89^{\circ}46'_{\frac{1}{2}} - 89^{\circ}55' \text{ obs.}, 89^{\circ}42' \text{ calc.}$$

a számítástól kevés eltérést mutatnak.

Az orthodomaöv lapokban feltűnő szegény. Uralkodó formái szintén a  $c(001)$  és  $t(100)$ .

Mindkettő gyengén rostos, de e mellett többnyire jól tükröz, úgy hogy az előbbi típusok többszörös reflexei itt csak ritkán jelentkeznek.

A kristályok nagy részénél a (001) a terjedelmesebb, de gyakran a (100) jut túlsúlyra, főleg olyan domák jelenlétében, a melyek a főtengelyt az egységnél kisebb távolságban metszik.

Feltűnő, hogy a közönségesebb negatív orthodomák közül csak a  $c(101)$  lép fel a kristályokon. Ez egyuttal a legjobb domalap; fényes, sokszor a (100)-zal vetekedő szélességű csík. Kívüle csak egyetlen s nem gyakori negatív doma volt kimutatható,  $a(22.0.1)$ , a melyet elsőnek BECKER,<sup>1</sup> majd BÜCKING<sup>2</sup> ismertetett a striegauai epidotról, mint «a finoman rostozott  $M$  és  $T$  — (=  $c(001)$  és  $t(100)$  — lapok között csak approximativ méréssel meghatározott jelentéktelen formát». Én csak egy esetben észleltem ugyan a (101) mellett,

$$001 . 22.0.1 = 64^{\circ}40' \text{ obs.}, 64^{\circ}40' \text{ calc.}$$

szögértékkel, de mint igen jól kifejlődött, széles, habár rostos lapot.

Positiv hemidoma is csak öt volt jelen. Leggyakoribb, mondhatjuk állandó formák az  $r(\bar{1}01)$ ,  $a(\bar{2}01)$  és  $i(\bar{1}02)$ . Mind a három

<sup>1</sup> Inaug. diss. 1868.

<sup>2</sup> Zeitschr. für Kryst. 2. k.



fényes az apróbb kristályokon, a nagyobbakon ellenben a gyér, de néha sűrűbb rostozás sohasem hiányzik róluk. Hajlásaik néhány mért és számított értéke:

$$001. \bar{1}01 = 63^{\circ}33' - 63^{\circ}39' \text{ obs.}, 63^{\circ}42' \text{ calc.}$$

$$001. \bar{2}01 = 89^{\circ}45' \quad \quad \quad \text{“} \quad 89^{\circ}27' \quad \text{“}$$

$$001. \bar{1}02 = 34^{\circ} 7' - 34^{\circ}34' \quad \quad \quad \text{“} \quad 34^{\circ}21' \quad \text{“}$$

Hozzájuk csatlakozik sajátságait tekintve az egy igen jó lappal szerezplő ( $\bar{8}.0.11$ ),

$$001. \bar{8}.0.11 = 109^{\circ}30' \text{ obs.}, 109^{\circ}29' \text{ calc.}$$

hajlással, valamint a szintén egyszer fellépő ( $\bar{2}3.0.50$ ) is, a melynek

$$001. \bar{2}3.0.50 = 31^{\circ}23' \text{ obs.}, 31^{\circ}30' \text{ calc.}$$

szögértéke e magas indexű, de az első typusnál is észlelt forma felvételét jogosulttá teszi.

#### Optikai sajátságok.

Noha az epidotot morphologiai tekintetben oly sokan vizsgálták már meg, az optikai sajátságokra alig néhány bűvár terjeszkedett ki; pedig ez az ásvány, mint nem állandó chemiai összetételű calcium és vastartalmú silikát igen alkalmas volna ama kérdés megvilágítására, hogy a vasmennyiség csökkenése vagy növekedése miképen függ össze az optikai tulajdonságok változásával. De nem kerülhette el a kutatók figyelmét az a tény sem, a melyre már KLEIN<sup>1</sup> utal alapvető munkájában, hogy a kristályok szabályos külseje mellett a belső szerkezet mondhatjuk sohasem egynemű s mindamellett a præparatum, legalább némely tekintetben, homogen anyagként viselkedik. Megkísérletem az irodalom erre vonatkozó szétszórt adatait egy összehasonlító táblázatba egyesíteni, de mivel a közlöttekben hol a lelőhely s az anyag közelebbi meghatározása, hol pedig a törésmutató vagy extinctio nem volt megadva, a vastartalom pedig épen csak néhány esetben meghatározva, tisztán a Val di Viù epidotjára szorítkoztam.

<sup>1</sup> Neues Jahrb. f. Min. 1874.

Az optikai vizsgálatokra kiválasztott, lehetőleg tiszta egyénekből több lemezt csiszoltam, részben az optikai tengelysikkel párhuzamosan, részben a főlengési irányokra merőlegesen.

I. Az első typus kristályai világos színűek s pleochroismusuk eléggé kifejezett. Közöséges, áteső fényben a ca 2 mm. vastag prizmák színe

az $a$ tengely irányában	sötét borsárga,
$a$ $b$ „ „	barnás-zöld.
$a$ $c$ „ „	világossárgás olajzöld,

Az optikai elasticitási tengelyek irányában a következő színeket észleltem :

az $a$ szerint	olajsárga,
$a$ $b$ „	világos szegfűbarna,
$a$ $c$ „	sárgás fűzöld.

Az optikai tengelysikkel párhuzamos csiszolaton az egyik kioltási irány az (100 . 010) éllel  $2^{\circ}50'$ -nyi szöget alkot a tompa oktansban, sárga fény alkalmazásakor.

A bisectrikákra merőleges két-két lemezben olajban ( $n = 1.4686$ ) megmért tengelyszögek

$$\left. \begin{array}{l} 2Ha = 96^{\circ}30' \\ 2Ho = 133^{\circ}50' \\ 2Va = 78^{\circ}5' \end{array} \right\} Na \text{ fényen.}$$

a miből

Az ezekből kiszámított középtörési coefficientens

$$\beta = 1.7394.$$

Ez értékek a patresii epidotéihoz állanak legközelebb, a melynek tengelyszögét ARTINI <sup>1</sup>  $2Va = 77^{\circ}54'$ -nek határozta meg.

A  $\beta = 1.7394$  ARTINI értékétől, a  $\beta = 1.7435$ -től már a második decimálisban eltér ugyan, de e differentia mégis jóval csekélyebb, mint a mások által eddig meghatározott értékkel szemben.

III. A harmadik typus sötét színű kristályai optikai sajátágaikban leginkább a Mortiglianoról,<sup>2</sup> a Sulzbachthalból<sup>3</sup> és a

<sup>1</sup> Zeitschrift für Kryst. 14. 586.

<sup>2</sup> U. o.

<sup>3</sup> KLEIN, Neues Jahrb. 1874.

Schwarze Wandról<sup>1</sup> származó epidotokhoz közelednek. Áteső fényben, mintegy 1 mm. vastag prizmát véve alapul, a szín

az <i>a</i>	tengely irányában	zöldesbarna,
<i>a b</i>	"	sötétzöld,
<i>a c</i>	"	palaczkzöld,
az <i>a</i>	"	sötétsárga,
<i>a b</i>	"	fahéjbarna,
<i>a c</i>	"	élénk fűzöld.

Az extinctio  $2^\circ$  a hegyes szögben.

$$\begin{aligned} 2H_o &= 148^\circ 17' \\ 2Ha &= 93^\circ 46\frac{1}{2}' \\ 2Va &= 74^\circ 22' \end{aligned}$$

s ebből

Az optikai tengelyek e szögével szemben

$$\begin{aligned} \text{a mortiglianoi epidotnál} & \dots\dots\dots 2Va = 73^\circ 59', \\ \text{a sulzbachthali epidotnál} & \dots\dots\dots 2Va = 73^\circ 40', \\ \text{a Schwarze Wand epidotjánál} & \dots\dots\dots 2Va = 73^\circ 39'. \end{aligned}$$

Feltűnő a tengelyszög hasonlósága mellett a középtörési coefficiens magas volta,

$$\beta = 1.774.$$

Ez az eddig észlelték között a legnagyobb; közvetlenül utána következik a Schwarze Wand epidotja  $\beta = 1.7593$  törésmutatóval.

A közönséges fehér fényen vizsgált lemezek apróbb hasadásokon s néhány folyadék-zárványon kívül semmi rendellenességet nem mutattak. Igen szűk diaphragma használatánál azonban a kép számos mezőre bomlott föl, a mint ezt a tábla fénykép után készült 8. ábrája mutatja.

Ezek körvonalaínak irányait meghatároztam s úgy tapasztaltam, hogy azok az orthodomaöv meglévő, vagy lehetséges egyszerű indexű lapjaival párhuzamosak. (8. rajz.)

Fehér fényen a kioltás mindamellett egyszerre következik be a csiszolat egész terjedelmében.

<sup>1</sup> WEINSCHENK, Zeitschrift für Kryst. 26.

Ez arra vall, hogy az egyes részletek nem lehetnek ikerlemezek. Igaz ugyan, hogy az epidotnál eddig ismeretes két iker-törvény egyikénél, mikor (100) az ikerlap, a főlegési irányok esetleg oly közel párhuzamosak lehetnek, hogy felületesebb megfigyeléskor az ikerlemezek jelenléte elkerülheti a figyelmet, a mint egy dolgozatában PORCHER<sup>1</sup> is megemlíti. Monochrom fényen azonban a legkisebb eltérésnek is fel kell tűnnie. Az eredmény mindemellett natrium, lithium és thallium láng alkalmazásakor is negatív volt. A fehér sugarakban homogennek látszó lemez most világos és sötét mezőkből összetett képet adott, de a præparatum forgatásakor feltűnt, hogy a míg egyes részletek szabályszerűen elsötétedtek és felvilágosodtak, mások állandóan többé vagy kevésbé sötétek maradtak. Lithium és natrium fényen ez a sajátság mintegy kicserélődik a két lemezcomplexus között; azok a részletek, a melyek sárga fényen szabályszerűen oltanak ki, a piros sugarakat majdnem teljesen absorbeálják. Thallium használatakor a világos-zöld területeket sötét vöröses-barna szín szegélyzi.

Nem teljesen monochrom, pl. rubinüvegen, folyadékszűrőn áthatoló fény mindeme változásokat nem idézte elő, úgy hogy ezekben a lemez egyöntetűen oltott ki s teljesen homogennek látszott.

Még kell jegyeznem végül, hogy a vizsgálati anyagot, a mely a Magyar Nemzeti Múzeum tulajdona, dr. KRENNER JÓZSEF tanár úr volt szives rendelkezésemre bocsátani; fogadja ezért s nagybecsü tanácsaiért ez uton is hálás köszönetemet.

---

<sup>1</sup> Bull. de la Soc. franç. 1892.

# ADATOK A FÉRFI HÚGYCSÖVÉNEK FEJLŐDÉSÉ- HEZ ÉS SZÖVETTANÁHOZ.

LICHTENBERG SÁNDOR-tól.

Jelen vizsgálataimat 1903 novemberétől 1904 szeptemberéig végeztem a heidelbergi anatomiai intézetben. A szövettani vizsgálatok a kifejlett húgycsőre és annak mirigyes függelékeire vonatkoznak főképpen, míg a fejlődéstaniak a Cowper-féle mirigyeket illetik kiválóan. E helyen csupán vizsgálataim eredményeiről óhajtok röviden jelentést tenni.

Feldolgozásra került: 1. Egy 21 éves kivégzett húgycsövének azon része, mely közvetlenül a Cowper-mirigyek ú. n. kivezető csövének a beszájadzása előtt fekszik. 2. Ugyanczen húgycső barlangos részének egy a külső húgycsőnyíláshoz közelebb eső szakasza. 3. Fejlődéstani anyag: *a)* metszetsorozatok, melyeket további felhasználás céljából Lenhossék tanár úr bocsájtott rendelkezésemre és a melyek 45 mm.-től egészen 190 mm. törzshosszú embryóktól származtak (11 sorozat); *b)* metszetsorozatok, melyeket 100, 210, 280 mm. hosszú embryók és egy 8 hónapos magzat feldolgozásából nyertem. 4. Összehasonlító anyagként egy 12 mm. egér-embryo, egy újszülött patkány és egy 2 napos házi-nyúl szolgáltak.

A kivégzettől származó anyagról megemlítendő, hogy azon melegen volt fixálva és hogy a húgycső görcsövi vizsgálata azt mindennemű kórsvönettani elváltozástól mentnek mutatta.

Lemezmodellek készültek a 210 mm. törzshosszú embryótól származó sorozat után, továbbá a felnőtt egyén húgycsövétől származó 1. pont alatt felsorolt series után. Ezek közül egyet készen kaptam Bruns heidelbergi professortól, a többi hármát magam

készítettem. A 280 mm.-es embryótól származó series után graphikus isolatiók (Kastuhenko szerint) készültek.

A húgycső egyes szakaszainak jellegét annak hámjánál sokkal inkább mirigyes függelékei biztosítják. Vizsgálataim egyik céljául tűztem ki az ú. n. barlangos rész szövettani jellegének pontos megállapítását. A barlangos rész a Cowper-mirigyek felvételéig minden valószínűség szerint a külső csiralevél származéka, míg a húgycső következő darabja a belső csiralevélből származik. Minthogy a barlangos rész *Waldeyer* szerint a húgycső azon darabja, mely — mint magat művében kifejezi — «allseitig von ihrem Schwellkörper umgeben ist», a boncztani és a fejlődéstani felosztás nem fedik egymást, és így ha a boncztani értelemben vett barlangos rész kezdeti és végrészéből vett két metszet-sorozatot tanulmányoztam, alkalmam volt egy entodermalis és egy ektodermalis húgycsőrészletet összehasonlítani. A barlangos rész ezen két különböző részlete lényeges szövettani eltéréseket mutat, melyeknek csak felsorolására szorítkozom, a nélkül, hogy e helyen eme tény következményeit levonnám. A következő leírásban a Cowper-mirigyek felvétele előtti részt proximalis, a felvételmögöttit distalis résznek fogom röviden nevezni.

I. *Hám.* A proximalis rész hámja kétsorú hám. A hámfelület túlságos redőzöttsége, melyről modelljeim készítésénél volt alkalmam meggyőződni, okozza, hogy többnyire lapmetszeteket kapunk, melyek alapján nehéz ítéletet alkotni. Hozzájárul ehhez még azon körülmény, hogy a hámviszonyokat ezen szakaszban a rendkívül tömeges sokféle mirigyes függelék igen bonyolódottá teszi. A distalis rész hámja többsorú hám.

II. *Az ú. n. cysták.* Úgy a proximalis, mint a distalis részben előfordulnak. Hogy számukról némi fogalmat alkossunk, közölhetem a modellelmen alapuló számítás szerint, hogy 3240 ilyen képződmény esik egy 1 cm. hosszú húgycsődarabra. Sikertült ezekről kimutatnom, hogy nem zárt képződmények, a melyeknek eddigi leíróik tartották, hanem apró intraepithelialis mirigyek, melyeknek mindenfajta átmeneti alakját észlelhettem apró «extra-epithelialis» csöves mirigykébe.

III. Az *ú. n. intracpithelialis mirigyek*. Csakis a proximalis részben fordultak elő. A számuk rendkívül nagy, sokkal nagyobb az előbb leírt képződményeknél. A húgycső ránczai között fekszenek és pedig a III. rendű ránczok közeit töltik ki, a mint arról 150-szeres nagyítással készült modellem útján meg lehet győződni. Hámjuk alacsony, világosan festődő, majdnem köbhám, kerek, centralis maggal.

IV. *Submucosus mirigyek*. Csakis a distalis részben fordulnak elő. Kizárólag köbhámsejtekből alkotvák. Szövettani képük teljesen megegyezik a Cowper-mirigyekével, melyekkel teljesen azonos szövetfejlődési mozzanaton mennek át. Nincsen kivezető csövük, a mennyiben egész beszájadásukig oldalkiöblösödésekkel bíró, működő mirigyhámjuk van, melyből az átmenet a húgycső többsorú hámjába hirtelen, éles.

V. A *húgycső ránczainak alakulata*. A proximalis rész ránczolata eltér a distalis rész ránczolatától. A proximalis részben 4 főránczot különböztethetünk meg, melyeken I., II. és III. rendű ránczok ülnek. A distalis rész 4 főráncza csak I. rendű ránczokat mutat. Az *ú. n.* lacunák nem egyebek a ránczok vakzsákszerű folytatásainál. Ezeknek nagysága rendkívül eltérő. A ránczok a húgycső irányában futnak, a III. rendű ránczok harántúl. Az ezek között fekvő bemélyedésekben fekszenek a már leírt intraepithelialis mirigyek.

VI. *Cowper-mirigyek*. Első fellépésüket 48 mm. hosszú embrióban láttam. A bulbus urethraehez való tájboncztnai viszonyuk szerint megkülönböztetünk extrabulbaris, intrabulbaris és interbulbaris mirigyrészeket. A mirigy embryonalisan elágazó csöves mirigy, később csöves-alveolaris mirigygyé válik. Kivezető csöve nincs. A mit annak tartottak, az maga is működő mirigyrészlet. A harántcsikolt izomzat járulékos alkatrész, melybe a mirigy a fejlődés folyamán belenő.

VII. A *járulékos nemi mirigyek felosztása*. A járulékos nemi mirigyek fejlődéstani alapon három nagy csoportra osztha-

tók. Az egyes csoportok fejlődéstani egységek, melyek a méhen-kivüli fejlődés folyamán részben bizonyos alaktani változásokon mennek át. Az első csoport mirigyei az ampullaris mirigyek. Az ondóhólyag (hólyagos mirigy?) kiváló fejlettségű ampullaris mirigynek tekintendő. A második csoport mirigyei törzsfejlődési szempontból kloaka-mirigyek. Kiváló fejlettségű mirigye ezen csoportnak a prostata. A harmadik csoport mirigyei az ondó-vezetőcső mirigyei. Excessiv fejlettségű e csoportban az ú. n. Cowper-féle mirigy. A hólyagos, prostata- és Cowper-mirigyek fejlődéstani korai felléptének oka nagyságukban rejlik.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának. 1905. június 20.-án tartott üléséből.)



# VIZSGÁLATOK

## AZ ERJEDÉSGÁTLÓ HATÁSNAK ÖSSZEFÜGGÉSÉRŐL AZ ELEMEEK VEGYTANI CSOPORTJAIVAL.

KISS GYULÁ-tól.

Az alsórendű szervezetek között az élesztő különösen alkalmas annak tanulmányozására, hogy bizonyos vegyi szerek miképpen befolyásolnak bizonyos életműködéseket. Ilyen aránylag egyszerű methodikával vizsgálható életműködés a czukorbontás.

Az ezen irányban végzett számos kísérlet felderítette, hogy a czukor szétbontását, vagyis az erjedést, a különböző vegyi anyagok különböző fokban gátolják. Ismeretes továbbá az is, hogy vannak anyagok, melyek megfelelő töménységben az erjedést gyorsítják. Kísérleti adatokban nincsen ugyan hiány, mindazonáltal, ha tekintetbe vesszük az erjedésre vonatkozó irodalom óriási voltát, ez a fejezet a kevésbbé kidolgozott fejezetek közé tartozik. Az ismert adatokat pedig egészen általános szabályok alá összefoglalni eddig nem sikerült.

A kísérleti eljárás, melyet követtem, lényegesen eltér az erjesztéses kísérleteknél eddig használt eljárásoktól. A leglényegesebb eltérés az, hogy a kísérletekhez szokatlanul nagy mennyiségű élesztőt veszek. Továbbá a kísérlet olyan hőmérséknél történik, melynél az ugyanazon mennyiségű élesztő által véghezvitt czukorbontás a lehető legnagyobb gyorsaságot éri el. Ez a hőmérsék az alább leírt vizsgálati berendezés mellett 38—41 C° között van. Mivel ily berendezés mellett már rövid megfigyelési idő alatt is igen jelentékeny mennyiségű czukor bontatik szét, az egyes vegyi szerek gátló vagy gyorsító hatását a mennyiség változásából könnyebb megállapítani, mint az eddig ismert eljárásoknál.

A vizsgálati berendezés abból állott, hogy a palaczkot, mely a czukornak és a vizsgálandó vegyi szernek megfelelő módon elkészített keverékét tartalmazza, thermostátba helyeztem, melynek hőmérséke  $38^{\circ}\text{C}$  volt. A palaczk jól bedugaszolva néhány óráig állott benn, míg felvette a thermostát hőmérsékét. Ekkor a keverékhez hozzáadtam az élesztőt.

A használt élesztő a budapesti KRAUSZ-féle gyárból származott és JÖRGENSEN, dán erjesztővegyész, közlése szerint a *Saccharomyces ellipsoideus* egy fájának elég tiszta tenyészeté. Ez az élesztő 12.5 gr. mennyiségben egy olyan keverékben, melynek térfogata az élesztő hozzáadása után 125 köbcm. volt és a mely 6.25 gr. czukrot tartalmazott, olyan gyors erjedést képes előidézni, hogy az 5 percznyi időegység alatt szabaddá váló szénsavnak mennyisége körülbelől 100 köbcm.-t tesz ki az erjedés gyorsaságának tetőfokán. Mintegy két év folyamán csak ritkán fordult elő, hogy az erjedés sebessége lényeges eltéréseket mutatott; ellenben 5—6% eltérés úgy positiv, mint negativ irányban előfordult, a mi, tekintve, hogy élő szervezettel volt dolgom, nem mondható nagy ingadozásnak.

Ezt az élesztőt azon tulajdonsága tette a kísérletekhez különösen alkalmassá, hogy egyenlő mennyiségű vízzel higan folyó fejté dörzsölhető szét. A kísérleteknél tehát úgy jártam el, hogy lemért mennyiségű élesztőből meghatározott térfogatú fejetet készítettem és azt vízfürdön  $38^{\circ}\text{C}$ -ra felmelegítve, összekevertem a thermostátban levő palaczk tartalmával. A keverékben nemsokára pezsgés indul meg. Az erjedés gyorsaságát a szabaddá váló szénsavnak mennyiségéből határoztam meg. A szénsav mennyiségét oly módon határoztam meg, hogy a thermostátban levő palaczk belső ürét összeköttetésbe hoztam egy a thermostáton kívül elhelyezett vízzel megtöltött palaczkkal. Ezen utóbbi kettősen átfúrt dugóval volt eldugaszolva: az egyik nyíláson keresztül a két palaczk közlekedett egymással, a másik nyíláson át egy az edény fenekéig érő üvegső megy keresztül, melyen át a víz kiszorítatik, a midőn a kifejlődő szénsav a belső nyomást emelni kezdi. A kiszorított víz mennyisége időegységenként meghatározottatott. Bár az így nyerhető adatok nem birnak absolut pontossággal, mégis, tekintve, hogy a kísérleti

berendezés mindenkor azonos volt, az eredményekben talált eltérésekből szabad volt az erjedő keverékhez kevert vegyi szerek hatásának különbözőségére következtetni.

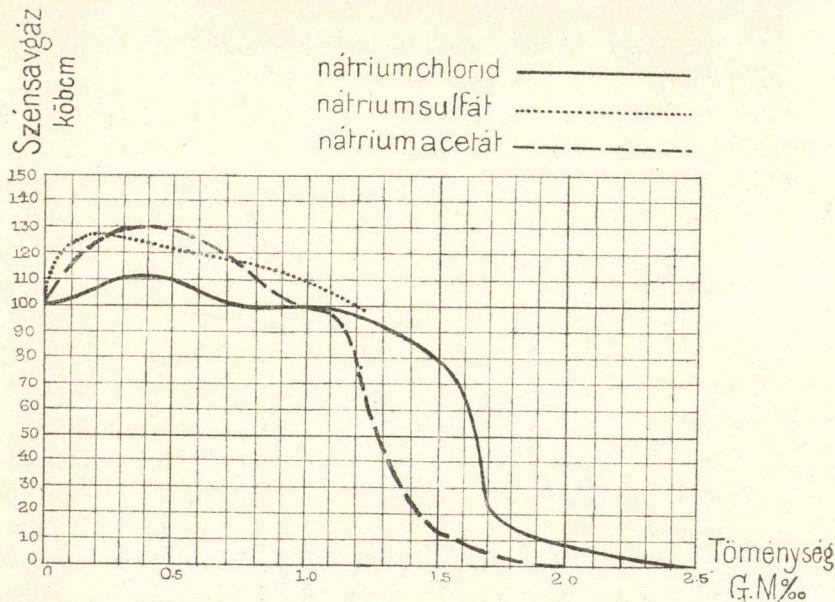
Az erjedő keverék mindenkor úgy volt elkészítve, hogy térfogata 125 köbcm. volt. Az élesztő mennyisége a tulajdonképeni kísérleteknél is mindenkor 12·5 gr. volt, ezenkívül a keverék 6·25 gr. cukrot tartalmazott és a vizsgálat tárgyát képező vegyi szert a megfelelő mennyiségben.

Alacsony töménységnél egy bizonyos határig a *neutrális sók kivétel nélkül gyorsítják az erjedést*. Ez a gyorsulás a konyhasónál körülbelől 0·25 G. M. ‰<sub>∞</sub> (=egy literben 0·25 gr.-molekula) töménységben jól kifejezett. Az első időben, 15—20 perczig, az erjedés fokozatosan gyorsul épúgy, mint a tiszta cukor-élesztő keverékben; továbbá tiszta cukor-élesztőkeverékben épen úgy, mint a konyhasót tartalmazó keverékben, ha az erjedés maximális gyorsaságát elérte, körülbelől egy fél órán át meglehetősen egyenletesen folytatódik. Azonban míg az előbbi keverékből az erjedés tetőpontján 5 percz alatt csekély eltéréssel 100 köbcm. szén-sav lesz szabad, addig a konyhasós keverékben a maximum 106—110 köbcm., tehát a gyorsulás 6—10%-ot tesz ki. Ha fokozatosan több és több konyhasót adunk a keverékekhez, mintegy 0·5 G. M. ‰<sub>∞</sub> töménységig van gyorsító hatás, de lényeges eltérések a gyorsulásban az itt jelzett határokon belől nincsenek, legfeljebb az, hogy a magasabb töménységnél a gyorsulás maximuma valamivel később jelentkezik. Viszont 0·5—1·0 G. M. ‰<sub>∞</sub> töménységben a konyhasó hozzáadása csak annyiban befolyásolja az erjedést, hogy a maximális erjedés 20—25 perczcel később fejlődik ki, de a maximum értéke 100 köbcm. körül van. 1·0 G. M. ‰<sub>∞</sub> töménységen felül a konyhasó lassító hatása mindinkább szembevetővé válik, a mennyiben nemcsak az időegység alatt szabad lett szén-sav mennyisége száll alá, hanem a maximum időpontja is mindinkább eltolódik. Így 1·6 G. M. ‰<sub>∞</sub> töménységnél a maximum 50 köbcm. közelében van és a kísérlet kezdete után 2 órával lép fel.

Ha a keverékhez 2·5 G. M. ‰<sub>∞</sub> konyhasót teszünk, az erjedés folyamata rendkívül lassú lesz, úgy, hogy 100 köbcm. szén-sav fejlődéséhez most már 24 órai idő szükséges. A maximális

gyorsaság csak a második vagy harmadik napon áll be, de a szénsavfejlődés olyan lassú, hogy a megfigyelésnél időegységül legalább egy órai időt, esetleg 24 órát kell választanunk.

Ezen viszonyokat áttekinthető módon tünteti fel egy görbe, melyet úgy nyerünk, ha a molekuláris töménységeket mint abszcissákat, a megfelelő maximális gyorsaságokat pedig, vagyis a szénsavmennyiségeket, melyek az időegység (5 percz) alatt sza-



1. ábra.

baddá lesznek, mint ordinátákat vezetjük egy koordinátarendszerre. A konyhasónak megfelelő görbe (l. 1. ábra) a töménység fokozódásával kis mértékben felemelkedik, azután hosszú szakaszon át marad egy magasságban, majd lassan és ismét tovább inkább meredeken esik. A vízszintest megközelítvén, azzal rendkívül hosszú szakaszon convergálva fut; ha ezt a fokozatos convergálást jobban akarnók feltüntetni, a görbét más léptékben és a 24 órai időt véve egységül, kellene megrajzolni.

A mellékelt ábrán még két más natriumsónak megfelelő görbe is fel van tüntetve, nevezetesen a sulfat és az acetat

görbéi. A sulfat görbéje magasabbra emelkedik, mint a konyhasóé, továbbá az emelkedés is sokkal hosszabb szakaszon keresztül tart, dacára annak, hogy a töménységet gr.-molekulákban számítottam. Ha gr.-æquivalensekben számítanám, a sulfatgyök két vegyértékű levén, a megfelelő szakasz kétszer olyan hosszú volna. A sulfat a belőle készíthető legtöményebb oldatokban is aránylag kevésbé gátolja az erjedést, ezért a görbe megszakad, mielőtt a vízszintest jobban megközelítené.

A natriumacetat görbéje szintén magasabbra emelkedik, de esése gyorsabban bekövetkezik és meredekebb, mint a konyhasóé.

Ezen görbék összehasonlításából is kitűnik, hogy a gyorsító és gátló hatás közt a különböző sóknál az összefüggés nem olyan természetű, hogy egyetlen adatnak meghatározása által egy bizonyos görbének egész lefutása meghatározható volna, a mennyiben az egyes sóknál a görbének úgy emelkedése, mint esése más-más lehet. Adatainkat tehát minden egyes sóra nézve külön-külön kísérletekkel kell megszerezni.

Mielőtt azonban a leírt kísérleti eljárással a vegyületek egyes csoportjainak vizsgálatához fognék, szükséges egy körülményre bővebben kiterjeszkednem, melyet a kísérlet céljaira szolgáló vegyületek megválasztásánál és a nyert adatok értelmezésénél általában szem előtt kellett tartanom. Ez azon körülmény, hogy az *olyan sók, melyek vizes oldataikban hydrolysis dissociatiót szenvednek, az erjedést másképp befolyásolják*, mint a neutrális sók. Az eddig ismert kísérleti eljárások nem voltak alkalmasak ezen ténynek felderítésére.

Bármely só, ha vizes oldata savanyú vagy lúgos, úgy befolyásolja az erjedést, mintha az oldatban sav, illetőleg lúg volna. A savaknál és a lúgoknál pedig a leírt kísérleti berendezés mellett a következő viszonyokat találjuk.

a) *Savak.* Első sorban a legerősebb savakat tartjuk szem előtt. A sósav például az erjedést már igen alacsony töménységben meggátolja. Azon töménység, melyben egyrészt a konyhasó, másrészt a sósav még épen minimális erjedést enged meg, a két vegyületnél igen különböző, de még más tekintetben is van lényeges különbség. Ha ugyanis a tömény konyhasóoldattal az erjedés egyáltalában kifejlődött, a folyamat igen hosszú ideig, esetleg

6—8 napig is folytatódik. Ellenben, ha az erjedésre elkészített keverék például 0·20 G. M. ‰ sósavat tartalmaz, a szénsavképződés ugyan gyorsan megindul, de néhány percz múlva már fokozatosan alábbhagy és 15—20 percz múlva egyszer és mindenkorra megszűnik.

A különböző savaknak különböző erős hatásuk van.

A savak vizsgálatánál azonban czélszerűbb, úgy, mint a chemiai reakciók quantitativ vizsgálatánál, azoknak æquivalens mennyiségeit és nem æquimolekuláris mennyiségeket összehasonlítani.

Vizsgálataim tárgyát a következő savak képezték: sósav, salétromsav, kénsav, orthophosphorsav és eczetsav.

Ha ezekből a savakból kis mennyiségeket adunk a keverékekhez, például egy literre 0·005 gr.-æquivalens savat, az erjedés gyorsan kifejlődik és lefolyása minden tekintetben hasonlít a tiszta czukor-élesztő keverék erjedéséhez, csak a maximumok különbözők. Ugyanakkor, midőn a tiszta keverékben a szénsavfejlődés maximuma 5 percz alatt 100 köbcm., az első két savval csak 75—80 köbcm., a kénsavval 90—95 köbcm., az orthophosphorsavval és eczetsavval pedig 100 köbcm. vagy valamivel több szénsav fejlődik.

Tízszeres töménység, vagyis 0·05 gr.-æquivalens egy literre hasonló viszonyok közt a következő különbségeket idézi elő.

A fejlődő szénsav maximuma 5 percz alatt:

sósav	.....	30— 35 köbcm.
salétromsav	.....	30— 35    "
kénsav	.....	55— 60    "
orthophosphorsav	.....	60— 70    "
eczetsav	.....	105—110   "

A sorozat tehát ugyanaz, mint a melyet akkor kapunk, ha a savakat elektrolysises dissociációjuk értékei szerint sorakoztatjuk. A sorozat ugyanaz, ha azt a határt keressük, melynél még épen minimális erjedés van, csakhogy az eczetsav kivételt képez. 0·25 gr.-æquivalensnek megfelelő töménységben a sósav- és a salétromsavval már semmi erjedés sincs, ellenben a kénsavval körülbelül egy fél órán át gyenge és az orthophosphorsavval

jelentékeny erjedés van, mely 5 percz alatt 50—60 köbcm. szén-savat is termel. Az eczetsav azonban megakadályozza az erjedést.

Az eczetsavnak ezen viselkedése a viszonyoknak közelebbi vizsgálatakor érthetővé válik.

Feltűnt az, hogy az eczetsavnak a viselkedése már alacsonyabb töménységnél is rendellenes. Az erős savaknál nem lehet olyan töménységet találni, melynél a sav az erjedést gyorsítja. Ez lényeges különbség az erős sav és a közömbös só hatásában. A különbség azonban csak az erős savakra nézve áll. Az eczetsav ugyanis alacsony töménységben az erjedést gyorsítja és ez a gyorsító hatás körülbelől 10 %-ot is kitesz. Viszont ha az eczetsavat fokozatosan nagyobb mennyiségben adjuk a keverékhez, akkor, midőn már a töménység 0.15 gr.-æquivalens egy literre, az erjedés jellege olyan, mint a közömbös sók töményebb oldataé, vagyis az erjedés csak hosszabb késedelem után indul meg, de ha egyszer megindult, akkor eltart addig, míg a cukor egészen el nem erjed.

Kétségtelen, hogy az eczetsav erjedésgátló hatása más természetű, mint az erős savak erjedésgátló hatása. Ha az utóbbiak hatását a mai vegytani elméletek alapján a szabad hydrogen-ionok hatásával akarnók magyarázni, azt mondhatjuk, hogy az eczetsav gátló hatása nem a vegyület szabad hydrogen-ionjainak hatására, hanem saját «mérgező» hatására vezetendő vissza.

b) *Lúgok.* Lúgot tartalmazó keverékben az erjedés folyamata az eddigiektől eltérően alakul. A keverékben levő lúg a képződő szénsavat kezdettől fogva egészben vagy részben megköti. Pontosabb adatokat tehát ez esetben csak titrálással nyerhetnénk, azonban a viszonyok felől rendes kísérleti eljárásunkkal is tájékozódhatunk.

0.05 gr.-æquivalens káliklúgot vagy az ezen kísérleteknél vele egyenlő hatású nátronlúgot tartalmazó cukoroldatban az élesztő hozzáadására az erjedés gyorsan kifejlődik és olyan módon folyik le, mint a tiszta cukorkeverékben, csak a szénsavfejlődés maximális gyorsasága nagyobb, mint különben. Ha az erjedés tartama alatt kis részletekben adjuk a lúgot a keverékhez, akkor a szénsavfejlődés minden lúg-adag után rövid időre megszűnik és azután újra megindul. Kis adagokban összesen

például 0.25 gr.-æquivalens mennyiségű lúgot is adhatunk a keverékhez és a cukor ennek dacára gyorsan elerjed. Ellenben, ha ugyanazt a lúgmennyiséget egyszerre adjuk a keverékhez, akkor semmi észrevehető erjedés sincs.

Ezen jelenségeket azzal magyarázhatjuk, hogy kevés lúg jelenlétében a fejlődő szénsav a lúgot közömbösíti és a keletkező szénsavas só az erjedést gyorsítja. Ellenben, ha a lúg mennyisége jelentékeny, a sejt működésre képtelenné válik.

Olyan keverékben, melyben minimális mennyiségben szabad szénsav is fejlődik, például 0.15 gr.-æquivalens lúgot tartalmazó keverékben, a szabad gázfejlődés csak körülbelül egy fél óra múlva kezdődik, azután eltart 5—10 perczig, mialatt néhány köbcentiméternyi szénsavgáz lesz szabaddá, a mire az erjedés újra egészen megszűnik. Nyilvánvaló tehát, hogy a lúg az erjedést gátolja, de ezen gátló hatás különleges sajátosságairól jobban meggyőződhetünk, ha nem lúgot, hanem valamely lúgos só vizsgálunk meg, a melynél a szénsavmegkötő képesség alig jöhet számba. Ilyen sók például a natrium és kalium hydrocarbonatja. Ha ezen sók valamelyikét 0.05 G. M.  $\frac{0}{100}$  töménységben adjuk a keverékhez, élénk erjedés indul meg, azonban a folyamat a maximális gyorsaságot csak 15—20 percczel később éri el, mint a tiszta cukorkeverékben. Még feltűnőbb a jelenség a phosphatokkal vagy az arsenitekkel. Natriumarsenittel 0.4 G. M.  $\frac{0}{100}$  töménységben az erjedés csak körülbelül egy óra múlva indul meg, de a mikor már megindult, akkor a maximális gyorsaságot gyorsan eléri úgy, hogy a folyamat a tiszta cukorkeverék erjedési folyamatától csak abban különbözik, hogy igen hosszú lapangási idő múlva lépett fel. A keverék az erjedési folyamat befejeződésekor lakmuszra lúgosan reagál. E kísérletet legkönnyebben úgy értelmezhetjük, hogy az élesztőnek a lúgos keverékben bizonyos időre van szüksége, míg a közeget «megszokja», azután azonban úgy működik, mint neutrális közegben.

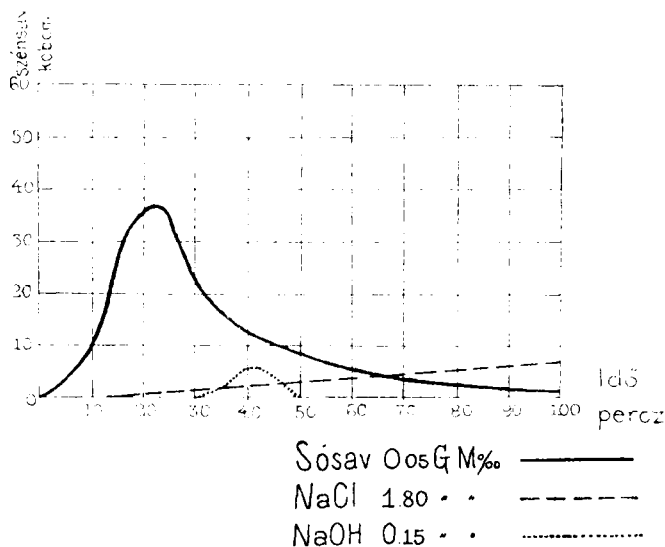
Az eddig vázolt esetek, melyek az összes lehetséges eseteknek főtypusait képviselik, három kategoriába tartoznak, melyeknek egymáshoz való viszonyát legjobban erjedési görbékkel szemlélthetjük (l. 2. ábra).

Az erős savat tartalmazó keverék erjedési görbéje igen



gyorsan emelkedik és meredeken esik ismét vissza. A tömény sóoldaté igen lassan emelkedik és csak oly hosszú idő múlva éri el maximumát, a melynek feltüntetése végett más léptékben kellene az ábrát megrajzolni. Végre a lúgot tartalmazó keverék erjedési görbéje csak sokára kezd emelkedni, akkor is csak jelentéktelen magasságot ér el, azután újra leesik.

Ha valamely neutrális só tartalmazó keverékhez erős savat vagy lúgot adunk, akkor az erjedési görbe olyan lesz, mint a két



2. ábra.

megfelelő különböző típusú görbe egyesítése. Ha például konyhasót tartalmazó keverékekhez kevés sósavat teszünk, a konyhasó gyorsító hatása elmarad és az a határ, melynél az erjedés a minimumra csökken, alacsonyabban fekszik, mint a sósavat nem tartalmazó keverékben. Ha konyhasóval együtt lúgot viszünk a keverékbe, a gyorsító hatás észlelhető, de a gyorsulás csak bizonyos késés után mutatkozik. A konyhasó nagyobb töménysége mellett a bevitt lúg azonban lényegesen növeli a gátló hatást.

Teljesen analogok a viszonyok, ha nem neutrális só keverünk savval vagy lúggal, hanem savanyú vagy lúgos sókat

veszünk. Az erősen savanyú zinkchlorid erjedési görbéje egy erős sav görbéjének felel meg. Ha azonban a hydrolysis dissociatio kismértékű, akkor az erjedés görbéje a neutrális sók erjedési görbéjéhez áll közel.

Az elmondottak alapján:

Tekintettel a savak és a lúgok specifikus hatására, a többi vegyület hatásának összehasonlításánál nemcsak ezeket, hanem a jelentékenyebb hydrolysis dissociatiót mutató sókat is ki kellett rekesztenem a vizsgálatból, ezeket legfeljebb csak általános tájékozódás végett vettem néha számba.

Az összehasonlításnál kerestem azt a töménységet, melynél a vizsgálat tárgyát képező vegyi szerek egymással isodynamiásak, vagyis az erjedést egyenlő fokban gátolják.

A kísérletnél azt a töménységet határoztam meg, melynél az erjedés annyira lassítottatik, hogy 24 óra alatt csak körülbelül 50 köbcm. szénsavgáz lett szabaddá.

A) *Fémek.* A fémek gátló hatásának vizsgálatára az egyes különböző fémek egy és ugyanazon negatív gyökkel képezett vegyületeit vettem. Első sorban a chloridokra voltam tekintettel. Mivel azonban a chloridok közt több olyan vegyület van, mely a vizsgálatra nem alkalmas, a megfelelő nitrátot vettem fel a táblázatba. Ezt azért tehettem, mert a nitrátokat különben is minden esetben megvizsgáltam és azt találtam, hogy a hol mindkét só neutrális kémhatású, gátló hatásuk közel áll egymáshoz. Ez az alkali vegyületeknél olyan közel van, hogy a különbség a hibahatárokon belül esik. A hol az eltérés nagyobb, mint a calciumsóport vegyületeinél, a nitrát gátló hatása nagyobb, mint a megfelelő chloridé.

#### Isodynamiás töménységek.

a) Kaliumcsóport:		Töménység (gr.-mole- kula 1 literre)	A fém atomsúlya
KCl	— — — — —	2·90	39·74
RbCl	— — — — —	2·50	85·40
CsCl	— — — — —	2·50	132·90

b) Natriumcsoport:		Töménység (gr.-mole- kula 1 literre)	A fém atomslúya
$LiCl$	— — — — —	3·00	7·03
$NaCl$	— — — — —	2·60	23·05

c) Calciumcsoport:			
$CaN_2O_6^*$	} — — — — —	1·30—1·50 közt	40·04
$SrCl_2$			87·62
$BaCl_2$			137·4

d) Magnesiumcsoport:			
$MgCl_2$	— — — — —	1·20—1·30	24·34
$ZnN_2O_6^*$	— — — — —	0·90—1·0	65·0

e) Yttriumcsoport:			
$YCl_3^*$	— — — — —	0·75	89·0
$LaCl_3^*$	— — — — —	0·45	138·0

f) Vascsoport:			
$MnCl_2$	— — — — —	1·10—1·20	55·0
$FeCl_2$	— — — — —	1·10—1·20	56·02

g) Réz- és ezüstcsoport:			
$CuCl_2$	— — — — —	0·005	63·6
$AgNO_3$	— — — — —	0·003	107·92
$HAuCl_4$ (aranychlorid)	— — — — —	0·002	197·3
$HgCl_2$	— — — — —	0·0006	200·0

B) Negatív vegyi jellemű gyökök gátló hatásának megállapítása végett azoknak natriumvegyületeit vettem vizsgálat alá.

Megjegyzés: A \*-al jelölt vegyületek az itt feltüntetett töménységben a lakmuszt veresre festik, de a savanyú kémhatás befolyása elhanyagolható.

## Isodynamiás töménységek.

a) Fluor:	Töménység (gr.-mole- kula 1 literre)	A vegyületet jellemző negatív elem atomsúlya
$NaFl$ _ _ _ _ _	0·04	19·05
b) Chloresoport:		
$NaCl$ _ _ _ _ _	2·60	35·45
$NaBr$ _ _ _ _ _	1·85	79·96
$NaJ$ _ _ _ _ _	1·65	126·86
c) Molybdencsoport: *		
$Na_2MoO_4$ _ _ _ _ _	0·90—1·0	96·1
$Na_2WO_4$ _ _ _ _ _	0·40—0·50	184·0
d) Nitrogencsoport:		
$NaNO_3$ _ _ _ _ _	2·60	14·04
$Na_2HPO_4$ _ _ _ _ _	0·70—?	31·02
$Na_2HASO_3$ _ _ _ _ _	0·80—0·90	75·0

C) *Kiegészítések.* A hydrolyzáló chloridok és nitrátok egy részénél a kísérlet adatai olyanok, hogy a fenti adatokat bizonyos tekintetben kiegészítik. Vannak továbbá elemek, melyek más, komplikáltabb összetételű vegyületekben vizsgálhatók. Az utóbbiak is felhasználhatók hozzávetőleges tájékozódásra.

a) A magnesiumcsoporthoz tartozó beryllium és cadmium sói savanyúak. Daczára ennek a  $BeCl_2$  még 1·20 G. M. ‰ töménységben, a  $CdN_2O_6$  pedig 1·0 G. M. ‰ töménységben legalább az első órákban minimális erjedést tesznek lehetővé. Tehát erjedésgátló hatásuk így sem áll messze a  $MgCl_2$  erjedésgátló hatásától.

b) Az aluminium sói, bár savanyúak (chlorid, nitrát és sulfat), mégis 0·6—0·8 G. M. ‰ töménységben az erjedést teljesen meg nem akadályozzák.

\* *Megjegyzés:* A két utolsó csoportba tartozó vegyületek a  $NaNO_3$  kivételével lúgosak, de a vizsgálat céljaira még alkalmasak. A  $Na_2HPO_4$  alacsonyabb oldódási határral bír, úgy, hogy teljesen isodynamiás oldata nem készíthető.

c) A titán, zirkon, cerium és thorium igen erősen hydrolyzáló sói 0·1—0·2 G. M. ‰ töménységben az erjedést teljesen meg nem akadályozzák.

d) Az ólomnitrát ( $PbN_2O_6$ ) savanyú oldatot ad, azonban 0·90 G. M. ‰ töménységben 24 óra alatt körülbelül 50 köbcm. szénsavgáz fejlődését teszi lehetővé, tehát gátló hatás tekintetében nem áll messze a vele vegyi tekintetben rokon calcium-csoporttól.

e) Az uránnak egy vizsgálatra alkalmas sója, az uranyl-nitrát ( $UN_2O_8$ ) már igen alacsony töménységben jelentékeny gátló hatást fejt ki, a mennyiben 0·01 G. M. ‰ töménységben isodynamias a táblázatok vegyületeivel.

f) A vascsoporthoz számított chrom nitrátja ( $CrN_3O_9$ ) daczára erős savanyú kémhatásának 0·25 G. M. ‰ töménységben minimális erjedést megenged. Viszont a chromsavas sók, nevezetesen a kalium és natrium chromátja és dichromátja csak körülbelül 1·0 G. M. ‰ töménységben isodynamiasak a táblázatok oldataival. A vascsoporthoz tartozó kobalt és nikkel chloridja és nitrátja (a kétvegyértékű fémgyök vegyületeit értve), bár szintén erősen savanyúak, még 0·50—0·70 G. M. ‰ töménység-nél sem gátolják meg teljesen az erjedést.

g) A nemes fémek csoportjához számított elemek vízben oldható vegyületei többnyire komplex savak. Azonban kétségtelenül erős mérgek, mert olyan töménységben, melyben a leg-erősebb savak csak jelentéktelen hatást gyakorolnak, az erjedést nagy mértékben gátolják. A palladiumnitrát ( $PdN_2O_6$ ) 0·01 G. M. ‰ töménységben az erjedést 600-szorosan lassítja. A hydrogennitroplatinit ( $H_2Pt_4N_4O_{12}$ ), az osmiumtetrachlorid ( $OsCl_4$ ) és a hydrogensesquiiridat ( $H_8Ir_2N_{12}O_{24}$ ) 0·02—0·03 G. M. ‰ töménységben csak minimális erjedést tesznek lehetővé.

Mindezen kísérleti adatokból kitűnik, hogy *vegyileg rokon elemek erjedésgátló hatásuk tekintetében is szoros összefüggésben vannak egymással.*

Gyenge hatású és erősen mérgező elemek egy és ugyanazon csoportban elő nem fordulnak. Csak a fluor képezne ezen tekintetben kivételt, melyet a halogenekhez szoktak sorozni. Tagadhatatlan azonban, hogy a fluorvegyületek annyira eltérők

vegyi tekintetben a többi halogensóktól, hogy a fluornak a halogének csoportján kívül önálló helyet is szabad adni, a mint azt én tettem.

Egyes csoportokban az atomsúly növekedésével a gátló hatás fokozódik. Némely csoportban ugyan a talált különbségek a hibahatárokon belül esnek. De némelyiknél ez a jelenség nagyon feltűnő (réz- és ezüstcsoport, chlorcsoport). Sehol sem fordul elő, hogy ugyanazon csoportba tartozó nagyobb atomsúlyú elem neutralis vegyülete gyengébb gátló hatással bírna.

A talált eredmények bizonyos szabályszerű összefüggésre utalnak az erjedésgátló hatás és az elemek természetes rendszere, a periodusos rendszer közt. Legszembetűnőbben látható ez azon görbén, mely L. MEYER szerint az elemek atomtérfogatának viszonyait mutatja az atomsúlyhoz. Mint ismeretes, ezen görbe nyolcz szakaszból álló hullámvonal, melynek némely szakasza még hiányos (l. 3. ábra).

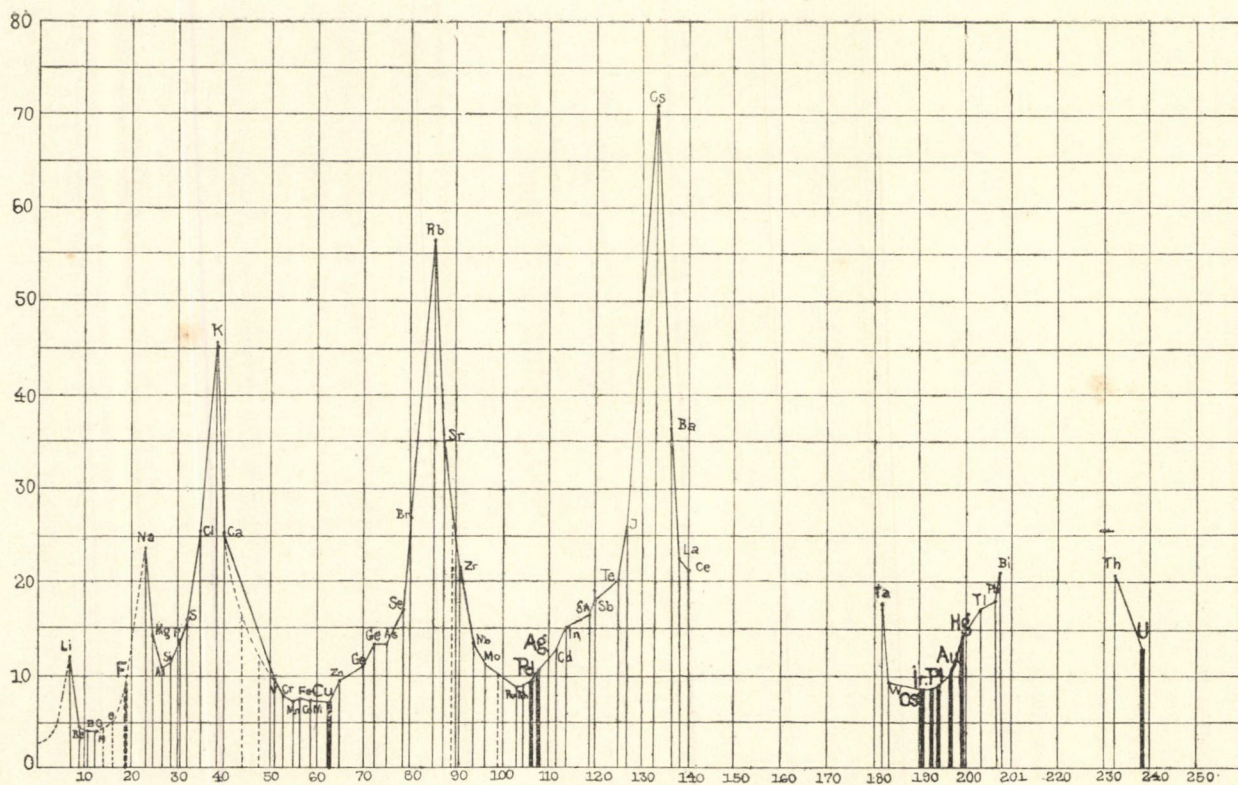
Ezen rendszerben a leggyengébb gátló hatással bíró elemek kivétel nélkül a hullámok helyein foglalnak helyet (*Li, Na, K, Rb, Cs*).

A legerősebb mérgek általában a hullámvölgyekben vannak (*Cu, Ag, Au, Hg, Pl, Os, Ir, Pt, U*). De nem azok az elemek a legmérgeesebbek, melyek a hullámvonal legmélyebb pontjain vannak, hanem azok, melyek a legmélyebb ponton túl, annak közelében vannak. Kivételt képez a fluor, mely a megfelelő szakaszban nem a legkisebb, hanem a legnagyobb atomtérfogatú elemhez esik közelebb.

A kísérleti adatok egyelőre hiányosak ahhoz, hogy a hullámvonal közbeeső szakaszain elhelyezett elemek gátló hatásának viszonyait általánosabb szabályok alá foglalhassuk.

Megemlítésre méltó az a körülmény, hogy rokon vegytani csoportok gátló hatás tekintetében sem állanak messze egymástól. (Kalium-, natriumcsoport, calcium-, magnesiумcsoport és a réz, ezüst, arany, higany, melyek itt egy csoportba vannak foglalva.)

Látható, hogy a kalium és a natrium erjedésgátló hatása közt nincsen olyan lényeges különbség, mint az egyéb mérgező hatásokban mutatkozik. Továbbá a közönségesen erős méregnek



3. ábra.

ismert arsen gátló hatása nem áll messze a vele egy csoportban levő phosphorétól.

Mindezen adatoknak érdekességet kölcsönöz az a körülmény, hogy a vegytani rendszerek és a vegyületeknek az élő sejtre gyakorolt hatása közt a bensőbb összefüggést oly fokban, mint az ezen kísérletek alapján lehetséges, mindeddig nem sikerült kimutatni.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1905 május 15.-én tartott üléséből.)



# AZ ÁLTALÁNOSÍTOTT KINETIKAI POTENCIÁL LÉTEZÉSÉNEK FÖLTÉTELEI.

KÜRSCHAK JÓZSEF, lev. tagtól.

Jelentsen  $F_1, F_2, \dots, F_n$  oly  $n$  függvényt, melyekben az

$$x_1, x_2, \dots, x_m$$

$m$  független változón kívül ezeknek

$$y_1, y_2, \dots, y_n$$

$n$  ismeretlen függvénye és véges számú

$$y_1^{(1)} = \frac{dy_1}{dx_1}, \dots, y_h^{(i)} = \frac{dy_h}{dx_i}, \dots,$$

$$y_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)} = \frac{d^{i_1 + i_2 + \dots + i_r} y_h}{dx_{i_1} dx_{i_2} \dots dx_{i_r}}, \dots$$

differenciálhányados is előfordul. Ha az  $F_1, F_2, \dots, F_n$  rendszer egy alkalmas

$$f = (x_1, \dots, x_m; y_1, \dots, y_n; y_1^{(1)}, \dots, y_h^{(i)}, \dots, y_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)}, \dots)$$

függvény segítségével az

$$F_h = V_h(f) =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial y_h} - \frac{d}{dx_1} \frac{\partial f}{\partial y_h^{(1)}} - \frac{d}{dx_2} \frac{\partial f}{\partial y_h^{(2)}} - \dots$$

$$+ \frac{d^2}{dx_1^2} \frac{\partial f}{\partial y_h^{(11)}} + \frac{d^2}{dx_1 dx_2} \frac{\partial f}{\partial y_h^{(12)}} + \dots$$

$$- \frac{d^3}{dx_1^3} \frac{\partial f}{\partial y_h^{(111)}} - \frac{d^3}{dx_1^2 dx_2} \frac{\partial f}{\partial y_h^{(112)}} - \dots$$

( $h=1, 2, \dots, n$ )

alakban állítható elő, akkor KOENIGSBERGER LEOVAL azt mondjuk, hogy e rendszernek az  $f$  általánosított kinetikai potenciálja van. Annak eldöntésére, hogy valamely rendszernek van-e általánosított kinetikai potenciálja vagy sem, HIRSCH ARTUR\* állított fel általános és jól áttekinthető kriteriumot, de helyességét csak a legegyszerűbb esetekben bizonyította be. Szándékom most e kriterium általános érvényességét kimutatni. A szóban forgó feltételek szükséges voltát teljesen úgy bizonyítom be mint HIRSCH, de e feltételek elégséges voltának bebizonyítására új, egyszerűbb utat találtam.

1. Mielőtt tulajdonképpen tárgyunkra áttérhetnénk, az adjungált lineáris differenciálkifejezések fogalmának egy egyszerű általánosításával kell megismerkednünk, mely többé nem egyes kifejezésekre, hanem rendszerekre vonatkozik.

Jelentsé  $u_1, u_2, \dots, u_n$  az  $x$ -eknek  $n$  határozatlan függvényét, továbbá jelentsen

$$P_{hk}(u) = \\ u_{hk}(x_1, \dots, x_m)u + \beta_{hk}(x_1, \dots, x_m) \frac{du}{dx_1} + \dots \\ + \mu_{hk}(x_1, \dots, x_m) \frac{d^{i_1+i_2+\dots+i_r}u}{dx_{i_1}dx_{i_2}\dots dx_{i_r}} + \dots \\ (h, k=1, 2, \dots, n)$$

$n^2$  homogen lineáris differenciálkifejezést, melyeknek segítségével a következő  $n$  összeget állítjuk elő:

$$\sum_{k=1}^n P_{1k}(u_k), \sum_{k=1}^n P_{2k}(u_k), \dots, \sum_{k=1}^n P_{nk}(u_k). \quad (1)$$

Ekkor önkénytelenül az a kérdés merül fel: miként határozandók meg a  $v_1, v_2, \dots, v_n$  együtthatók mint az  $x$ -ek függvényei, hogy

$$v_1 \sum_{k=1}^n P_{1k}(u_k) + v_2 \sum_{k=1}^n P_{2k}(u_k) + \dots + v_n \sum_{k=1}^n P_{nk}(u_k) \sim 0 \quad (2)$$

---

\* HIRSCH, *Über eine charakteristische Eigenschaft der Differentialgleichungen der Variationsrechnung*. Mathematische Annalen, 49. köt. (1897), p. 49—72.

—, *Die Existenzbedingungen des verallgemeinerten kinetischen Potentials*. Uyanott, 50. köt. (1898), p. 429—441.

legyen. A  $\sim$  jel itt és a következőkben azt fejezi ki, hogy a két oldalán levő kifejezések különbsége mint az egyes  $x$ -ek szerint alkotott  $m$  teljes differenciálhányadosnak összege állítható elő.

Hogy a (2) alatti követelést másképpen fejezhessük ki, vegyük tekintetbe, hogy\* a  $P_{hk}(u)$  kifejezéssel egy és csak egy  $Q(u)$  homogen differenciálkifejezés van a

$$v. P_{hk}(u) \sim u. Q(v) \quad (3)$$

kapcsolatban, hol  $u$  és  $v$  határozatlan függvények. E kifejezés

$$\begin{aligned} Q(u) = \text{adj. } P_{hk}(u) = \\ u. a_{hk} - \frac{d}{dx_1} (u. \beta_{hk}) + \dots \\ + (-1)^{i_1+i_2+\dots+i_r} \frac{d^{i_1+i_2+\dots+i_r}}{dx_{i_1} dx_{i_2} \dots dx_{i_r}} (u. u_{hk}) + \dots \end{aligned}$$

A (2) alatti követelés tehát azonos a következővel

$$\sum_{h=1}^n \sum_{k=1}^n u_k \text{ adj. } P_{hk}(v_h) \sim 0. \quad (4)$$

Ezt pedig az  $u_k$ -k határozatlansága miatt csak úgy elégíthetjük ki, hogy az egyes  $u_k$ -k együtthatóit külön-külön eltüntetjük.

Az

$$\sum_{h=1}^n \text{adj. } P_{h1}(v_h), \sum_{h=1}^n \text{adj. } P_{h2}(v_h), \dots, \sum_{h=1}^n \text{adj. } P_{hn}(v_h) \quad (5)$$

összegeket, melyek az imént mondottak értelmében fontos differenciálegyenletek bal oldalai, az (1) alatti rendszerhez *adjungált* rendszernek mondjuk.

*Ha az (1) és (5) alatti rendszerek az  $u_k$ -k és  $v_k$ -k azonosítása után egymással egyenlőkké lesznek, akkor az (1) alatti rendszert önmagához adjungálnak mondjuk.* Ez az eset akkor és csak akkor következik be, midőn

---

\* FROBENIUS, *Über adjungierte lineare Differentialausdrücke*. Journal für Mathematik, 85. köt. (1878), p. 207.

$$\text{adj. } P_{hk}(u) = P_{kh}(u) \\ (k, h=1, 2, \dots, n)$$

vagyis

$$u \cdot P_{hk}(v) \sim v \cdot P_{hk}(u) \\ (h, k=1, 2, \dots, n). \quad (6)$$

2. Mint a variációszámításból ismeretes, az

$$f(x_1, \dots, x_m; y_1, \dots, y_n; \dots, y_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)}, \dots)$$

általánosított kinetikai potenciálból levezetett

$$F_1 = V_1(f), \quad F_2 = V_2(f), \dots, \quad F_n = V_n(f)$$

rendszernek az a tulajdonsága van, hogy

$$\delta_{u_h} f \sim u_h \cdot F_h,$$

hol

$$\delta_{u_h} = u_h \frac{\partial}{\partial y_h} + u_h^{(1)} \frac{\partial}{\partial y_h^{(1)}} + \dots + u_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)} \frac{\partial}{\partial y_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)}} + \dots$$

Innen a  $\frac{d}{dx_i}$  műveletnek a

$$\delta_{v_k} = v_k \frac{\partial}{\partial y_k} + v_k^{(1)} \frac{\partial}{\partial y_k^{(1)}} + \dots + v_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)} \frac{\partial}{\partial y_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)}} + \dots$$

művelettel való fölcserélhetősége miatt

$$\delta_{v_k} (\delta_{u_h} f) \sim u_h \cdot \delta_{v_k} F_h.$$

Hasonlóképen

$$\delta_{u_h} (\delta_{v_k} f) \sim v_k \cdot \delta_{u_h} F_k.$$

De  $\delta_{u_h}$  és  $\delta_{v_k}$  szintén fölcserélhetők, tehát

$$u_h \cdot \delta_{v_k} F_h \sim v_k \cdot \delta_{u_h} F_k. \quad (7) \\ (h, k=1, 2, \dots, n)$$

Ha még a  $\delta_{u_k} F_h$  kifejezést a  $P_{hk}(u_k)$  szimbolummal jelöljük, akkor az imént nyert képletcsoport azonos a (6) alattival. Tehát tartalma a következő tétel alakjában fejezhető ki:

I. Az

$$F_1 = V_1(f), \quad F_2 = V_2(f), \dots, \quad F_n = V_n(f)$$

függvényrendszerből levezetett

$$\delta F_h = \delta_{u_1} F_h + \delta_{u_2} F_h + \cdots + \delta_{u_n} F_h \quad (8)$$

( $h=1, 2, \dots, n$ )

homogen lineáris differenciálkifejezések rendszere önmagához adjungált.

3. Az imént bebizonyított tétel megfordítható. Ez különösen könnyen látható be, ha az  $F_h$ -k csak az

$$x_1, x_2, \dots, x_m; \quad y_1, y_2, \dots, y_n$$

mennyiségeket tartalmazzák, ellenben az  $y_k$ -k differenciálhányadosaitól mentek. Ekkor ugyanis a

$$\delta F_h = \frac{\partial F_h}{\partial y_1} u_1 + \frac{\partial F_h}{\partial y_2} u_2 + \cdots + \frac{\partial F_h}{\partial y_n} u_n$$

( $h=1, 2, \dots, n$ )

rendszernek adjungáltja a következő:

$$\frac{\partial F_1}{\partial y_h} v_1 + \frac{\partial F_2}{\partial y_h} v_2 + \cdots + \frac{\partial F_n}{\partial y_h} v_n.$$

( $h=1, 2, \dots, n$ )

Ez a két rendszer pedig akkor és csak akkor lesz az  $u_k$ -k és  $v_k$ -k azonosítása után egymással egyenlővé, ha

$$\frac{\partial F_h}{\partial y_k} = \frac{\partial F_k}{\partial y_h}.$$

( $h, k=1, 2, \dots, n$ )

Ha e föltétel valamely

$$x_1=a_1, x_2=a_2, \dots, x_m=a_m, y_1=b_1, \dots, y_n=b_n$$

hely környezetében ki van elégítve, akkor ott

$$F_1 dy_1 + F_2 dy_2 + \cdots + F_n dy_n \quad (9)$$

— benne a  $x$ -eket csak parametereknek tekintve — teljes differenciál. Ekkor tehát ama környezetben  $F_1, F_2, \dots, F_n$  valóban az

$$F_1 = V_1(f) = \frac{\partial f}{\partial y_1}, \dots, F_n = V_n(f) = \frac{\partial f}{\partial y_n}$$

alakban állítható elő. Az  $f$ -et úgy választhatjuk, hogy a (9) alatti differenciálnak a  $(b_1, b_2, \dots, b_n)$ -től  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ -ig vett egyenesvonalú integrálja legyen, vagyis hogy

$$f = \int_0^1 \sum_{h=1}^n (y_h - b_h) F_h(x_1, \dots, x_m, t(y_1 - b_1) + b_1, \dots, t(y_n - b_n) + b_n) dt. \quad (10)$$

4. Szándékunk most már a (10) alatti képletet úgy általánosítani, hogy az I. alatti tételnek következő általánosan érvényes megfordításához vezessen:

II. Legyenek  $F_1, F_2, \dots, F_n$  az

$$x_1, x_2, \dots, x_m; y_1, \dots, y_n; \dots, y_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)}, \dots$$

oly függvényei, melyekre nézve bizonyos

$$\begin{aligned} x_1 = a_1, \dots, x_m = a_m; y_1 = b_1, \dots, y_n = b_n; \dots, \\ y_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)} = b_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)}, \dots \end{aligned} \quad (S)$$

helynek  $(C)$  környezetében a

$$\sum_{k=1}^n \delta_{u_k} F_k \quad (8)$$

$(h=1, 2, \dots, n)$

rendszerben és adjungáltjában előforduló differenciálhányadosok mindenütt léteznek és végesek. Továbbá legyen ugyancsak  $(C)$ -ben a (8) alatti rendszer önmagához adjungált. Akkor pusztá quadraturával meghatározható oly

$$f(x_1, \dots, x_m; y_1, \dots, y_n; \dots, y_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)}, \dots)$$

függvény, hogy  $S$ -nek bizonyos  $(C')$  környezetében

$$F_1 = V_1(f), F_2 = V_2(f), \dots, F_n = V_n(f) \quad (h=1, 2, \dots, n)$$

Föltevésünk értelmében a vizsgált esetben a

$$\sum_{k=1}^n P_{hk}(u_k) = \sum_{k=1}^n \text{adj. } P_{kh}(u_k) \quad (11)$$

$(k=1, 2, \dots, n)$

egyenletek azonosságok, ha azokban a  $P_{hk}(u_k)$  kifejezések a  $\delta_{u_k} F^h$  mennyiségeket jelentik. Ezek az egyenletek tehát érvényesek

maradnak akkor is, ha az  $y_k, u_k$  függvények és differenciálhányadosaik helyébe bármit helyettesítünk. Mindenek előtt az

$$y_1, y_2, \dots, y_n$$

függvények és differenciálhányadosaik helyébe a

$$t(y_1 - \varphi_1) + \varphi_1, t(y_2 - \varphi_2) + \varphi_2, \dots, t(y_n - \varphi_n) + \varphi_n$$

függvényeket és differenciálhányadosaikat tesszük. Itt a  $\varphi_k$ -k az  $x$ -eknek tetszősszerű, de adott függvényeit jelentik;  $t$  pedig oly parameter, mely a  $\varphi_k$ -kban nem fordul elő. E helyettesítés után, melyet a [ ] zárjellel jelölünk, a (11) alatti egyenletek a következőkbe mennek át

$$\sum_{k=1}^n [P_{hk}(u_k)] = \sum_{k=1}^n [\text{adj. } P_{kh}(u_k)] \quad (12)$$

( $h=1, 2, \dots, n$ )

hol

$$\begin{aligned} [P_{hk}(u)] &= \left[ \frac{\partial F_h}{\partial y_k} \right] u + \left[ \frac{\partial F_h}{\partial y_k^{(1)}} \right] u^{(1)} + \dots + \\ &+ \left[ \frac{\partial F_h}{\partial y_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)}} \right] u^{(i_1 i_2 \dots i_r)} + \dots \end{aligned} \quad (13)$$

és

$$\begin{aligned} [\text{adj. } P_{kh}(u)] &= \left[ u \cdot \frac{\partial F_k}{\partial y_h} \right] - \left[ \frac{d}{dx_1} \left( u \cdot \frac{\partial F_k}{\partial y_h^{(1)}} \right) \right] - \dots \\ &+ (-1)^{i_1 + i_2 + \dots + i_r} \left[ \frac{d^{i_1 + i_2 + \dots + i_r}}{dx_{i_1} dx_{i_2} \dots dx_{i_r}} \left( u \cdot \frac{\partial F_k}{\partial y_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)}} \right) \right] + \dots \end{aligned}$$

Ha még tekintetbe vesszük, hogy bármely  $\varphi$  függvényre nézve

$$\frac{\partial [\varphi]}{\partial y_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)}} = \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial y_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)}} \right] t$$

és

$$\frac{d[\varphi]}{dx_i} = \left[ \frac{d\varphi}{dx_i} \right],$$

akkor továbbá

$$\begin{aligned} t[\text{adj. } P_{kh}(u)] &= u \cdot \frac{\partial [F_k]}{\partial y_h} - \frac{d}{dx_1} \left( u \cdot \frac{\partial [F_k]}{\partial y_h^{(1)}} \right) - \\ &\dots + (-1)^{i_1 + i_2 + \dots + i_r} \frac{d^{i_1 + i_2 + \dots + i_r}}{dx_{i_1} dx_{i_2} \dots dx_{i_r}} \left( u \cdot \frac{\partial [F_k]}{\partial y_h^{(i_1 i_2 \dots i_r)}} \right) + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

Helyettesítsük most még  $u_1, u_2, \dots, u_n$  helyébe az

$$y_1 - \varphi_1, y_2 - \varphi_2, \dots, y_n - \varphi_n$$

függvényeket és az  $u_k$ -k differenciálhányadosainak helyébe a függvényeknek differenciálhányadosait. Ekkor a  $\sum_{k=1}^n [P_{hk}(u_k)]$  összeg a

$$\frac{\partial [F_h]}{\partial t}$$

differenciálhányadosba megy át, a  $t [\text{adj. } P_{kh}(u)]$  szorzat pedig a

$$V_h((y_k - \varphi_k) [F_k]) - \delta_{hk} [F_h]$$

különbsége, hol  $\delta_{hk}$  az egységet jelenti, ha  $h=k$ , és eltűnik, ha  $h \neq k$ . Tehát helyettesítéseink után a (12) alatti rendszer a következőbe megy át

$$t \frac{\partial [F_h]}{\partial t} = \sum_{\substack{k=1 \\ (h=1, 2, \dots, n)}}^n V_h((y_k - \varphi_k) [F_k]) - [F_h]$$

Vagyis

$$\frac{\partial}{\partial t} (t [F_h]) = \sum_{\substack{k=1 \\ (h=1, 2, \dots, n)}}^n V_h((y_k - \varphi_k) [F_k])$$

Ha még a 0 és 1 határok között  $t$  szerint integrálunk, akkor innen

$$F_1 = V_1(f), \dots, F_h = V_h(f), \dots, F_n = V_n(f),$$

hol

$$f = \int_0^1 \sum_{k=1}^n (y_k - \varphi_k) [F_k] dt. \quad (15)$$

Ez a (10) alatti képletnek keresett általánosítása.

Meggondolásaink természetesen csak bizonyos megszorításokkal érvényesek. Hisz a  $\varphi_h$  függvényeknek és az

$$x_1, x_2, \dots, x_m, y_1, \dots, y_n, \dots, y_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)}, \dots$$

értékeinek tetszősszerinti választásánál képleteinknek általában még értelmük sincs. Hogy eredményünk helyességét legalább az (S) helynek bizonyos (C') környezetében biztosítsuk, még a következő megállapodásokat tesszük.



A  $\varphi_k$  függvényeknek oly raczionális egész függvényeket választunk, melyekre nézve

$$\varphi_k(a_1, a_2, \dots, a_m) = b_k,$$

továbbá  $\varphi_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)}(a_1, a_2, \dots, a_m)$  egyenlő a  $b_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)}$  számmal vagy zérussal aszerint, hogy  $\varphi_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)}$  az  $F_h$ -kban előfordul vagy sem. Az (S) helynek (C) környezetéből pedig a következő módon állapítjuk meg a (C') környezetet.

Az adott (C) környezet álljon azokból a helyekből, melyekre nézve

$$\begin{aligned} |x_1 - a_1| &< \delta_1, \dots, |x_m - a_m| < \delta_m, \\ |y_1 - b_1| &< \varepsilon_1, \dots, |y_n - b_n| < \varepsilon_n, \\ \dots, |y_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)} - b_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)}| &< \varepsilon_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)}, \dots \end{aligned}$$

A (C') megállapításánál válaszszuk a  $\delta'_1, \dots, \delta'_m$  pozitív számokat úgy, hogy  $k$  minden értékénél

$$\begin{aligned} |\varphi_k - b_k| &< \frac{\varepsilon_k}{2}, \dots, \\ |\varphi_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)} - b_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)}| &< \frac{\varepsilon_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)}}{2}, \dots \end{aligned}$$

valahányszor

$$|x_1 - a_1| < \delta'_1, \dots, |x_m - a_m| < \delta'_m.$$

Ha most (C')-t a következő egyenlőtlenségekkel értelmezzük:

$$\begin{aligned} |x_1 - a_1| &< \delta'_1, \dots, |x_m - a_m| < \delta'_m, \\ |y_1 - b_1| &< \frac{\varepsilon_1}{2}, \dots, |y_n - b_n| < \frac{\varepsilon_n}{2}, \\ \dots |y_k^{(i_1 i_2 \dots i_m)} - b_k^{(i_1 i_2 \dots i_m)}| &< \frac{\varepsilon_k^{(i_1 i_2 \dots i_r)}}{2}, \dots \end{aligned}$$

akkor legalább  $t$ -nek a 0 és 1 közé eső értékeinél - az (S)-nek (C') környezetében minden képletünk valóban alkalmazható. Ekkor tehát a (C') tartományban a (15) alatti határozott integrál valóban az adott rendszernek általánosított kinetikai potenciálja.

# A HALMAZELMÉLET ALAPJAI ÉS A CONTINUUM PROBLÉMÁJA.

KÖNIG GYULA rendes tagtól.

Csak nehezen szántam rá magam, hogy következő megmondásaimat a nyilvánosságnak átadjam. Bármily fogadtatásban részesüljön is a bennük nyilvánuló felfogás, nem hiszem, hogy a felvetett kérdések a halmazelmélet további fejlődésében elkerülhetők volnának.

Hogy a halmaz\* szót vegyesen használják teljesen különböző fogalmak jelölésére, a miből azután ezen új tudományág látszólagos paradoxonai keletkeztek; hogy a halmazelméletnek is, mint minden exakt tudományágnak, axiomatikus feltevések kell. hogy alapját képezzék; és hogy ezekben, ha mélyebben fekszenek is, mint más diszciplínákban, mindig van valami önkényes: — mindez talán nem épen új dolog. Mégis azt hiszem, hogy már ezen töredékes és ideiglenes közlés is új szempontokat nyújt. Mindenesetre a jól rendezett halmazok *specziális* elmélete nem tekinthető véglegesnek, míg a 4. szám alatt tárgyalt kérdések nincsenek elintézve.

1. Ha  $a_1, a_2, \dots, a_k, \dots$  a pozitív egész számoknak megszámlálhatóan végtelen sorozata ( $\omega$ -typusban), akkor a „continuum»-nak nevezett halmazt az

$$(a_1, a_2, \dots, a_k, \dots)$$

tárgyak értelmezik. Ha a continuum más definíciójából indulunk ki, akkor  $(a_1, a_2, \dots, a_k, \dots)$  jelkép, mely egyrészt a con-

---

\* Halmaz = Menge, ensemble; számosság = Mächtigkeit, puissance.

tinuum egy elemét egyértelműen meghatározza, másrészt pedig a többtől szigorúan megkülönbözteti.

A continuum valamely elemét «végesen értelmezett»-nek mondjuk, ha valamely, tudományos gondolkodásunk rögzítésére alkalmas nyelven véges idő alatt oly eljárást (törvényt) tudunk megadni, mely ezt az elemet a continuum minden más elemétől fogalmilag elkülöníti, azaz -- ugyanezt másképp kifejezve -- a mely tetszőleges  $k$ -hoz egy és csak egy hozzátartozó  $a_k$  szám létezését állapítja meg.

Külön hangsúlyozom még, hogy ezt a «véges» fogalmi elkülönítést nem szabad az  $a_k$  meghatározására szolgáló jól értelmezett vagy talán éppen véges eljárás követelésével összeeszerélni.

Könnyen kimutatható, hogy *a continuum végesen értelmezett elemei a continuum egy  $\aleph_0$ -számosságú részlethalmazát alkotják*, melyet a továbbiakban  $E$ -vel jelölünk.

Az ily véges értelmezés végeesszámú betűvel és írásjellel adandó meg; e betűk és írásjelek száma maga is meghatározott véges szám. Ezen különböző véges értelmezések tehát oly módon rendezhetők, hogy mindegyiküknek egy és csak egy pozitív egész szám feleljen meg, mint (véges) rendszám.

Mivelhogy minden végesen értelmezhető elem számára többféle véges értelmezés lehetséges, sőt tényleg létezik is, azért ily módon minden ily elemhez több pozitív egész szám lesz rendelve, melyek közül a legkisebb egyértelműen van meghatározva. Ez a (legkisebb) szám viszont egyértelműen meghatározza -- a hozzátartozó jelkombináció közvetítésével -- a continuum megfelelő elemét.

$E$  tehát æquivalens a pozitív egész számok halmazának egy részlethalmazával. Minthogy azonban, bármily pozitív egész számot jelent is  $a$ , az

$$(a, a, \dots, a \dots)$$

elem mindig végesen értelmezett, azért  $e$ -vel jelölve  $E$  számosságát:  $e = \aleph_0$ .

Minthogy pedig a continuum értelmezéséből folyólag nem megszámlálható, azért okvetlenül vannak oly elemei, melyek végesen nem értelmezhetők.

2. Ha egyelőre le is mondok arról, hogy fejtegetéseim teljesek és szigorúan rendszerezsek legyenek, mégis okvetetlenül szükségesnek tartom az eddigi gondolatmenetben foglalt axiomatikus feltevések némi részletezését.

a) Mindenekelőtt elfogadjuk azt a «tényt», hogy öntudatunkban bizonyos tudományos gondolkodásnak nevezett és a logika formális törvényeinek megfelelő folyamatok játszódnak le, a melyek közt olyanok is vannak, melyek bizonyos más ily folyamatokkal (a fentemlitett jelkombinációk képezésével) kölcsönösen egyértelmű vonatkozásban állanak.

Az a kérdés, hogy e vonatkozás «mily módon» keletkezik, e mellett teljesen érintetlen marad, és még inkább az a másik kérdés, hogy e vonatkozások «mennyire» terjeszthetők ki. (*Meta-logikai axioma.*)

b) A pozitív egész számoknak minden «tetszőleges»  $\omega$ -typusú sorozata és «e sorozatok összessége», a melyet continuumnak nevezünk: «lehetséges fogalmak», a melyek magukban nem vezetnek logikai ellenmondásra. (*A continuum axiómája.*)

Úgy hiszem, hogy ezen állítások alapos elemzése HILBERT-nek a III. heidelbergi internacionális matematikus-congressuson előadott fejtegetéseiben található. (Kongr.-Verh., 174. l.)

A continuum ezen definíciója egyszersmind azon állítást is tartalmazza, hogy számossága:  $\aleph_0^{\aleph_0}$ .

Most már az, hogy  $\aleph_0^{\aleph_0} > \aleph_0$ , például a «Zum Continuum-problem» cz. cikkemben (Mathematische Annalen, 60 k. 177. l.) adott módszerrel bizonyítható.

Ezáltal tudatosan ellentétbe helyezkedem azon feltevással, hogy «véges törvények»-en nem szabad túlmennünk. Hiszen ezen feltevással véleményem szerint a continuumnak és így a continuum problémájának létezését is tagadnók. Itt épen ellenkezőleg azt tesszük fel, hogy a continuumnak vannak oly elemei, melyeket nem tudunk «végig gondolni» s a melyek «mégsem» vezetnek ellentmondásra, tehát — ha szabad e szónak új értelmet adnom — «ideális» elemek.

c) Ha most már az eddigi feltevések alapján a continuum egy «tetszőleges» eleméről beszélünk, végül a következő *logikai*

*antithesist* alkalmazzuk: «A continuum bármely eleme vagy végesen értelmezhető, vagy nem». Az *a)* és *b)*-ben foglaltak után ezen antithesis nem utasítható vissza, annál kevésbbé, minthogy következtetéseink megváltoztatása nélkül ez subjective is fogalmazható, ilyképen: «A continuum bármely elemére vonatkozólag vagy bizonyos egy véges definíció létezése, vagy pedig ez nincs úgy».

3. Az eddig részletezett feltevések meglepően egyszerű módon ahhoz az eredményhez vezetnek, hogy a *continuumot nem lehet jól rendezni*.

Képzeljük ugyanis a continuumot mint jól rendezett halmazt. A végesen nem értelmezhető elemek e jól rendezett halmaz oly részlethalmazát alkotják, mely minden esetre tartalmaz elemet. E részlethalmaz akkor szintén jól rendezett és van egy bizonyos első eleme.

A most érvényes feltevések szerint a continuum, mint minden jól rendezett halmaz, meghatározott rendszámok hézag nélküli sorozatát értelmezi, még pedig oly módon, hogy a continuum minden elemének egy és csak egy ily rendszám felel meg és viszont. Tehát «a continuum egy végesen értelmezett eleméhez tartozó rendszám», valamint «egy végesen értelmezett ilyen rendszámhoz tartozó continuum-elem» maga is végesen értelmezett. A rendszámok e sorozatában tehát egy első végesen nem értelmezhető rendszámnak kellene lenni. Ez azonban lehetetlen.

A végesen értelmezett rendszámoknak van t. i. egy bizonyos oly (jól rendezett) halmaza, melyben az elsőtől kezdve az elemek hézag nélkül következnek egymás után. A nagyság szerint mindezek után közvetlenül következő rendszám most már az épen mondottak által végesen volna értelmezve, pedig feltevésünk szerint nem értelmezhető végesen.

Azon feltevés, hogy a continuum jól rendezhető, ily módon tehát ellentmondásra vezetett.

4. Az eddig mondottak helyessége ellen csaknem közvetlenül azon ellenvetés tehető, hogy ezek szóról szóra minden jól rendezett és nem megszámlálható halmazra alkalmazhatók, s hogy tehát fejtegetéseink szerint ilyenek nem is létezhetnének. Mint-hogy azonban CANTOR második számosztálya,  $\aleph_1$  — az  $\aleph_0$ -szá-

mo sságú jólrendezett halmazok rendtypusainak összessége — ellentmondás nélkül egy ily «halmazt» értelmez, azért eddigi következtetéseinkbe valami hibának kellett volna beférköznie. Hogy paradoxonnak látszó eredményünk ből nem *kell* ily hibának következnie, azt a következőkben még részletesebben fejtegetjük.

*A «halmaz» szó a két esetben két teljesen különböző fogalom jelölésére szolgál.*

A continuum fogalmának képezésénél a «tetszőleges»  $(a_1, a_2, \dots, a_k, \dots)$  sorozat az eredeti, a kiinduló pont. Azon követeléssel, hogy  $a_1, a_2, \dots$  helyébe meghatározott pozitív egész számok teendők, ebből egy «meghatározott» sorozat vagyis a continuum egy eleme lesz, melyet tehát, ha egyáltalában elgondolhatjuk, mint a többi elemtől fogalmilag elkülönítettet kell gondolnunk. Ezen «jól megkülönböztetett» tárgyak összefoglalásának követelése vezet végül a continuumhoz.

Egészen másképp áll a dolog a  $Z(\aleph_0)$  számosztályra nézve. «Elemei» azon «tulajdonság»-gal lesznek értelmezve, hogy  $\aleph_0$ -számo sságú jólrendezett halmazok rendtypusai. Igaz, hogy ismerünk ilyen elemeket  $(\omega, \omega + 1, \dots)$ , de az említett tulajdonság csak absztrakció, legjobb esetben is csak módszer az osztályba tartozó és nem tartozó elemek megkülönböztetésére; semmi esetre sem utasítás  $Z(\aleph_0)$  minden elemének képezésére.

Itt tehát a gyűjtő fogalom az eredeti, melyet épen ezért — CANTOR elnevezése ihez csatlakozva — nem is «halmaz»-nak, hanem «osztály»-nak szeretnék nevezni. Csak *ezután* konstruálunk ebből kifolyólag az osztályba tartozó elemeket.

Halmazelméleti ismereteink mai állásánál sem tekinthető valószínűnek az, hogy  $Z(\aleph_0)$ , a második számosztály mint jól megkülönböztetett, azaz fogalmilag teljesen elkülönített elemek «kész» halmaza legyen értelmezhető. Sőt — a mennyiben előbb részletezett következtetéseink helyesek — fejtegetéseink annak bizonyítását tartalmazzák, hogy a második számosztály nem gondolható el mint kész halmaz, azaz mint jól megkülönböztetett, fogalmilag teljesen elkülönített elemek összessége.\*

---

\* Ezen tényből következnek véleményem szerint a rendszámok elméletében fellépő azon paradoxonok, melyekre először BURALI-FORTI hívta fel a figyelmet.

Befejezván töredékes fejtegetéseimet, megelégedéssel konstatálhatom, hogy ezek ellenzéki természetük mellett is újból CANTOR zseniális alkotásának nagy értéke mellett tanúskodnak. Az ellenvetések csak CANTOR néhány «sejtelme» ellen irányulnak, *bebizonyított* tételeinek tartalma teljesen érintetlen marad. Megemlítem még végül, hogy a halmaz és osztály itt adott megkülönböztetése az ismert paradoxonokat (az összes halmazok halmaza, stb.) teljesen megfejtí.

---

Még egy pár rövid megjegyzést akarok itt az eddigiekhez hozzáfűzni, melyek talán megkönnyítik a 4) alattiak megértését.

A pozitív egész számok összessége is eredetileg csak mint «osztály» van értelmezve. Ugyanígy értelmezi HILBERT az említett helyen a «legkisebb végtelen»-t. Mégis úgy látszik, azon követelés, hogy *ezt* az osztályt mint kész halmazt képzeljük, lehetséges, azaz nem tartalmaz ellentmondást.

A continuum ellenben csak mint «kész halmaz», a második számosztály csak mint osztály vagy (ha e kifejezést megengedjük) mint «keletkező halmaz» képzelhető.

Még egy igen elemi gyűjtőfogalomra akarok rámutatni, melyet semmi esetre sem lehet mint «kész halmaz»-t felfogni.

Kiindulunk a véges tizedestörtek összességéből. A betöltetlen helyeknek 0-val való betöltésével mint végtelen tizedes törteket írjuk őket.

Ezen alakzatokban minden hely szabadon betölthető, azaz egy tetszőleges számjegy helyébe tetszőleges más jegyet írhatunk, a nélkül, hogy ezáltal kilépnénk a most definiált alakzatok összességéből.

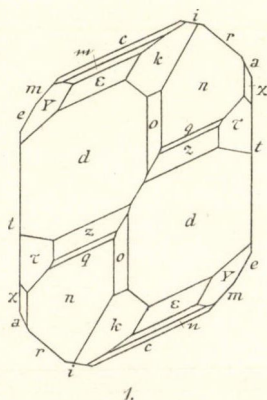
És mégis teljesen hibás volna, az összes helyeknek, mint szabadon betölthető helyeknek foglalatjáról beszélni; hiszen ezáltal tekinteten kívül maradna a szabadon betölthető helyek értelmezésére szolgáló «korlátozó elv», mely a következőképpen fogalmazható: «A  $k$ -adik hely tetszőlegesen tölthető be, de kell egy oly pozitív egész  $l (> k)$  számnak léteznie, hogy az  $l$ -edik helytől kezdve minden hely 0-sal legyen betöltve.»

Azon kérdésre, hogy «hány egy időben szabadon betölthető hely van», egy CANTOR-féle kardinális szám sem felel; e kérdés új «számláló fogalom» alkotását követeli.

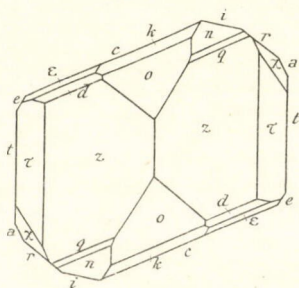
(A. M. T. Akadémia III. osztályának 1905. június 20.-án tartott üléséből.)



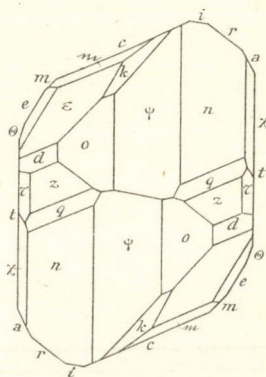




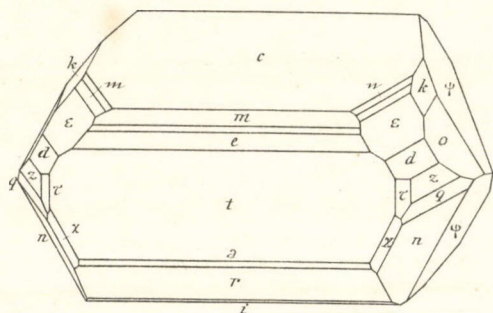
1.



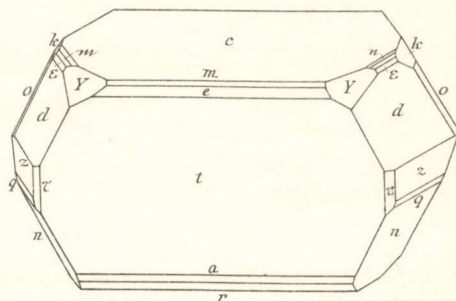
6.



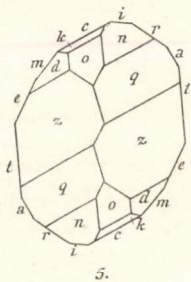
3.



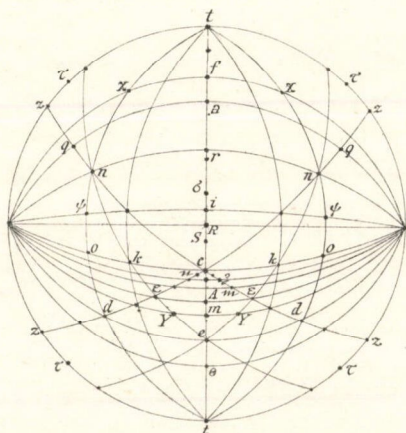
4.



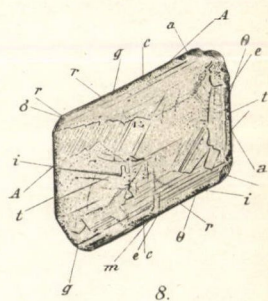
2.



5.



7.



8.



# A KÖZEG BEFOLYÁSA A REACTIÓSEBESSÉGRE ÉS A CHEMIAI EGYENSÚLY-ÁLLAPOTRA.

BUGARSZKY ISTVÁN lev. tagtól.

## I. FEJEZET.

### Irodalom.

A tömeghatás törvényének és a *superpositio* elvének alkalmazása által képesek vagyunk bármily bonyodalmas chemiai átalakulás időbeli lefolyását feltüntető simultan differentialegyenlet-rendszert felírni. Ezen differentialegyenlet-rendszerben — mint ismeretes — azon összefüggés jut kifejezésre, a mely bármely ( $t$ ) időpillanatban fennáll az egyes, a reactióban résztvevő molekulák concentrációjában  $dt$  időelemben beálló változása ( $dc$ ) és a reagáló molekulák concentrációja ( $c, c_1, c_2$ ) között. Az említett elvek azonban magukban nem elegendők ahhoz, hogy valamely konkrét chemiai változásra alkalmaztatva, képesek legyünk tisztán elméleti alapon, kísérletek végzése nélkül, bármely időpillanatra vonatkozólag az átalakulásban levő chemiai rendszer állapotát előre kiszámítani, még ha ismeretes is valamennyi parameter értéke, mely az említett differentialegyenlet-rendszer megoldása által nyert integral-egyenletrendszerben fellép. Ennek oka az, hogy az említett elvek egészen homályban hagynak, egyfelől bizonyos, egyszerű egész számokkal egyenlő s a differentialegyenlet-rendszerben kitevőként szereplő ú. n. *molekulaszámok*, s másfelől bizonyos arányossági tényezők felől, mely utóbbiakat *sebesség-állandók*-nak, specifikus reactiósebességeknek, vagy egyszerűen *reactiósebességek*nek szokás hívni. A molekulaszámok és a sebességállandók értékét minden egyes chemiai átalakulásra vonatkozólag külön-külön — kísérleti alapon — kell meghatározni s csak ha ez megtörtént, tekinthető a kitűzött feladat megoldottnak,

mindaddig, míg azon közeg, melyben a reagáló molekulák oldva vannak s egymásra találhatnak, változást nem szenved.

Ha ugyanis ugyanazon anyagok más oldószerben hatnak egymásra, a tapasztalat szerint a reakciósebesség értéke megváltozik, bár az oldószernek maguk a kémiai reakcióban nem vesznek részt, tehát indifferensek. Arra vonatkozólag, hogy a *közeg természete és a reakciósebesség hogyan függnek össze egymással, ez ille szerint az elmélet szintén semmi felvilágosítást sem képes nyújtani*, úgy hogy a mit a kutatás ezen a téren eddig kideríteni képes volt, egészen tapasztalati természetű.

Ilyen irányú kísérleteket először MENSCHUTKIN<sup>1</sup> végzett, a ki igen beható tanulmány tárgyává tette azon kérdést, hogy indifferens organikus oldószernek milyen befolyást gyakorolnak a bennök (organikus vegyületek között) végbemenő reakciók időbeli lefolyására. MENSCHUTKIN ilyen módon meglehetősen nagy tapasztalati adathalmazhoz jutott a nélkül, hogy abból valamely általánosan érvényes szabályra lehetett volna következtetést vonni, eltekintve attól, a mire MENSCHUTKIN adatai alapján először VAN'T HOFF mutatott rá,<sup>2</sup> t. i. hogy egészben véve és nagyjában (minthogy kivételek éppen nem ritkák) a sebességállandó az oldószer dielektromos állandójával együtt növekszik.

A reakciósebesség és az oldószernek egy másik fizikai tulajdonsága, nevezetesen belső sűrűlódása között fennálló kapcsolatra vont következtetést BUCHBÖCK,<sup>3</sup> ki a carbonylsulfid bomlásának sebességét tanulmányozván tiszta vízben és különböző elektrolytek vizes oldatában, mérési adatai alapján igazolva látja azt a szabályt, hogy «a reakciósebesség a belső sűrűlódással fordítva arányos olyan oldatokban, a melyek isosmosisosak és thio-szénsavtartalmukra vonatkozólag egyensúlyban vannak».

DE HEMPTINNE és BEKAERT<sup>4</sup> MENSCHUTKIN vizsgálatait oldószer-elegekre terjesztvén ki, arra az eredményre jutottak, hogy

<sup>1</sup> Zeitschr. f. physikal. Chemie 1. 611, 6, 41, 34, 157.

<sup>2</sup> Van't Hoff: Vorlesungen über theoretische u. physikal. Chemie, I. 217.

<sup>3</sup> Magyar kémiai folyóirat, V. k. 11—12. f. és VI. k. 1 f.

<sup>4</sup> Zeitschr. f. phys. Chemie 31, 41.

általános szabályszerűség érvényességéről itt sem lehet szó, mert míg az elegyek egy részénél azt lehetett tapasztalni, hogy a reactiósebességnek az elegycomponensekre vonatkozó értékéből az elegy reactiósebességét egyszerűen a társas szabály alapján lehet kiszámítani, addig más elegyeknél az ilyen módon számított és a talált értékek között 50% körüli eltérés is volt észlelhető.

Nem sokára ezután DE HEMPTINNE<sup>1</sup> a methylacetat különböző közegekben végbemenő elszappanosodásának tanulmányozása által arra a teljesen negatív természetű eredményre jut, hogy a közegnek a reactiósebességre gyakorolt befolyása és annak valamely *physikai* tulajdonsága között fennálló összefüggés felvétele nincs indokolva, hanem hogy az oldószernek ma még előttünk ismeretlen *chemiai* hatása az, a minek itt lényeges szerep jut.

Az előzőekben röviden ismertetett tapasztalati adathalmaz állott EULERnek rendelkezésére, a mikor a közegnek a reactiósebességre gyakorolt befolyását theoretikus szempontból tette tanulmány tárgyává.<sup>2</sup> EULER elméletének alapfeltevése, hogy az összes chemiai átalakulások elektromos töltéssel ellátott molekulák, *ionok* közvetítése mellett folynak le. E hypothesis arra tényleg alkalmasnak látszik, hogy megmagyarázza azon aránylag csekély eredményt, melyet a közegnek a reactiósebességre gyakorolt befolyására vonatkozólag az eddigi kutatások felmutatni képesek. Minthogy ugyanis a reactiósebesség kiszámításánál a a reactióban szereplő molekuláknak mindig az összes *concentrációja* vétetett alapul, míg EULER hypothesis szerint csak az ionok lévén aktívek, az előbbi concentrációnak csupán a dissociatiofoknak megfelelő törtrésze lett volna figyelembe veendő, egészen természetes, hogy a fenti alapon kiszámított reactiósebességek ismerete alapján valamely általánosan érvényes szabály fellelése nem sikerült. Másrészt EULER hypothesisével összhangban van azon nagyjában mindig bevált tapasztalati tény is, hogy a mely közegnek a dielektromos állandója nagyobb, abban a reactiósebesség is nagyobb, mert — miként erre először NERNST<sup>3</sup> rámutatott — a

<sup>1</sup> Zeitschr. f. physik. Chemie 28, 225.

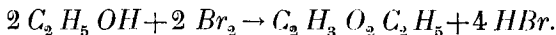
<sup>2</sup> U. o. 36, 641.

<sup>3</sup> Zeitschr. f. physik. Chemie 13, 531.

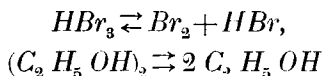
közeg ionizáló képessége és dielektromos állandója *parallel* tulajdonságok. EULER elméletének azonban nagy hátránya, hogy homályban hagy ezen szerinte egyedül activ molekulák, ionok concentrációja felől, a mi azután lehetetlenné teszi elmélete következményeinek megvizsgálását mérő kísérletek által.

Az előzőekben röviden vázolván a kérdésre vonatkozó eddigi irodalmat, áttérhetek dolgozatom céljának ismertetésére.

Miként egy másik értekezésemben<sup>1</sup> közölt méréseimből kitűnt, a bróm az æthylalkoholra mérhető sebességgel æthylacetat és brómhydrogen keletkezése közben hat:



Minthogy mind a bróm, mind az æthylalkohol különböző, *vízzel nem elegyedő* organikus folyadékokban (széntetrachloridban, szénkénegben stb.) jól oldódik s ép így vízben is, e reactio alkalmasnak ígérkezett arra, hogy időbeli lefolyásának tanulmányozása alapján nyert mérési adatokból következtetéseket vonjak a közegnek a reactiósebességre gyakorolt befolyására vonatkozólag. Mivel pedig a tanulmányozott chemiai átalakulás még két:



egyenlet által feltüntetett megfordítható chemiai reactiók egyensúlyának eltolódására vonatkozólag is adatokat szolgáltatott, a melyekből az egyensúlyállandók értékeit ki lehetett számítani, ekként olyan adatok birtokába is jutottam, melyekből a közegnek a chemiai egyensúlyállapotra gyakorolt befolyására vonhattam következtetést.

## II. FEJEZET.

A reactio lefolyása organikus oldószerekben (széntetrachloridban, széndisulfidban és monobrombenzolban) 25.0 °C-on.

Oldószerekként, melyekben a bróm és az alkohol — nagy hígításban — egymásra hatottak, a széntetrachloridet, széndisulfidet és monobrombenzolt használtam, mint a melyekre a brómot

<sup>1</sup> Matematikai és Természettudományi Értesítő 49, 1:8.

(25°-on) teljesen hatástalannak találtam, ha az említett organikus folyadékok *chemiailag tiszták*. Ismeretlen tisztátalanságoknak néha csak a nyomai képesek — így különösen a monobrómbenzolnál — brómsubstitúciós termékek keletkezésével járó zavaró mellékreakciókat megindítani, a miért kiváló gondot fordítottam úgy a használt organikus præparatumok chemiai tisztaságára, mint az összes edényeknek tisztaságára, a melyeket a reactio-elegyek készítése alkalmával használtam.

A kereskedésbeli brómot tisztítás céljából brómkáliumos vízzel ismételten jól kimostam, azután concentrált kénsavval ráztam ki, majd kevés baryumoxyddal szárítottam s végül az utóbbiról oly készülékben, mely tiszta üvegrészekből állott, ledesztilláltam.

A kísérleteimnél felhasznált absolut alkoholt a kereskedésbeli mintegy 96%-os alkoholból állítottam elő akként, hogy előbb mintegy 8 napon át friss égetett mészen hagytam állni, majd másik edényben előre elkészített baryumoxydra öntöttem, az utóbbin 3 napig hagytam állni, s végül az absoluttá vált alkoholt róla le is desztilláltam. Az ekként nyert alkohol sűrűségét — pyknometerrel meghatározva — 25°-on s 4° C-u vízre, mint egységre vonatkoztatva 0.7856-nak találtam, a mi <sup>1</sup> 99.9% alkoholtartalomnak felel meg. Ezen alkoholnak (20° C.-on) térfogat szerint lemért mennyiségeinek súlyokban való kifejezésére mindig az «1 k.-cz. 0.79 (egész pontosan tulajdonképen 0.7898) gr.-nak felel meg» kapcsolatot használtam fel, miből aztán következik, hogy 46 gr. = 1 móla alkohol 58.1 k. cz. 20°-os absolut alkoholban van s hogy 5 térf.-% alkohol 0.860 móltartalomnak felel meg (literenként).

A kísérleteimhez használt széntetrachlorid C. A. F. KAHLBAUM chemiai gyárában készült. A gyár által szállított præparatumot — tisztítás céljából — fractionált destillációnak vettem alá, dephlegmatorként egy négy tekés LE-BEL-HENNINGER-féle csövet alkalmazva. Ilyen módon közepső párlatképen a gyári készítménynek mintegy <sup>3</sup>/<sub>4</sub>-ét kitevő olyan folyadékot nyertem, mely állandó forrpontot mutatott, a mennyiben 760 mm. nyomásnál

---

<sup>1</sup> Landolt-Börnstein-féle Tabellák, II. kiadás, 223.

— hitelesített normal hőmérő jelzése szerint —  $76.80-76.85^{\circ}$  C-nál ment át. Anyagom tisztaságának ellenőrzése céljából a forrponon kívül annak még a következő physikai állandóit mértem meg: olvadáspontját, sűrűségét ( $0^{\circ}$  C-on a  $4^{\circ}$ -os vízre, mint egységre vonatkoztatva), a D-vonalra vonatkozó (relatív) optikai törésmutatóját 2 hőmérsékleten,  $25$  és  $11.1^{\circ}$  C-on (mely 2 adat alapján azután kiszámítottam a  $20^{\circ}$  C-ra érvényes értéket), s végül a dielektromos állandót. Az alábbi táblázatban összehasonlíthatás céljából párhuzamosan egymás mellé állítva láthatók egyfelől azon értékek, melyeket a kísérleteimhez felhasznált széntetrachlorid physikai állandóira vonatkozólag magam nyertem, s másfelől azok az értékek, melyeket mint chemiailag tiszta anyagra vonatkozó adatokat az irodalomban találtam.

## I. Táblázat.

*A széntetrachlorid physikai állandói:*

A physikai állandó megnevezése	Szerző által saját készítményén talált érték	Az irodalomban talált adatok
olvadáspont	$-22.6^{\circ}$ C.	$-23.8$ TAMMANN szerint
forrpon	$76.83^{\circ}$ C.	$76.5$ GULDBERG szerint (Zeitschr. für phys. Chemie 5, 375.) $77.0$ RAMSAY és ARTON szerint (Zeitschr. f. phys. Chemie 15, 90.)
sűrűség $d_{4}^{0}$	1,63184	1,63195 THORPE szerint (Landolt: Tabellen 173.)
törésmutató $n_D$	1,45804 $25^{\circ}$ C-nál 1,46501 $11.1$ „ 1,46054 $20$ „	1,46072 $20^{\circ}$ C-nál HAAGEN szerint (Landolt, 432.)
dielektromos állandó	2,241 $21.3^{\circ}$ C-nál	2,246 $18^{\circ}$ -nál TURNER szerint (Zeitschr. f. phys. Ch. 35 428), mig a temp. coefficiens: $-0.0008$ .



A mi a fenti táblázatban szereplő physikai állandók meghatározására használt módszereket illeti, felemlítem, hogy a sűrűség meghatározása pyknometerrel történt, az olvadáspontot meg BECKMANN fagyasztó-készüléke s  $\frac{1}{10}$  fokokra osztott, hitelesített hőmérő alkalmazása mellett — hűtőkeveréknek az alkohol és szilárd szénsav keverékét használván — határoztam meg. A törésmutatót a PULFRICH-féle, állandó hőmérséklet fentartására alkalmas berendezéssel ellátott refractometerrel mértem meg s végül a dielektromos állandó meghatározása a NERNST-féle kísérleti berendezés segélyével történt, mindazon cautélák szigorú betartása mellett, a melyek szabatos értékek nyerését biztosítják.<sup>1</sup> A dielektromos állandó meghatározására használt mérési módszer megnevezése mellett még felemlítem, hogy a méréshez használt kis condensator calibrálására többszöri kifagyasztás által tisztított benzolt használtam, melynek dielektromos állandója gyanánt a TURNER által nagy pontossággal meghatározott s  $18^{\circ}$ -on  $2\cdot288$ -czal egyenlő értéket használtam, s temperatura-coëfficiens gyanánt —  $0\cdot0007$ -et fokonként.

A kísérleteimhez felhasználandó *széndisulfid* tisztítása céljából a kereskedésbeli «tiszt» készítményt mindenekelőtt több napon át darabos calciumoxyddal ráztam, majd az égetett mészről a folyadékot ledesztilláltam. A párlatot durva kaliumpermanganat-porral, majd fémhiganyval s végül száraz mercurichloriddal digeráltam, azután meg négytekés LE-BEL-HENNINGER-féle dephlegmator alkalmazása mellett fractionált desztillationak vetettem alá. A fractionált desztillálás alkalmával majdnem az egész folyadék ugyanazon az állandó hőmérsékleten, melyet hitelesített hőmérő jelzése szerint s normális légköri nyomásra redukálva  $46\cdot00^{\circ}$  C.-nak ( $\pm 0\cdot01^{\circ}$ ) találtam, ment át. Ezen állandó forrpontot mutató párlat egyéb physikai állandói is a készítmény chemiai tisztaságát igazolták, miként ezt az alábbi táblázatban feltüntetett értékek bizonyítják.

<sup>1</sup> Zeitschr. f. physik. Chemie. 35, 385.

## II. Táblázat.

A széndisulfid *physikai* állandói :

A physikai állandó megnevezése	Szerző által saját készítményén talált érték	Az irodalomban talált adatok
forrpont (760 mm.)	46.00	46.04 THORPE szerint (Zeitschr. für phys. Chemie 19. 548.)
sűrűség	1.29210 <sup>0</sup> / <sub>4</sub> ° 1.25583 <sup>25</sup> / <sub>4</sub> ° 1.26320 <sup>30</sup> / <sub>4</sub> °	1.29215 <sup>0</sup> / <sub>4</sub> ° 1.2635 <sup>30</sup> / <sub>4</sub> ° } WÜLLNER szerint (Landolt, 188.)
törésmutató	1.62779 20° C-nál	1.62761 20° C-nál KETTLER sze- rint (Landolt, 421.)
dielektromos állandó	2,646 21.5° C.	2,64 17°-nál DRUDE szerint (Zeit- schrift für phys. Chemie 23, 319.)

A monobrómbenzol, melynek fractionált desztillálása útján a kísérleteimhez felhasznált tiszta készítményt nyertem, szintén KAHLBAUM-féle præparatum volt. A LE-BEL-HENNINGER-féle dephlegmator alkalmazása mellett is itt a folyadéknak egyszeri le-desztillálása s külön részletekben történő felfogása nem volt elegendő ahhoz, hogy az eredeti készítmény jelentékeny részét kitevő mennyiségben, elég állandó forrpontú fractiót nyerjek, hanem csak miután az első desztillálásnál nyert fractiókat, a szokásos technikát alkalmazva, újból szagztatott lepárlásnak vetettem alá. Ilyen módon az eredeti készítménynek mintegy <sup>3</sup>/<sub>4</sub> részét kitevő oly folyadékot nyertem, melynek forrpontja 155.4—155.6° C. között variált s a melynek egyéb *physikai* állandóiból is a készítménynek elegendő tisztaságára lehetett következtetést vonni, miként ez az alábbi táblázatban összeállított mérési adataimból kitűnik.

## III. Táblázat.

*A monobrombenzol physikai állandói.*

A physikai állandó megnevezése	Szerző által saját készítményéntalált érték	Az irodalomban talált adatok
olvadáspont	— 30·7° C.	—30·5° C. SCHNEIDER szerint (Zeitschr. f. phys. Chemie 22., 227.)
forrpont	155·4—155·6° (760 mm.)	165° 765 mm.-nél MENTSCHUTKIN szerint (Zeitschr. f. phys. Chemie 6, 53.) 154·5—155·0° 750 mm.-nél SCHRÖDER szerint, u. o. 11, 457. 156·6° 765 mm.-nél TRITLER szerint, u. o. 4, 69.
sűrűség	1·52062 0° C.-nál 1·48791 25° „ „ 1·4946 20° „ „	1·4914 20° C.-nál BRÜHL szerint (Zeitschr. f. phys. Chemie 1, 313.) 1·4952 „ „ „ SCHNEIDER szerint, u. o. 11, 457.
törésmutató	1·55997 20° C.-nál	1·55977 20° C.-nál BRÜHL szerint Landolt, 429.
dielektromos állandó	5·66 20° C.-nál	5·34 14° C.-nál JAHN szerint (Zeitschr. f. phys. Chemie 13, 386.)

A kísérleteimhez használt reactio-elegyek készítése a következőképen történt. Brómnak és az illető organikus oldószernek 1 : 9 térfogatarányban készített elegyből a szükséges brómmennyiséget tartalmazó térfogatot  $\frac{1}{100}$  k.-cz.-ekre osztott pipetta segítségével lemérvén s az illető organikus folyadék lemerít (rendesen 100 k.-cz.-rel egyenlő) térfogatában feloldván, ekként brómra közel  $\frac{1}{10}$  n. oldatot készítettem. A másik, a reactio-elegyek készítéséhez felhasznált alapoldat 10 térfogat-százalék alkoholt tartalmazott. A különböző, alkoholt és brómot tartalmazó reactio-elegyek készítése a két előbb megnevezett és a tiszta oldószernek

100 k. cz.-es, köszörült dugós lombikban, gondosan calibrált pipetták segélyével kellő arányban végzett összeelegyítése által, aránylag egyszerűen történhetett: a brómból mindig 10 k.-cz.-t kellett lemérnem, míg az alkohololdatból a 10 k.-cz.-nek valamely többszörösét, s végül a tiszta folyadékból annyit, hogy azzal a reactio-elegy térfogata 100 k.-cz.-re egészítődjék ki. Könnyen belátható experimentális előnyöknél fogva, s mert ekkor kevesebb számítás szükséges következtetések vonásához, *a brómot mindig az alkohol nagy feleslegére engedtem hatni*. Ekkor ugyanis csak egy anyagnak, a brómnak activ tömege szenved az átalakulás folyamán változást, míg az alkoholé a reactio egész tartama alatt állandónak tekinthető, minek folytán természetesen a változás időbeli lefolyására vonatkozó törvény is egyszerűbbé válik ennek azon alakjával szemben, mely általánosan érvényes, t. i. ha az átalakulás folyamán az alkohol concentrációja is változik.

Chemiai kinetikai tanulmánynál - mint ismeretes — a legelső kérdés — melyet kísérleti alapon kell eldönteni, az, hogy az egyes ható-anyagok mekkora molekulaszámmal vesznek a reactióban részt, minthogy erre vonatkozólag a theoria semmi felvilágosítást sem nyújt. Ha ugyanis  $A$  jelenti az alkohol concentrációját (a szokásos egységekben: a gramm-molekulasúlyok számával, ú. n. *mólákban* literenkint),  $B$  a bróm concentrációját a reactio kezdetén,  $k$  a reactio-sebesség (sebesség-állandó)  $x$  jelenti a reactio kezdete óta lefolyt  $t$  idő alatt *átalakult* bróm mennyiségét (vagy, a mi ezzel egyenlő, a képződött brómhydrogen mennyiségének felét) természetesen szintén mólákban kifejezve: úgy a chemiai kinetika elvei szerint a reactio időbeli lefolyásának a következő differentialegyenlet értelmében kell lefolynia:

$$\frac{dx}{dt} = k A^n (B-x)^{n'},$$

melyben az  $n$  és  $n'$  kitevők egyelőre még nem ismeretes egyszerű egész számok s azt fejezik ki, hogy az alkohol, illetve a bróm hány molekulája vesz a reactio mechanismusában részt.

A fenti differentialegyenlet integralegyenlete

$$n' = 1$$

esetben :

$$\frac{1}{t-t_0} \cdot l \frac{B-x_0}{B-x} = k A^n = k' = \text{const.} : \quad 1)$$

(a hol  $l$  természetes logarithmust jelent) s ha  $n' > 1$ .

$$\frac{1}{(n-1)(t-t_0)} \cdot \frac{(B-x_0)^{n'-1} - (B-x)^{n'-1}}{(B-x_0)^{n'-1} (B-x)^{n'-1}} = k A^n = k' = \text{const.}$$

A tapasztalat szerint a molekulaszám ritkán nagyobb, mint 2, a miért beérhetjük annak megvizsgálásával, hogy  $n'$  az egységgel egyenlő-e, avagy

$$n' = 2,$$

mely utóbbi esetben az általános alakú integralegyenlet a következő egyszerűbb alakba megy át:

$$\frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{x-x_0}{(B-x_0)(B-x)} = k A^n = k' = \quad 2)$$

Mindezen egyenletekben az eddig meg nem magyarázott  $x_0$  jelenti a reactio kezdete ( $t=0$  idő) óta az első brómtartalom-meghatározásig lefolyt,  $t=t_0$  idő alatt átalakult bróm mennyiségét,  $x$  meg az utóbbit  $t$  idő múltán. A jodometriás úton végzett brómtitrálási adatokból és pontos időfeljegyzések alapján könnyen kiszámíthatjuk a figyelembe veendő egyenletek baloldali tagjának értékét. Ha ugyanis  $T_0$  jelenti a normaltartalom által kifejezett s az első időleolvasás alkalmával ( $t=t_0$  időben) nyert brómtitrálási adatot,  $S_0$  meg az ugyanekkor acidimetriás úton talált bromhydrogen mennyiségét (természetesen szintén a normaltartalom által kifejezve), továbbá  $T$  jelenti a talált brómtitert  $t$  idő múlva, úgy egyszerűen

$$B-x_0 = \frac{T_0}{2},$$

$$B-x = \frac{T}{2},$$

$$x_0 = \frac{S_0}{2}.$$

Hogy már most az 1. és 2. alatti egyenletek alapján eldönthessük, hogy az  $n'$  nem egyenlő-e az egységgel, avagy kettővel, egyszerűen a kísérleti adatokon az 1), illetve a 2) alatti egyenlet bal oldalán előírt számításokat elvégezve, meg kell vizsgálni, hogy az első, avagy a második esetben kapunk-e, az időtől függetlenül, egyforma értékeket, a miből azután, a mi a bróm részsvételét illeti, a *mono*-, illetve a *bimolekulás* típus szerinti lefolyás következne s így az  $n' = 1$ , illetve 2 volna érvényes értéként megállapítva.

Hogy az előzőkben röviden kifejtett elv alkalmazása által a bróm molekulaszámának értékéhez jussak, a brómot a három oldószer mindegyikében közel  $\frac{1}{100}$  n. koncentrációban hagytam 0.344 mólás alkoholra hatni. A reactio-elegy pontosan  $25^\circ$  C.-ra beállított Ostwald-féle thermostatban állott, s az első brómtitrálást 10 perczezel az elegy elkészülte után végeztem, pontosan leolvasva és felírva az időt. Mindig 10 k.-cz.-nyi részleteket vettem ki az oldatból gondosan calibrált pipettákkal, s ezen folyadékrészleteket 10 k.-cz. mintegy  $\frac{1}{10}$  n. jódkáliumoldatba eresztettem, majd a többszöri erős összerázás után kiváلتott jódot  $\frac{1}{100}$  n. thiosulfat-oldattal megtitráltam. Az első ízben ( $t_0$  időben) végzett brómtitrálás alkalmával — annak megtörténte után — mindig a bróm-hydrogen mennyiségét is meghatároztam  $\frac{1}{40}$  n. barytvízzel végzett titrálás útján (indikátorként a phenolphthaleint használván), miáltal az  $x_0$  értéke s ennek segélyével  $B$ , vagyis a kezdeti brómtiter volt kiszámítható.

Mind a három reactio-közegre vonatkozó kísérleti adataim és számításaimnak eredményei az alább következő 3 táblázatban láthatók összeállítva:

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	10 k.cz. folyadék- részletek titrálá- sánál elfogyasz- tott $\frac{1}{100}$ n. thio- sulfatoldat köb- centimétereinek száma $T'$	$B-x$	$\frac{0.434}{t-t_0} \cdot \frac{B-x_0}{B-x}$	$\frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{x-x_0}{(B-x_0)(B-x)}$
--	---	-------	---	--

## IV. Táblázat.

 $A = 0.344$ Reaktioközeg:  $CCl_4$  $B = 0.00507$ 

0	10.04	0.00502	—	—
510	8.69	434	0.000123	0.0612
1320	7.23	361	108	590
1500	6.82	341	111	627
2760	5.41	270	97	620
3312	4.89	244	93	637
6192	3.22	0.00161	0.000078	0.0681

## V. Táblázat.

 $A = 0.344$ Reaktioközeg:  $CS_2$  $B = 0.00484$ 

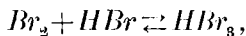
0	9.52	0.00476	—	—
180	8.83	441	0.000185	0.093
360	8.25	412	173	94
540	7.72	386	169	91
1440	5.96	298	145	87
1800	5.40	270	137	89
2880	4.25	0.00212	0.000122	0.091

## VI. Táblázat.

 $A = 0.344$ Reaktioközeg:  $C_6H_5Br$ . $B = 0.00484$ 

0	9.48	0.00474	—	—
360	7.06	353	0.000355	0.198
1440	4.24	212	242	0.180
1800	3.65	1825	223	0.187
2820	2.55	1275	192	0.204
4320	1.51	0.000755	0.000185	0.265

Mint ezen táblázatok két utolsó rovata mutatja, úgy a mono-, mint a bimolekulás átalakulásra jellemző kifejezés értéke nagyobb ingadozásokat mutat, hogy sem ezek az elkerülhetlen kísérleti hibáknak volnának betudhatók, mely körülmény arra enged következtetni, hogy az eredeti anyagok és a reactiotermékek (valamelyike) között valamely zavaró mellékhatásnak kell végbemennie. Ilyen zavaró hatás fellépését megállapítottam és természetének mibenlétét kimutattam azon már előbb is idézett értekezésemben<sup>1</sup> is, a melynek tárgyát a bróm hatása 80 vol. %-os alkoholra képezte. Nevezetesen a zavaró hatás okát abban találtam, hogy a brómot a reactio egyik terméke, a brómhydrogen, mint hydrogentribromidet részben leköti, s ez által inactiválja:



mivel a hydrogentribromid az alkoholra nem hat, hanem a brómnak csupán a le nem kötött része (a  $Br_2$ -molekulák). Analógia útján már most feltehető, hogy a hydrogentribromid laza vegyület nemcsak alkohol és víz elegyében, hanem más oldószerekben is létezik, így  $CCl_4$ -ben,  $CS_2$ -ben és  $C_6H_5Br$ -ben is, a miből aztán — az *activ* bróm concentratioja gyorsabban csökkenvén, mint a titrálás útján talált *összes* bróm concentratioja — a reactionak a monomolekulás typusnál *lassúbb* lefolyása következne, a mit valóban tapasztalni is volt alkalmunk (l. a három előző [IV—VI.] táblázat utolsó előtti rovatát).

Ha a reactio, a mi a bróm résztvételét illeti, tényleg monomolekulás, s annak időbeli lefolyása ezen typustól csupán azért eltérő, mert az *activ* bróm concentratioja, hydrogentribromid keletkezése folytán, gyorsabban csökken, mint az *összes* bróm concentratioja, úgy a chemiai mechanika elvei értelmében a zavaró hatás fenn nem forgása esetére vonatkozó

$$\frac{dx}{dt} = kA^n (B-x)$$

differentialegyenletben egyszerűen az *összes* bromconcentratiót kifejező mennyiség helyébe az *activ* bróm concentratióját kell írni

<sup>1</sup> Matematikai és Természettudományi Értesítő, XIX. k. 128.



(feltéve, hogy a hydrogentribromid képződése és componenseire való szétesése a bróm és alkohol egymásra való hatásának sebességéhez képest végtelen nagy sebességgel történik), s megkapjuk a differentialegyenletnek a szóban forgó zavaró hatás figyelembe vétele mellett érvényes alakját.<sup>1</sup> Ezen differentialegyenlet, a már elfogadott jelöléseket megtartva, a következő:

$$2 \cdot \frac{dx}{dt} = kA^n \{ -[2B + K - 3(B-x)] + \\ + \sqrt{[2B + K - 3(B-x)]^2 + 4K(B-x)} \},$$

hol  $K$  a hydrogentribromid dissociação-állandója. Ezen differentialegyenlet integrálegyenlete:

$$\frac{2B+K}{K} \ln \frac{c_0}{c} - \frac{2B+\frac{2}{3}K}{K} \ln \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c + \frac{K}{3}} - \\ - \frac{2B+\frac{2}{3}K}{3\left(c_0 + \frac{K}{3}\right)} \cdot \frac{c_0 - c}{c + \frac{K}{3}} = kA^n(t-t_0), \quad \text{I)}$$

hol  $\ln$  a természetes rendszerű logaritmus jele, s  $c_0$  jelenti az activ bromnak az első,  $t_0$ -val jelölt időpillanatban végzett brom-titrálási adat ( $T_0$ ) alapján kiszámított kezdeti koncentrációját, melynek értéke

$$c_0 = \frac{-[2B + K - 3(B-x_0)] + \sqrt{[2B + K - 3(B-x_0)]^2 + 4K(B-x_0)}}{2},$$

$c$  pedig a  $t$  időpillanathoz tartozó activ brom koncentrációja:

$$c = \frac{-[2B + K - 3(B-x)] + \sqrt{[2B + K - 3(B-x)]^2 + 4K(B-x)}}{2}.$$

Hogy a fenti I. alatti egyenlet érvényességét a tanulmányozott reactio időbeli lefolyására vonatkozólag megvizsgálhassuk, szükségünk van a hydrogentribromid széntetetrachloridra, szén-

<sup>1</sup> Ennek bebizonyítását l. Mathemat. és Természettudományi Értesítő 19, 147—149.

diszulfidra és monobrómbenzolra mint reakcióközegre vonatkozó dissociatio-állandójának értékére. Ezt vízre vonatkozólag 0.0655-nek,<sup>1</sup> s 80 térfogatszázalékos alkoholban 0.00441-nek<sup>2</sup> találtam,

A  $K$  értékének meghatározása céljából nem használhattam azt az eljárást, a melyet a 80 %-os alkoholra és vízre mint reakcióközegre vonatkozó vizsgálataimnál alkalmaztam, minthogy a brómhydrogen a reakcióközeg gyanánt választott mindhárom organikus folyadékban oly kevésbé oldható, hogy a brómhydrogenre vonatkozó telítettségi állapot jóval az  $1/100$ -m. concentratio alatt fekszik, a miért azután nem volt lehetséges kísérletileg megvalósítani azt, mi víznél és alkoholnál semmi nehézséggel sem járt, s abban állott, hogy a brómot az alkoholra a brómhydrogennek a brómbhoz viszonyítva arányilag igen nagy (50-szeres vagy 100-szoros) concentratioja mellett engedtem hatni. Ezért kénytelen voltam hosszadalmas és fárasztó számításra alapított eljárást alkalmazni, hogy a hydrogentribromid  $CCl_4$ -re,  $CS_2$ -re és  $C_6H_5Br$ -re vonatkozó dissociatio-állandójának értékéhez jussak.

E végből a

$$\begin{aligned} & \frac{1}{t_1 - t_0} \cdot \left[ \frac{2B + K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0}{c_1} - \frac{2B + \frac{2}{3}K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c_1 + \frac{K}{3}} - \right. \\ & \quad \left. - \frac{2B + \frac{2}{3}K}{3 \left( c_0 + \frac{K}{3} \right)} \cdot \frac{c_0 - c_1}{c_1 + \frac{K}{3}} \right] = \\ & = \frac{1}{t_2 - t_0} \cdot \left[ \frac{2B + K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0}{c_2} - \frac{2B + \frac{2}{3}K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c_2 + \frac{K}{3}} - \right. \\ & \quad \left. - \frac{2B + \frac{2}{3}K}{3 \left( c_0 + \frac{K}{3} \right)} \cdot \frac{c_0 - c_2}{c_2 + \frac{K}{3}} \right] \end{aligned}$$

transcendens egyenletet, melyben

<sup>1</sup> Mathematikai és Természettud. Értesítő, 20, 400.

<sup>2</sup> U. o. 19, 159.

$$c_0 = \frac{-[2B+K-3(B-x_0)] + \sqrt{[2B+K-3(B-x_0)]^2 + 4K(B-x_0)}}{2},$$

$$c_1 = \frac{-[2B+K-3(B-x_1)] + \sqrt{[2B+K-3(B-x_1)]^2 + 4K(B-x_1)}}{2},$$

$$c_2 = \frac{-[2B+K-3(B-x_2)] + \sqrt{[2B+K-3(B-x_2)]^2 + 4K(B-x_2)}}{2},$$

próbalgatás útján, fokozatos, mind pontosabb megközelítéssel a  $K$ -ra vonatkozólag megoldottam. Ezen számításaimnál felhasznált kísérleti adatok, s számításaimnak eredményei az alább következő táblázatban láthatók összeállítva.

VII. Táblázat.

A reactio- közeg jele	Idő percekben $t-t_0$	$T''$	$2B$	$B-x$	A hydrogen- tribromid dissociatio- állandója $K$
$CCl_4$	2	10.04	0.01014	0.00502	0.00510
	1320	7.23		0.00361	
	6192	3.22		0.00161	
$CS_2$	0	9.52	0.00962	0.00476	0.00360
	540	7.72		0.00386	
	1800	5.40		0.00270	
$C_6H_5Br$	0	9.48	0.00968	0.00474	0.00265
	360	7.06		0.00353	
	1800	3.65		0.001825	

Hogy a reactio időbeli lefolyása mind a három reactio-közegben tényleg az I) alatti egyenlet értelmében történik, azt az alább következő három táblázat (VIII—X.) utolsó rovata eléggé bizonyítja, minthogy ezen rovatban van az

$$\frac{1}{t-t_0} \left[ \frac{2B+K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{2B+\frac{2}{3}K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{2B+\frac{2}{3}K}{3\left(c_0+\frac{K}{3}\right)} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right] = kA^n = \text{const.} \quad 1a)$$

egyenlet bal oldalának értéke, melynek, mint a jobb oldal mutatja, az időtől függetlenül, állandónak kellene lennie, s a mely, mint ezen rovat megtekintése által meggyőződhetünk, tényleg nem is mutat nagyobb ingadozásokat, mint a mekkorák az elkerülhetlen kísérleti hibáktól eredhetnek.

$t-t_0$	$T'$	$\frac{T}{2}$	$c$	$kA^n$
VIII. Táblázat.				
$A = 0.344$	Reactioközeg: $CCl_4$		$2 B = 0.01014$	
0	10.04	0.00502	0.00497	—
510	8.69	434	373	0.000308
1320	7.23	361	262	297*
1500	6.82	341	236	303
2760	5.41	270	158	303
3212	4.89	244	134	307
6192	3.22	0.00161	0.00094	0.000297*
közéérték 0.000303				

$t-t_0$	$T'$	$\frac{T}{2}$	$c$	$kA^n$
IX. Táblázat.				
$A = 0.344$	Reactioközeg: $CS_2$		$2B = 0.00962$	
0	9.52	0.00476	0.00470	—
180	8.83	441	399	0.000462
360	8.25	412	345	460
540	7.72	386	300	463*
1440	5.96	298	177	467
1800	5.40	270	147	463*
2880	4.25	0.00212	0.00097	0.000465
középérték 0.000463				
X. Táblázat.				
$A = 0.344$	Reactioközeg: $C_6H_5Br$ .		$2B = 0.00968$	
0	9.48	0.00474	0.00461	—
360	7.06	353	231	0.001020*
1440	4.24	212	0748	1012
1800	3.65	182	0644	1020*
2820	2.55	127	0380	1030
4320	1.51	0.000755	0.000205	0.001004
középérték 0.001017				

(Mind a három előző táblázat utolsó rovatában \*-gal jelölt értékpár pontos megegyezése abban találja magyarázatát, hogy a  $K$  értéke úgy lett meghatározva, hogy — a megfelelő kísérleti adatok felhasználásával — az Ia) egyenlet baloldalán előírt számítások elvégzése után nyert két érték egyenlő legyen egymással.)

Abból a czélból, hogy az alkohol molekulaszámát, az  $n$ -et, s ennek ismerete alapján magának a reactiosebességnek,  $k$ -nak értékét kiszámíthassam, mert most még csak a

$$kA^n = k'$$

ismeretes, az  $A$  értéket, vagyis az alkohol kezdeti concentratioját variáltam, még pedig mind a három reactioközegben az alkoholnak, molákban kifejezve, 0.172, 0.516, 0.688 és 0.860-del s tér-

fogatszázalékokban 1, 3, 4 és 5-tel egyenlő concentratioja mellett tanulmányoztam a reactio időbeli befolyását.

Kísérleteimnek és számításaimnak eredményei az alább következő 12 táblázatban láthatók összeállítva.

$t-t_0$	$T'$	$\frac{T}{2}$	$c$	$k'$
XI. Táblázat.				
$A = 0.172$	Reactioközeg: $CCl_4$		$2B = 0.01030$	
0	10.10	0.00505	0.00495	—
1374	8.74	437	371	00.00114
1920	8.31	415	336	114
2820	7.70	385	290	112
3360	7.31	365	263	117
4260	6.81	0.00340	0.00231	0.000116
középérték: 0.000114				
XII. Táblázat.				
$A = 0.516$	Reactioközeg: $CCl_4$		$2B = 0.1024$	
0	10.04	0.00502	0.00494	—
480	7.97	398	312	0.000555
1320	5.93	296	182	530
1560	5.48	274	160	532
2760	3.89	194	094	550
3300	3.30	0.00165	0.00075	0.000548
középérték: 0.000550				
XIII. Táblázat.				
$A = 0.688$	Reactioközeg: $CCl_4$		$2 = B 0.01018$	
0	10.18	0.00509	0.00509	—
234	8.49	429	364	0.000805
480	7.33	366	271	809
1380	4.75	237	133	753
1740	4.18	209	107	756
1920	3.90	195	095	773
2820	2.90	0.00145	0.00064	0.000762
középérték: 0.000778				

$t-t_0$	$T'$	$\frac{T}{2}$	$c$	$k'$
XIV. Táblázat.				
$A = 0.860$	Reactioközeg: $CCl_4$		$2B = 0.01024$	
0	10.04	0.00502	0.00494	—
240	8.00	400	319	0.00105
480	6.60	330	220	110
1380	3.96	198	098	105
1920	4.04	157	068	104
2820	2.05	0.00102	0.00041	0.00105
közéérték: 0.00106				
XV. Táblázat.				
$A = 0.172$	Reactioközeg: $CS_2$		$2B = 0.01008$	
0	9.78	0.00489	0.00472	—
360	9.30	465	422	0.000152
1260	8.29	414	335	146
1500	8.10	405	313	150
1860	7.74	387	289	148
2760	7.08	0.00354	0.00235	0.000143
közéérték: 0.000148				
XVI. Táblázat.				
$A = 0.516$	Reactioközeg: $CS_2$		$2B = 0.00948$	
0	9.18	0.00459	0.00441	—
240	7.59	379	299	0.000865
480	6.56	328	217	881
1440	4.30	215	101	830
1860	3.73	1865	081	810
2910	2.63	0.001315	0.000515	0.000800
közéérték: 0.000836				

$t-t_0$	$T'$	$\frac{T'}{2}$	$c$	$h'$
XVII. Táblázat.				
$A = 0.688$	Reaktioközeg: $CS_2$		$2B = 0.001003$	
0	8.17	0.00408	0.00320	—
120	7.35	367	256	0.00119
240	6.64	332	208	123
360	6.13	306	177	120
1200	3.79	189	075	120
2760	1.95	0.00097	0.00032	0.00118
középérték 0.00120				
XVIII. Táblázat.				
$A = 0.860$	Reaktioközeg: $CS_2$		$2B = 0.01019$	
0	9.69	0.00484	0.00455	—
120	8.03	401	302	0.00185
180	7.48	374	260	177
312	6.44	322	196	170
335	6.38	319	187	170
3000	1.15	0.00057	0.00017	0.00175
középérték 0.00175				
XIX. Táblázat.				
$A = 0.172$	Reaktioközeg: $C_6H_5Br$ .		$2B = 0.01009$	
0	9.89	0.00494	0.00481	—
240	9.26	463	412	0.000269
372	8.99	449	384	265
480	8.79	0.00429	0.00364	0.000260
középérték: 0.000262				



$t-t_0$	$T'$	$T$ 2	$c$	$k'$
XX. Táblázat.				
$A = 0.516$	Reactioközeg: $C_6H_5Br$ .		$2B = 0.00988$	
0	9.58	0.00479	0.00460	—
60	8.62	431	358	0.00192
120	7.85	392	286	194
220	6.86	343	209	193
300	6.28	314	172	192
378	5.62	0.00281	0.00136	0.00198
				középérték: 0.00198
XXI. Táblázat.				
$A = 0.688$	Reactioközeg: $C_6H_5Br$ .		$2B = 0.00989$	
0	9.69	0.00484	0.00472	—
60	8.31	415	328	0.00295
120	7.38	369	244	290
360	5.08	254	111	288
480	4.44	222	087	284
1380	2.03	0.00101	0.00027	0.00292
				középérték: 0.00292
XXII. Táblázat.				
$A = 0.860$	Reactioközeg: $C_6H_5Br$ .		$2B = 0.00988$	
0	9.58	0.00479	0.00460	—
60	7.81	390	284	0.00398
120	6.68	334	197	396
220	5.46	273	128	382
300	4.82	241	101	371
360	4.39	0.00219	0.00085	0.00371
				középérték: 0.00382

Az áttekintés megkönnyítése céljából az alább következő három táblázatban, a 3. rovatban összefoglalva közlöm a reactiosebességgel arányos, különböző alkoholeconcentratio mellett

talált  $k'$  értékét, továbbá a 4. rovatban azon kifejezés értékét, a mely a reactionak — a mi az alkohol részvételét illeti — *mono-* és az 5. rovatban azét, a mely annak *bimolekulás* typus szerinti lefolyása esetében volna állandó.

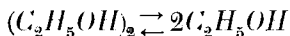
Alkohol concentrációja térfogat- százalékokban %	Alkohol concentrációja mólákban $A$	$k'$	$\frac{k'}{A}$	$\frac{k'}{A^2}$
XXIII. Táblázat.				
Reactioközeg: $CCl_4$				
1·00	0·172	0·000114	0·000663	0·00385
2·00	0·344	303	881	256
3·00	0·516	550	1065	207
4·00	0·688	778	1130	168
5·00	0·860	0·00106	0·001232	0·00143
XXIV. Táblázat.				
Reactioközeg: $CS_2$				
1·00	0·172	0·000148	0·000861	0·00502
2·00	0·344	463	0·001347	391
3·00	0·516	836	1620	314
4·00	0·688	0·00120	1744	254
5·00	0·860	0·00175	0·00203	0·00237
XXV. Táblázat.				
Reactioközeg: $C_6H_5Br$ .				
1 00	0·172	0·000262	0·00152	0·00886
2·00	0·344	0·001017	296	881
3 00	0·516	198	384	744
4·00	0 688	292	425	617
5·00	0·860	0·00382	0·00445	0·00517

Ezen táblázatok 4. és 5. rovatából az tűnik ki, hogy az — állandó  $A$  mellett — a reactionsebességgel arányos mennyi-

ségnek, a  $k'$ -nek értéke *gyorsabban* nő, mint az alkohol concentratiojának *első*, és *lassabban*, mint annak *második* hatványa. Ez az alkoholnak oly molekulaállapotára mutat az oldószerül használt organikus folyadékokban, a mely állapot folytán az *activ* alkoholmolekulák concentratioja gyorsabban nő, mint az alkohol *összes* concentratioja, monomolekulás, és lassabban bimolekulás typus esetében.

Mint először *Fötvös* báró vizsgálatai kiderítették,<sup>1</sup> a *homo-gen* folyadékok egy részének, az ú. n. *associáló* folyadékoknak a molekula-állapota olyan, hogy aránylag csekély számú egyszerű molekula mellett túlnyomóan *kettős* molekulákból állóknak kell őket feltételeznünk. Ilyen *associáló* folyadékok általában az *alkoholok*, s így az *æthylalkohol* is. Ezen kívül a modern oldatelméletre alapított molekulásúly-meghatározási módszerek alkalmazása által ki lett derítve, hogy az oldószerek egy részében (a milyenek a szénhydrogenek, a szénkéne, a chloroform) feloldva, oly anyagok, melyek vízben ily hígítás mellett csupa egyszerű molekulákból állóknak bizonyultak, az említett organikus oldószerekben túlnyomóan *kettős* molekulákból állanak.<sup>2</sup> Ilyennek találta például *Beckmann* az *æthylalkoholt* is benzolos oldatban.<sup>3</sup>

Mindezen tapasztalatok nagyon valószínűvé teszik annak a feltevésnek helyességét, hogy a tanulmányozott reactionak úgy az egy-, mint a kétmolekulás typustól való eltérő lefolyása onnét származik, hogy az alkohol molekulaállapota a concentratioval változik, minek folytán akár az egyszerű, akár a kettős molekulák lépnek a brómmal hatásba, az *összes* concentratio *nem arányos* az *activ* alkoholmolekulák concentratiojával. Ha feltesszük, hogy az egyszerű és kettős molekulák között fennálló egyensúlyállapot



végtelen nagy sebességgel áll helyre a bróm és alkohol egymásra való hatásának sebességéhez képest, úgy a chemiai mechanika elvei értelmében a reactionsebesség kiszámításánál egyszerűen ezen

<sup>1</sup> Wiedemann's Annalen der Physik u. Chemie, 27. 452.

<sup>2</sup> VAN'T HOFF: Vorlesungen, 1. Heft, 221.

<sup>3</sup> Zeitschr. für physik. Chemie. 2, 728.

egyensúlyállapotra vonatkozó, az egyszerű ( $A_1$ ) és a kettős molekulák ( $A_2$ ) között fennálló kapcsolatot

$$K_a A_2 = A_1^2$$

kell a reactionsebesség kiszámításánál figyelembe vennünk (amely kapcsolatban  $K_a$  jelenti az alkohol dissociatioállandóját), hogy az alkoholnak a concentratioval változó molekulaállapota által okozott zavaró hatás kellőképen figyelembe legyen véve.

Az egyszerű és kettős molekulák concentratioja ( $A_1$  és  $A_2$ ) s az oly módon kifejezett összes alkoholconcentratio ( $A$ ) között, melyben a kettős molekulák is úgy jutnak kifejezésre, mint ha egyszerűek volnának, s a mely érték kísérletileg közvetlenül van megadva, mint könnyen belátható, a következő egyszerű összefüggés áll fenn:

$$A_1 + 2A_2 = A$$

Azt, hogy a bróm a kettős molekulákat támadja-e meg, vagy az egyszerűeket, a priori *biztosan* eldönteni nem lehet, de nagyon valószínű, hogy a bróm a nagyobb molekulásújú, bonyolalmasabb szerkezeti képletű és ez okból kevésbé állandó molekulákkal lép a reakcióba, nem pedig az egyszerűekkel. Ezt elfogadva s  $k_2$ -vel jelölve ezen a kettős molekulák és bróm közötti hatásra vonatkozó reactionsebességet, az utóbbi és az eddig  $k'$ -vel jelölt érték között a következő kapcsolatnak kell fennállania:

$$k' = k_2 A_2$$

s más alakban

$$\frac{k'}{A_2} = \text{const.} = k_2$$

Ha tehát hypothesisünk a valóságnak megfelel, úgy ha a már ismert  $k'$ -értékeket a megfelelő, *kettős molekulákra vonatkozó* concentratioértékekkel elosztjuk, *állandó értéket kell kapnunk, a mely érték adja épen a (kettős molekulákra vonatkozó) reactionsebességet.*<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Jegyzet.* A másik lehetőség elfogadása esetén a következő összefüggés fennállása következik:

$$\frac{k'}{A_1^2} = \text{const.} = k_1,$$

Annak megvizsgálása céljából, hogy ezen felfogás helyességét a kísérleti adatok mennyire támogatják, mindenekelőtt az alkohol dissociatioállandójának értékét kell ismernünk mind a három oldószerre vonatkozólag.

A dissociatioállandó értékének kiszámításához elegendő, ha két különböző (összes) alkoholconcentrációnál,  $A$ -nál és  $B$ -nél a  $k'$  értéket, a melyeket a  $k'_A$  és  $k'_B$ -vel akarunk jelölni, ismerjük. Ugyanis a következő két egyenletből:

$$\begin{aligned} k'_A &= k_2 A_2 \\ k'_B &= k_2 B_2 \end{aligned}$$

következik, hogy

$$\frac{k'_B}{k'_A} = \frac{B_2}{A_2} \quad 1)$$

s másfelől

$$K_a A_2 = (A - 2A_2)^2, \quad 2)$$

$$K_a B_2 = (B - 2B_2)^2, \quad 3)$$

mely egyenletekből az  $A_2$  és  $B_2$  eliminálása útján nyerjük:

$$K_a = \frac{2 \left( \frac{k'_B}{k'_A} \cdot A - B \right)^2}{\left( B - A \sqrt{\frac{k'_B}{k'_A}} \right) \left( \frac{k'_B}{k'_A} - \sqrt{\frac{k'_B}{k'_A}} \right)}$$

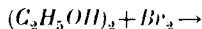
hol  $k_1$  az egyszerű molekulákra vonatkozó hatás sebességét jelenti. Tekintettel az egyszerű és kettős molekulák között fennálló kapcsolatra:

$$A_1^2 = K A_2,$$

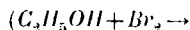
írhatjuk

$$\frac{k'_1}{A_2} = K_a k_1 = \text{const.},$$

miből következik, hogy ha a kísérleti adatok felhasználásával végzett számításokból a  $\frac{k'_1}{A_2}$  kifejezés állandósága bizonyul be, ez azért nem dönti el, hogy a két lehetséges feltevés



és



közül melyik felel meg a valóságnak. Egyszersmind látható, hogy ezen két különböző módon definiálható sebesség-állandó a következő kapcsolatban áll egymással:

$$K_a k_1 = k_2.$$

Ezen (a XXIII—XXV. táblázatokból merített) kísérleti adatok, valamint az azokból nyert  $K_a$ -érték a következő táblázatban láthatók.

XXVI. Táblázat.

A reactio- közeg jele	$B$	$A$	$k'_B$	$k'_A$	$K_a$
$CCl_4$	0.860	0.172	0.00106	0.000114	0.521
$CS_2$	0.860	0.172	0.00175	0.000148	1.225
$C_6H_5Br$	0.860	0.172	0.00382	0.000262	2.49

Az alkohol dissociatio-állandójának,  $K_a$ -nak szemléltető jelentése könnyen kiolvasható a

$$K_a = \frac{A - A_1}{2} = A_1^2$$

egyenletből, ha ugyanis feltesszük, hogy

$$A_1 = \frac{A}{2},$$

vagyis, hogy az összes ( $A$ -nyi) feloldott molekulából *épen a fele* egyszerű molekula alakjában létezik oldatban (míg a másik fele természetesen asszociált, kettős molekula alakjában van jelen), s keressük, hogy melyik azon  $A$ -érték, mely ilyenkor eleget tesz az egyenletnek, az tűnik ki, hogy ezen érték  $K_a$ -val egyenlő. Az *alkohol dissociatio-állandója tehát jelenti az alkoholnak azon (mólás) concentratioját, a mely mellett az összes oldatba vitt molekulának épen a fele egyszerű, míg a másik fele kettős, asszociált molekula alakjában létezik az oldatban.*

A  $K_a$  értéke ekként ismeretessé válván, egyszerű számítás útján mindazon adatok birtokába juthatunk, a melyek szükségesegek egyfelől annak megvizsgálásához, hogy csakugyan áll-e:

$$\frac{k'}{A_2} = \text{const.} = k_2,$$

s másfelől ahhoz, hogy az alkohol molekula-állapotát jól ismertnek tekinthessük. Mindenekelőtt, ha a

$$K_a A_2 = (A - 2A_2)^2$$

quadraticus egyenletet az  $A_2$ -re vonatkozólag megoldjuk, nyerjük:

$$A_2 = \frac{K_a + 4A}{8} \pm \sqrt{\left(\frac{K_a + 4A}{8}\right)^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2},$$

de a probléma megoldásánál csak a négyzetgyök előtt álló negatív jel jöhet számba, ugyanis minthogy

$$A_2 \leq \frac{A}{2}$$

s így

$$A_2 < \frac{K_a + 4A}{8},$$

következik, hogy

$$A_2 - \frac{K_a + 4A}{8} < 0,$$

mely feltétel csak akkor van teljesítve, ha a négyzetgyök előtt álló negatív (és nem a pozitív) jelet tartjuk meg:

$$A_2 = \frac{K_a + 4A}{8} - \sqrt{\left(\frac{K_a + 4A}{8}\right)^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2}.$$

Az  $A_2$  ekként ismeretessé válván,  $A_1$  értéke egyszerűen

$$A_1 = A - 2A_2,$$

továbbá az alkohol dissociatio-foka ( $\alpha$ ):

$$\alpha = \frac{A_1}{A},$$

s végül az ú. n. associatio-factor ( $\theta$ ):

$$\theta = \frac{2}{1 + \alpha}.$$

Számításaimnak eredményeit az alább következő három táblázatban állítottam össze.

Alkohol- tartalom térfogat- százalékok- ban %	Az alkohol összes con- centrációja mólákban $A$	Kettős alkohol- molekulák concentra- ciója mólákban $A_2$	$k'$	Reactio- sebesség $\left(\frac{k'}{A_2}\right)$ $k_2$	Egyszerű alkohol- molekulák concentra- ciója mólákban $A_1$	Az alkohol dissociatio- foka $\alpha$	Az alkohol associatio- factora $\theta$
XXVII. Táblázat.							
Reactioközeg: $CCl_4$							
1 00	0·172	0·0269	0·000114	0·00424*	0·118	0·686	1·186
2·00	0·344	0·0739	0·000303	0·00410	0·196	0·570	1·274
3·00	0·516	0·1286	0·000550	0·00428	0·259	0·502	1·331
4·00	0·688	0·1875	0·000778	0·00415	0·313	0·455	1·374
5·00	0·860	0·2497	0·001060	0·00424*	0·361	0·420	1·408
				középérték: 0·00420			
XXVIII. Táblázat.							
Reactioközeg: $CS_2$							
1·00	0·172	0·0159	0·000148	0·00929*	0·140	0·814	1·105
2·00	0·344	0·0492	0·000463	0·00941	0·246	0·715	1·167
3·00	0·516	0·0910	0·000836	0·00940	0·334	0·647	1·214
4·00	0·688	0·1384	0·001200	0·00870	0·412	0·599	1·250
5·00	0·860	0·1892	0·001750	0·00929*	0·482	0·560	1·282
				középérték: 0·00922			
XXIX. Táblázat.							
Reactioközeg: $C_6H_5Br$ .							
1·00	0·172	0·0094	0·000262	0·0278*	0·153	0·890	1·058
2·00	0·344	0·0315	0·00102	0·0324	0·281	0·817	1·100
3·00	0·516	0·0618	0·00198	0·0321	0·392	0·760	1·136
4·00	0·688	0·0975	0·00292	0·0299	0·493	0·716	1·165
5·00	0·860	0·1375	0·00382	0·0278*	0·585	0·680	1·190
				középérték: 0·0300			

*Jegyzet.* A XXVII—XXIX. táblázatokban a \*-gal jelölt értékek pontos megegyezése magyarázatát abban találja, hogy a velök egy rovatban álló megfelelő adatpárok felhasználásával történt a kiszámításuk.



Ezen táblázatok ötödik rovatában lévő értékek állandósága az alkohol molekulaállapotára vonatkozólag felállított feltevésünk helyességét bizonyítja, de míg a széntetrachloridnál és a szénkénegnél az említett értékek nem mutatnak nagyobb ingadozásokat, mint a mekkorák az elkerülhetlen kísérleti hibáktól eredhetnek, addig a monobrombenzolra vonatkozólag ez nem mondható, úgy hogy ezen reactióközegben még valamely a kifejtett elméletben figyelmen kívül hagyott, zavaró hatásnak kell lefolynia (erről bővebben a IV. fejezet végén van szó).

### III. FEJEZET.

A reactio lefolyása vizes oldatban 25.0°C.-nyi hőmérsékleten.

A vizes oldatban bróm és æthylalkohol között végbemenő hatás időbeli lefolyásának tanulmányozásakor a bróm illékony-sága folyton eredhető veszteség elkerülése czéljából ugyanazt a kísérleti berendezést használtam, a melyet a bróm és acetaldehyd vizes oldatban egymásra való hatásának vizsgálatakor alkalmaztam, s a melyet a Matematikai és Természettudományi Értesítő XX. k. 401. lapján részletesen leírtam.

A reactioelegyeket két alapoldatnak, i. i. 0.11 n. brómviznek és 20 térf. százalékos alkohol-oldatnak vízzel és egymással kellő arányban történő összeelegyítése által — rendszeren 200 k. cz.-nyi mennyiségben — készítettem. A megtitrált részletek mindig pontosan 20 k. cz.-rel voltak egyenlők, s a bróm titrálására használt oldat  $\frac{1}{20}$  vagy  $\frac{1}{100}$  n. thiosulfat volt a szerint, a mint a bróm concentratioja közepes volt, vagy alacsony. A savmeghatározáshoz használt barytvíz concentratioja  $\frac{1}{20}$ -n. volt.

Az első kísérletben a brómot igen alacsony (0.005 mólás) kezdetconcentratióban 1 térf.-% alkoholtartalom mellett engedtem hatásba lépni, s az átalakulás időbeli lefolyására vonatkozólag nyert adatokból mindjárt világos lett, hogy *vizes oldatban* a reactio egészen más természetű zavaró körülmény folytán válik bonyolult lefolyásúvá, mint a milyent a tanulmányozott organikus oldószereknél volt alkalmunk tapasztalni. Ezek az adatok az alábbi táblázatban láthatók.

## XXX. Táblázat.

$A = 0.172$

$B = 0.00526$

Idő percekben $t-t_0$	20 k.-ez.-nyi oldatrészletek titrálásánál elfogyasztott $\frac{1}{100}$ n. thiosulfat- oldat k.-ez.-cinek száma $T''$	Bróm koncentrációja mólákban $B-x$	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{B-x_0}{B-x}$
0	21.05	0.00526	—
60	19.48	487	0.000572
120	17.36	434	697
150	16.38	409	726
280	12.45	311	807
360	10.54	264	834
420	9.23	231	852
546	6.96	0.00174	0.000878

Mint ezen táblázat utolsó rovatából látható, azon kifejezés, melynek monomolekulás lefolyás és zavaró hatások fenn nem forgása esetében állandónak kell lennie, *az idővel folytonosan növekszik, mi csak onnét eredhet, hogy a bróm átalakulásának sebessége lassabban csökken, mint a milyen arányban fogy a bróm koncentrációja az átalakulás folytán.* Ez arra enged következtetni, hogy valamely a bróm átalakulását *siettető* ok működik közre, a mely megint kétféle lehet, t. i. eredhet valamely reactio-terméknek katalytikus hatásától, míg a másik lehetőség az, hogy (egy vagy több) reactiotermék a brómmal szintén hatásba lép, mely esetben ú. n. *következményes hatástól* kísért chemiai átalakulással van dolgunk (Reaktion mit Folgenwirkung).<sup>1</sup>

[Az, hogy a bimolekulás típusra jellemző

$$\frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{(B-x_0)-(B-x)}{(B-x_0)(B-x)}$$

<sup>1</sup> OSTWALD, Lehrbuch d. allgem. Chemie, 2. Aufl., Bd. II., Teil: I., 1., 277.

kifejezés állandó lehessen, algebrai okokból ki van zárva (ugyanis ezen kifejezés értéke ugyanazon  $B-x$  és  $t$  értékek mellett még gyorsabban nő a  $t$  növekedésével, mint az

$$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{B-x_0}{B-x}$$

logarithmusos kifejezés), mely okból ennek kiszámítását és a táblázatba való felvételét feleslegesnek tartottam.]

Annak eldöntéséhez, hogy a brómátalakulás atypusos lefolyását valamely reactiotermék katalyzises hatása okozza-e, avagy valamely következményes hatás, szükségem volt mindezekelőtt a reactiotermékek pontos ismeretére. Ezért több kísérletet végeztem, melyekben a brómot és alkoholt különböző concentrációban hagytam egymásra hatni, s a reactio befejezte után (a mihez az alkalmazott concentratioviszonyok mellett 24 órai időtartam volt szükséges) megállapítottam a keletkezett reactiotermékek minőségét, majd meghatároztam azok mennyiségét. A qualitativ vizsgálat a következő anyagokat mutatta ki reactiotermékek gyanánt: aldehydét, eczetsavat és bromhydrogent. Quantitativ analysis által meghatároztam az oldat 20 k. cz.-nyi térfogatában az összes sav mennyiségét  $1/20$ -barytvízzel végzett titrálás útján, továbbá annak egy másik 10 k. cz.-nyi részletében a bromhydrogen concentratióját Volhard módszere szerint,  $1/20$ -n. ezüstnitrát-oldattal állapítottam meg, míg a hatás kezdetére vonatkozó 20 k. cz.-nyi oldatban foglalt bróm mennyiségét (kezdeti brómconcentratiót)  $1/20$ -n. thiosulfatoldattal titráltam meg, még pedig ezen részletet (néhány másodpercznyi hibával) abban a pillanatban vettem ki, a melyben a brómvizet az alkohololdattal összeelegyitettem. Az aldehydtartalmat Rocques<sup>1</sup> módszerével, 96 %-os alkoholban oldott natriumbisulfit segélyével, az utóbbi feleslegének  $1/100$ -n. jóoldattal végzett visszatitrálása alapján határoztam meg. A reactio lefolyásának gyorsítása céljából a natriumbisulfit feleslegét  $50^\circ\text{C}$ . körüli hőmérsékleten 4-5 órán keresztül engedtem aldehydre hatni.<sup>2</sup> Tekintettel ezen

<sup>1</sup> Comptes rendus de l'Acad. de sciences 127, 524.

<sup>2</sup> Compt. rend. 127, 764-65.

módszernek kissé kényes természetére, szükségesnek tartom az ezen meghatározásoknál követett eljárás részletes leírását adni. Mindig 3 parallel meghatározást végeztem egymás mellett: az egyik szolgáltatta a reactioelegy aldehydtartalmát, a másik azon absolut alkoholét, a mely fel lett oldva, s végül a harmadik meghatározás csupán annak megállapítására szolgált, hogy hasonló concentratióban ugyanannyi idő alatt a nátriumbisulfit magában, oxydatio folytán, milyen concentratiováltozást szenved. E végből három köszörült dugós lombik egyikebe 40 k. cz. vizet, a reactioelegy 10 k. cz.-ét s a (közel 0·08 n.) natriumbisulfit lemért (2·00 vagy 4·00 k. cz.-nyi) mennyiségét vittem bele; a másik lombikba az 1. sz. kísérletnél 10, a többi 3-nál 5 k. cz.-nyi mennyiséget mértem le az abs. alkohol 20 térf. százalékos vizes oldatából s ezt a már előbb a lombikba lemért 40 (illetve a 2—4. sz. kísérletnél 45) k. cz.-nyi vízhez elegyítettem, majd 2 vagy 4 k. cz.-nyi bisulfitoldatot adtam hozzá; a harmadik lombikba végül 50 k. cz. vizet mértem le s ehhez ismét 2 vagy 4 k. cz.-nyi bisulfitoldatot. Ezután mind a három lombikot a maga beköszörült dugója segítségével elzártam s nagy hengerüvegekben előre 50°C. körüli hőmérsékletre felmelegített s ezen a hőmérsékleten tovább is tartott vízbe merítettem. 4—5 óra mulva mind a három lombikot a meleg vízből kivettem, s miután a bennök lévő folyadék a szoba hőmérsékletét felvette, kevés keményítő oldatot indikatórként használva, a natriumbisulfit feleslegét  $\frac{1}{100}$ -n. jóoldattal visszaitráltam. Quantitativ meghatározásaim eredményei az alábbi táblázatban láthatók összeállítva.

XXXI. Táblázat.

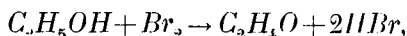
A kísérlet száma	Alkohol-tartalom térfogat-perczen-tekben	A hatás kezdetekor 20 k.-oz-nyi oldatban foglalt bróm titrálásánál elfogyasztott $\frac{1}{100}$ thiosulfat-oldat mennyisége k.-cz.-ekben	A reactio befejezte után			
			10 k.-cz.-re elfogyasztott $\frac{1}{100}$ barytvíz mennyisége k.-cz.-ekben	Ugyanannyira elfogyasz ott $\frac{1}{100}$ $AgNO_3$ mennyisége k.-cz.-ekben	Natrium-bisulfát-oldat lemért mennyisége k.-cz.-ekben	A natrium-bisulfát vissza-titrálásánál elfogyasztott $\frac{1}{100}$ n. jód-oldat mennyisége k.-cz.-ekben
1	10	22.88	13.60	11.42	4.00	17.00 22.20 32.54
2	5	20.96	12.85	10.52	2.00	7.88 10.66 16.32
3	5	10.78	13.11	11.00	2.00	8.24 10.76 16.27
4	2	9.80	11.80	9.68	2.00	12.83 10.71 16.20

Az ezen táblázatban látható adatok alapján kiszámított s a brómnak és a reactiotermékeknek concentrációját rationalisan, mólákban kifejezett értékek az alábbi táblázatban láthatók.

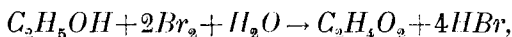
XXXII. Táblázat.

A kísérlet száma	Atalakult bróm mennyisége	Képződött brómhydro-gen mennyisége	Keletkezett eczetsav mennyisége	Képződött aldehyd mennyisége	Az eczetsav kétszeres mennyiségének és az aldehyd concentrációjának összege
1	0.0286	0.0571	0.0109	0.00518	0.0268
2	0.0262	0.0528	0.0116	0.00278	0.0260
3	0.0135	0.0275	0.0503	0.00263	0.0132
4	0.0122	0.0242	0.0506	0.00112	0.0123

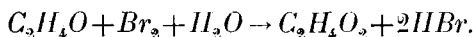
Ezen táblázat adataiból 1. az tűnik ki, hogy az átalakult brómmal æquivalens mennyiségben brómhydrogen keletkezik; 2. hogy a másik reactiatermék, az aldehyd és eczetsav között az a kapcsolat áll fenn, hogy az eczetsav mennyiségének kétszeres értéke, növelve azt a képződött aldehyd mennyiségével, épen annyi, mint a hány móla bróm átalakult.<sup>1</sup> Ez azt bizonyítja, hogy a bróm más, mint aldehyd- és eczetsavképződéssel járó reakcióban nem vesz részt. Az egyik reactioegyenlet, mely a bróm hatását szemlélteti, minden esetre a következő:



a mi meg az eczetsav keletkezését illeti, annak létrejötte képzelhető először a brómnak az alkoholra kifejtett *közvetlen* hatása révén:

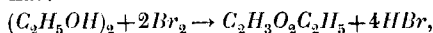


s másodszor az aldehydnek a bróm hatása folytán eczetsavvá oxydálása útján:



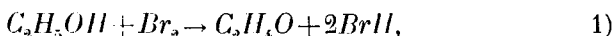
Annak eldöntése, hogy e két lehetőség közül melyik felel meg a valóságnak, nem jár nehézséggel. Ugyanis, mint egyik dolgoza-

<sup>1</sup> A XXXII. táblázat utolsó rovatában közölt érték általában valamivel kisebb, mint a mennyi az összes átalakult bróm-mennyiségnek megfelel, s ezen különbség pl. a 10 % alkoholtartalom mellett végbement hatásnál határozottan nagyobb, sem hogy kísérleti hibával volna magyarázható. Ezen eltérés óta, mint ez egy később végzett kísérlet alkalmával kitűnt (l. 466. o.), az, hogy aldehyd és eczetsav mellett mint egyik reactiatermék *aethylacetat* is képződik, de csak elhanyagolható minimalis mennyiségben, míg az alkoholtartalom, 5 %-nál nem magasabb. Minthogy másfelől azon esetre vonatkozólag, ha a bróm az alkoholra ennek igen magas concentrációja (80 térf. százalék) mellett hat, kísérleti úton megállapítottam, hogy *aethylacetat* a főreactiatermék, már pedig, *Eötvös* törvénye alapján, fel vagyunk jogosítva az említett reakcióközegben túlnyomóan kettős alkoholmolekulák felvételére, mindez nagyon valószínűvé teszi azt a feltevést, hogy a bróm a *kettős* molekulákra *aethylacetat* keletkezése közben hat:

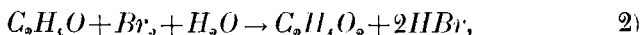


mely hatást organikus oldószerekben mint egyedüli számbajövő reakciót kellett felvennünk.

tomban kimutattam,<sup>1</sup> vizes oldatban a bróm az *acetaldehydet* alkalmasan választott concentratioviszonyok mellett — ugyan még kísérletileg követhető, de aránylag *nagy* átalakulási sebesség mellett — *eczetsavvá* oxydálja, s mivel a bróm az alkohollal relative sokkal kisebb sebesség mellett lép hatásba, nagyon valószínű, hogy az eczetsav az aldehyd átalakulása útján keletkezik és nem közvetlenül az alkoholból. Másrészt, ha az utóbbi felfogás felelne meg a valóságnak, úgy a kísérlet adataiból kiszámított, a monomolekulás lefolyásra jellemző kifejezés értékében *nem növekedés* mutatkoznék, mint a mit tényleg alkalmunk volt tapasztalni, hanem ellenkezőleg *csökkenés*. Ennélfogva elfogadható magyarázat csak az lehet, ha felteszszük, hogy a bróm, miközben az alkoholra aldehyd keletkezés közben folytonosan hat:



*egyidejűleg* az aldehydre is kifejti hatását, minek folytán állandóan eczetsav is keletkezik:



mely két simultan chemiai átalakulás mellett figyelembe veendő még a következő, végtelen nagy sebességgel egyensúlyállapothoz vezető, megfordítható chemiai reactio:



Az ilyen következményes hatásoktól kísért átalakulásban levő chemiai rendszerek állapotának ismeretéhez *egy* az időtől függő *változó nem elegendő*, hanem egynél annnyival több változó szükséges ehhez, a hány következményes hatás kíséri a főreactiót. A mi esetünkben ugyan ily következményes hatás tulajdonképpen kettő van, de az által, hogy a bróm és brómhydrogen közötti hatás sebességére vonatkozólag tett felvételünk következtében az innét származó zavaró hatás differentialegyenlet helyett egyszerű egyensúlyegyenletben nyer kifejezést, a probléma egyszerűsödik, s a fenti *czélra* 2 változó, melyeket  $x$ - és  $y$ -nal fogunk jelölni, szükséges és elegendő is. Ezen két változó közül  $x$  jelentse, hogy

<sup>1</sup> Mathematikai és Term. Ért. XIX. 128.

$t$  idő alatt hány móla bróm alakult át *aldehyd* termelése közben,  $y$  meg, hogy ugyanannyi idő alatt hány móla bróm vétetett igénybe az aldehyd-molekulák által *ecetsav* képződése közben, vagy másként kifejezve,  $y$  jelentse a  $t$  idő alatt képződött ecetsav mennyiségét (mólákban), minek folytán természetesen  $x-y$  adja a  $t$  idő múltán az aldehyd-tartalomban valóban beállott *szaporulatot* a kezdeti concentratiohoz képest. Jelentse továbbá a mindig nagy feleslegben alkalmazott, s ezért a reactio egész tartama alatt *állandó* alkohol-concentratiót  $A$ , a vizét  $D$ , a bróm kezdeti concentratióját  $B$ , s az aldehydét  $C$ , akkor a chemiai kinetika elvei értelmében minden időpillanatra vonatkozólag érvényesnek kell lennie a következő simultan differential-egyenletrendszernek:

$$\frac{dx}{dt} = k_1 A^{n_1} [\beta (B-x-y)]^{n_2} \quad \text{I)}$$

$$\frac{dy}{dt} = k' D^{n_3} (C+x-y)^{n_4} [\beta (B-x-y)]^{n_5}, \quad \text{II)}$$

hol a jelentésükre még meg nem magyarázott  $k_1$  jelenti az aldehyd-képződésre vonatkozó sebességállandót,  $\beta$  meg a bromra vonatkozó dissociatio-fokot, [vagyis azt jelenti, hogy az összes (titrálható) mennyiségének hányadrésze nincs bromhydrogenhez kötve], s a melynek értéke, ha a hydrogentribromid dissociatio-állandóját  $K$ -val jelöljük:

$$\beta = \frac{-[2B+K-3(B-x-y)] + \sqrt{2B+K-3(B-x-y)+4K(B-x-y)}}{2(B-x-y)},$$

továbbá az  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ ,  $n_4$  és  $n_5$  kitevők jelentik sorban az alkoholnak, a brómnak alkoholra való hatására vonatkozó, a víznek, az aldehydnek, s végül a brómnak aldehydre való hatására vonatkozó *molekulaszámot*. Azon kísérleteim folyamán, a melyeket a brómnak és aldehydnek vizes oldatban egymásra való hatásának tanulmányozása alkalmával végeztem, megállapítottam, hogy

$$n_4 = n_5 = 1.$$

Minthogy továbbá a viz concentratiója,  $D$ , összes kísérleteimben *ugyanazon állandó* értékkel volt egyenlő, czélszerű a  $k' D^{n_3}$  jelölést egy betűt használni; én e végből a  $k$ -t választom



$$k' I^{n_2} = k$$

s nevezem ezt egyszerűen a bróm és aldehyd hig vizes oldatban egymásra hatására vonatkozó *sebességállandónak*. Mindezen értékeket a két felső differentialegyenletbe behelyettesítve, azokat a következő egyszerűbb alakban nyerjük:

$$\begin{aligned} -\frac{dx}{dt} &= k_1 A^{n_1} \beta (B-x-y)^{n_2} \\ -\frac{dy}{dt} &= k(C+x-y)\beta(B-x-y). \end{aligned}$$

Hogy annak megvizsgálása lehetővé váljék, vajjon a szóban forgó chemiai átalakulás tényleg az ezen differentialegyenletrendszer által előírt törvény szerint folyik-e le, mindenek előtt az  $n_1$  és  $n_2$  exponensek értékét kell meghatároznunk. E végre a jelen esetben legrationalisabb a *van't Hoff* által először alkalmazott módszernek<sup>1</sup> alkalmazása, melynél a *különböző kezdetconcentrációk* mellett meghatározott *kezdetsebességek* értékéből történik a molekulaszám kiszámítása. Minthogy a szóban forgó chemiai átalakulásnál a zavaró hatást az egyik *reactiotermék* okozza, nem szenvedhet kétséget, hogy ennek a módszernek a valósághoz közel eső értékeket kell szolgáltatnia, mert hiszen a zavaró hatásnak a *reactio elején*, a mikor a reactiotermékből csak kevés képződhetett, kicsinynek kell lennie. A két differentialegyenlet a reactio kezdetére ( $t=0$  időpillanatra vonatkozólag) a következő összefüggést szolgáltatja:

$$\begin{aligned} \left( \frac{dx}{dt} \right)_{t=0} &= k_1 A^{n_1} B^{n_2}, \\ \left( \frac{dy}{dt} \right)_{t=0} &= kCB, \end{aligned}$$

s összegezés által nyerjük:

$$\left[ \frac{d(x+y)}{dt} \right]_{t=0} = k_1 A^{n_1} B^{n_2} + kCB.$$

Ha a reactio kezdetén az aldehydtartalom zérus, vagyis ha a

<sup>1</sup> Études de dynamique chimique, 107.

reactioelegyet *aldehydmentes* abszolút alkohol felhasználásával készítettük volna, úgy

$$C = 0$$

lévén, ez esetben szigorúan állana :

$$\left[ \frac{d(x+y)}{dt} \right]_{t=0} = k_1 A^{n_1} B^{n_2}.$$

Minthogy azonban az általam használt abszolút alkohol csekély (0.15%) aldehidot tartalmazott, az utóbbi összefüggés ez esetben csak közelítőleg marad érvényben, a mi azonban célunknak azért felel meg, minthogy csak azt kell eldönteni, hogy az  $n_1$  és  $n_2$  az egyszerű, egész számok közül melyikkel egyenlő. A kezdeti sebesség kísérletileg meghatározott értékét  $v$ -vel jelölve, a felső egyenletet egyszerűbb jelölésben írhatjuk :

$$v = k_1 A^{n_1} B^{n_2},$$

mely összefüggés alapján változtatva a brom kezdeti koncentrációját s megahagyva az alkoholét — nyerjük az  $n_2$  értékét :

$$n_2 = \frac{\log v_2 - \log v_1}{\log B_2 - \log B_1},$$

s meghagyván a bromét és az alkohol koncentrációját változtatván, nyerjük az

$$n_1 = \frac{\log v_2 - \log v_1}{\log A_2 - \log A_1}$$

egyenlet segítségével az alkohol molekulaszámát,  $n_1$ -et.

Abból a célból, hogy az  $n_1$  és  $n_2$  kiszámításához szükséges adatok birtokába jussak, 3 kísérletet végeztem. A kísérleti adatok és számításaimnak eredményei az alább következő táblázatban láthatók összeállítva.

XXXIII. Táblázat.

A ki-érlet száma	Alk. hol- tartalom mólákban A	Idő percek- ben	A reactioelegy 20 k.-cz.-nyi mennyiségének titrálásánál elfo- gyasztott $\frac{1}{20}$ n. thiosulfatoldat k.-cz.-einek száma	Közép- bromcon- centratio mólákban B	r	$n_1$	$n_2$
1	0.860	0	20.96	0.00241	0.0000210	1.11	0.94
		20	17.60				
2	0.860	0	10.78	0.00116	0.0000093		
		40	7.82				
3	0.344	0	9.80	0.00115	0.0000039		
		40	8.55				

Mint ezen táblázat 2 utolsó rovata mutatja, az  $n_1$  és  $n_2$  kö-  
zelítő értéke nem esik messze az egységtől, s azért pontosan  
írhatjuk:

$$n_1 = n_2 = 1,$$

minek folytán a reactio időbeli lefolyását kifejező simultan diffe-  
rentialegyenletrendszer a következő egyszerű alakot veszi fel:

$$-\frac{dx}{dt} = k_1 A \beta(B - x - y) \quad 1)$$

$$-\frac{dy}{dt} = k(C + x - y) \beta(B - x - y) \quad 2)$$

hol  $\beta$  az  $x$  és  $y$  ismert függvénye. Az integrálás problémája az  
ilyen differentialegyenletrendszernél megoldottnak tekinthető, ha  
sikerült az  $x$  és  $y$  függvényeket mint a független változónak, az  
időnek  $t$ -nek és 2 integratioállandónak függvényeit akként meg-  
határozni, hogy az így nyert függvények első differentialhányá-  
dosaikkal együtt a fenti 2 differentialegyenletet kielégítsék. Ezt a  
feladatot — elemi függvények felhasználásával — a mi esetünk-  
ben egész általánosságban megoldani nem lehet, de azért mó-  
dunkban van a fenti differentialegyenletrendszer érvényességét  
megvizsgálni, t. i. az által, ha az integratio problémáját azokra  
az esetekre vonatkozva végezzük el, a mikor ez elemi függvények  
segélyével és zárt alakban elvégezhető.

Így a fenti két differentialegyenletből mindenekelőtt a mi a két átalakulás sebességének viszonyát illeti, következik, hogy egyszerűen:

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) : \left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{k(C+x-y)}{k_1A},$$

vagy ha a két reakciósebesség állandó viszonyát  $x$ -val jelöljük:

$$\frac{k}{k_1} = x,$$

úgy

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) : \left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{x}{A}(C+x-y).$$

Ezen differentialegyenletnek az  $x$  és  $y$  közötti következő kapcsolat által lehet eleget tenni

$$y = ce^{-\frac{x}{A}} + x - \frac{A}{x} + C, \quad a)$$

hol  $c$  az integratio állandója. Az utóbbinak értéke kiszámítható, ha ismeretes az azon

$$t = t_0$$

időpillanathoz tartozó

$$x = x_0, \quad y = y_0$$

összetartozó értékpár, a mely időpillanattól kezdve a reactio lefolyását figyelemmel kísérjük és a rendszer állapotában beállott változást ismerni akarjuk. A kezdeti időpillanatban ugyanis

$$y_0 = ce^{-\frac{x}{A}x_0} + x_0 - \frac{A}{x} + C \quad b)$$

kapcsolat áll fenn, s az  $a)$  és  $b)$  alatti egyenletekből az integratio állandójának,  $C$ -nek eliminálása útján nyerjük:

$$y = x + \left\{ \frac{A}{x} - [C + (x_0 - y_0)] \right\} e^{-\frac{x}{A}(x - x_0)} - \frac{A}{x} + C.$$

Ha az  $x$ -ek és  $y$ -ok értéket  $t_0$  időpillanatra vonatkozó értékektől kezdődőleg számítjuk, a mikor is a

$$t = t_0, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0$$

feltételi egyenletek teljesülnek, úgy az  $x$  és  $y$  közötti összefüggés a következő alakot veszi fel:

$$y = x - \left( \frac{A}{x} - C \right) e^{-\frac{x}{A}} - \left( \frac{A}{x} - C \right), \quad \text{Ia)}$$

vagy másképen írva:

$$y = x - \left( \frac{A}{x} - C \right) (1 - e^{-\frac{x}{A}}),$$

míg a két reactiósebesség viszonyának értéke gyanánt nyerjük:

$$\left( \frac{dy}{dt} \right) : \left( \frac{dx}{dt} \right) = 1 - \left( 1 - \frac{x}{A} \right) e^{-\frac{x}{A}}, \quad \text{Ib)}$$

a mely egyenletekben már most  $C$  jelenti a  $t_0$  időpillanatra vonatkozó aldehydconcentrátiót, mely érték természetesen csak akkor esik össze a reactio kezdetén érvényes értékkel, ha az időszámításunk kezdete összeesik a reactio kezdetével, vagyis ha  $t_0 = 0$ .

Míthogy képesek vagyunk a bróm és összes savtartalom meghatározása által úgy az  $x$ , mint az  $y$  értékét a reactio előhaladása bármely stadiumában kiszámítani, ezáltal módunkban van annak megvizsgálása, hogy az  $x$  és  $y$  között az Ia) egyenlet által kifejezett összefüggés csakugyan fennáll-e, vagy nem. Ha ugyanis  $T$  jelenti a  $t$ ,  $T_0$  meg a  $t_0$  időpillanatban talált brómértéket,  $S$ , illetőleg  $S_0$  az összes savtartalmat jelenti, kifejezve a literben foglalt grammæquivalenssúlyok számával, egyszerűen

$$\begin{aligned} x + y &= \frac{1}{2} (T_0 - T), \\ y &= (S - S_0) - (T_0 - T) \end{aligned} \quad 1')$$

lévén, következik, hogy:

$$x = \frac{3}{2} (T_0 - T) - (S_1 - S_0). \quad 2')$$

Az Ia) alatti egyenletben kifejezett összefüggés érvényességének megvizsgálásához a  $x$  értékének ismerete szükséges, mihez leggyorsabban az által juthatunk, ha a  $x$  értékének kiszámításához felhasználjuk az

$$y = x - \left( \frac{A}{x} - C \right) (1 - e^{-\frac{x}{A}}) \quad \text{Ic)}$$

transcendens egyenlet amaz igen egyszerű határalakját, a mely felé az növekedő  $x$  mellett *convergál*. Ugyanis — a  $x$  értéke *igen nagy* lévén — az

$$e^{-\frac{x}{A}}$$

exponentialis kifejezés növekedő  $x$  érték mellett *gyorsan 0 felé convergál*, minek folytán — feltéve, hogy a bromot elég magas kezdetconcentratióban alkalmaztuk — bizonyos  $x$  értékektől kezdődőleg az

$$y-x$$

különbség már észrevehetően nem változhatik többé, hanem állandó marad. Ezt a határértéket, a mely felé növekvő  $x$ -szel, az  $x-y$  különbség közeledik, jelöljük  $\Delta$ -val:

$$\lim (x-y) = \Delta,$$

vagyis  $\Delta$  jelentse az aldehyd tartalomban végtelen hosszú idő múlva (a reactio befejezte után) beállott szaporulatot; minthogy másfelől, tekintettel Ic) egyenlet határalakjára:

$$\lim (x-y) = \frac{A}{x} - C,$$

a két utolsó egyenlet egybevetéséből következik, hogy

$$\frac{A}{x} - C = \Delta,$$

s így

$$x = \frac{A}{C+\Delta} = \frac{k}{k_1}, \quad 1d)$$

tehát ha az aldehyd concentratiója eléri azt az  $(C+\Delta)$  értéket, a melyet az alkohol concentratiója éppen annyiszorosan mível felül, a hányiszorosan az aldehydra vonatkozó reactionsebesség mívelja felül az alkoholra vonatkozó reactionsebességet, úgy azontúl a két reactio egyforma sebességgel halad előre, minek folytán egyenlő időtartamokban ugyanannyi alkohol alakul aldehyddé, mint a mennyi aldehyd oxydálódik eczetsavvá.

Hogy az 1d) alatti összefüggés felhasználása által a sebességviszonynak, a  $k$ -nak értékét kiszámíthassam, a bromot 0.860

mólás alkoholra mintegy  $\frac{1}{20}$ -n. és 0.344 mólás alkoholra mintegy  $\frac{1}{40}$ -n. kezdetconcentrációban engedtem hatni. A reactioelegy készítésénél használt abszolút alkohol aldehydtartalma 0.028 m. volt. A reactio befejezte után, a mire mindkét esetben 24 órai időtartam elegendő volt, az első esetben az összes aldehydtartalmat 0.00418-nak, a második esetben 0.00168 mólásnak találtam (míg  $x$  határértéke az első esetben 0.0151, s a másodikban 0.0080 volt).

Az előbbi adatok alapján mint a sebességviszony  $k$  értéke következik:

$$\frac{0.860}{0.00417} = 206$$

és

$$\frac{0.344}{0.00168} = 205.$$

Ezen, két különböző kísérlet adataiból adódó, majdnem egészen azonos értékek magukban véve is a kifejtett elmélet helyességének fontos bizonyítékai, s csak még egy kis correctio alkalmazása szükséges, hogy a fenti érték alapján a sebességviszony pontos értékéhez jussunk. Ugyanis mindkét esetben a végtelen idő múlva talált  $x$ -érték még nem volt akkora, hogy az  $e^{-\frac{x}{A}}$ , számba nem jövő hibával, az 1 mellett mint levonandó elhanyagolható lett volna. Az ezen ok miatt szükséges correctio figyelembe vétele mellett — mint egyszerű számítás mutatja — a sebességviszonyra vonatkozólag főlebb talált értéket kerekén 2%-kal csökkenteni kell, s így a sebességviszony végleg elfogadható értéke:

$$x = 202.$$

Hogy az 1a) alatti, az  $x$  és  $y$  közötti összefüggést kifejező egyenlet érvényességét megvizsgáljam, az abban szereplő  $A$  és  $C$  paramétereknek, valamint a kezdeti brómconcentrációnak variálása közben meghatároztam az  $x$  és  $y$  értéket a reactio lefolyásának különböző stadiumában. Ezen meghatározásaimnak, valamint egyfelől úgy az  $x$ -nek, mint az  $y$ -nak a titrálás adataiból történt s másfelől  $y$ -nak az így nyert  $x$  értékből az 1a) alatti egyenlet felhasználásával végzett számításaimnak eredményei az alábbi táblázatokban láthatók összeállítva.

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 k.-cz.-nyi részletek titrálásánál el- fogyasztott $\frac{1}{20}$ n. thiosulfat oldat mennyi- sége k.-cz.-ben $T'$	Ugyannyi folyad. részle- tek titrálásánál elfogyasztott $\frac{1}{20}$ n. barytvíz mennyiség k.-cz.-ekben $S'$	Aldelydképző- désre felhaszná- lódott bróm mennyisége mólákban, lite- renként $x$	Eczetsav-képző- désre felhaszná- lódott bróm mennyisége mólákban, lite- renként $y$ talált értéke	Eczetsav számi- tott mennyisége $y$ számított értéke
---	---	---	---	--	--

## XXXIV. Táblázat.

 $A = 0.860$  $C = 0.00150$ 

0	20.57	0.23	—	—	—
20	17.60	3.70	0.00245	0.00125	0.00125
40	14.93	6.90	0.0045	0.0026	0.0027
60	12.70	9.75	0.0059	0.0041	0.0039
100	9.38	13.80	0.0080	0.0059	0.0057
180	5.47	18.65	0.0106	0.0083	0.0081
301	2.52	22.39	0.0124	0.0101	0.0099

## XXXV. Táblázat.

 $A = 0.860$  $C = 0.00150$ 

0	10.50	0.20	—	—	—
40	7.82	3.33	0.00222	0.00112	0.00110
60	6.62	4.76	0.00325	0.00170	0.00178
100	4.86	6.91	0.00433	0.00268	0.00261
140	3.54	8.50	0.00535	0.00335	0.00338
180	2.60	9.64	0.00602	0.00385	0.00394
310	1.00	11.64	0.00702	0.00485	0.00480

## XXXVI. Táblázat.

 $A = 0.344$  $C = 0.00056$ 

0	9.70	0.12	—	—	—
40	8.55	1.44	0.00100	0.00042	0.00049
60	7.95	2.17	0.00142	0.00072	0.00078
120	6.36	4.15	0.00245	0.00172	0.00160
180	5.06	5.75	0.00332	0.00248	0.00234
300	3.23	7.95	0.00468	0.00340	0.00363
360	2.64	8.70	0.00502	0.00380	0.00396



Mint ezen táblázatok két utolsó rovatából látható, a számított és a kísérletileg talált eczetsavmennyiségek között a meg egyezés teljesen kielégítő, különösen ha figyelembe vesszük, hogy a brom és a sav titrálásánál elkövetett hiba többszörösen jut érvényre az  $x$  és  $y$  értékek kiszámításánál.

Ilyen módon a reactio időbeli lefolyását kifejező, a brom dissociatio-fokát, a  $\beta$ -t is  $x$  és  $y$  által kifejezve tartalmazó

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= k_1 A \left\{ \frac{-[2B + K - 3(B - x - y)]}{2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{2B + K - 3(B - x - y) + 4K(B - x - y)}}{2} \right\}, \\ \frac{dy}{dt} &= k(C + x - y) \left\{ \frac{-[2B + K - 3(B - x - y)]}{2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{2B + K - 3(B - x - y) + 4K(B - x - y)}}{2} \right\},\end{aligned}$$

simultan differentialegyenletrendszerben az  $x$ ,  $y$  és  $t$  között kifejezésre jutott összefüggésnek az időtől nem függő része csakugyan érvényesnek bizonyulván, hátra van még az idő, mint független változó és az  $x$  és  $y$  valamelyike között fennálló olyan functionalis kapcsolat megkeresése, mely a fenti egyenletrendszernek eleget tesz. Ezen probléma megoldása, ismeretes lévén differentialegyenletrendszerünknek eleget tevő

$$y = x + \begin{pmatrix} 1 & \\ & C \end{pmatrix} e^{-\frac{1}{A}x} - \begin{pmatrix} 1 & \\ & C \end{pmatrix}$$

összefüggés az  $x$  és  $y$  között, magasabbrendű matematikai nehézségekkel nem járna. Ugyanis ha e két differentialegyenlet másodikában az előbbi kapcsolat által *explicit* alakban adott  $y$  értéket egyszerűen behelyettesítjük, minthogy az ekkor előálló differentialegyenletben az  $x$  és  $t$  már separálva is vannak, a differentialegyenlet megoldása már csupán *quadratura* dolga lenne. A quadratura azonban ebben az esetben elemi függvények segítségével egész általánosságban nem végezhető el; bizonyos kísérletileg könnyen megvalósítható feltétel teljesítése által azonban el lehet érni, hogy a fenti *transcendens* egyenlet lehető egyszerű *algebrai* egyenlet alakját vegye fel. Ha ugyanis a

$$C = \frac{A}{x}$$

feltétel teljesül, vagyis ha az aldehyd kezdeti koncentrációját akként választjuk, hogy annál az alkohol koncentrációja éppen  $x$ -szer legyen nagyobb, úgy egyszerűen:

$$y = x, \quad A)$$

míg a legutóbb felírt differentialegyenletrendszerünk a következő egyszerű alakot veszi fel:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= k_1 A \left\{ \frac{-\{2B + K - 3[B - (x + y)]\}}{2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{2B + K - 3[B - (x + y)] + 4K[B - (x + y)]}}{2} \right\}, \\ \frac{dy}{dt} &= k \cdot \frac{A}{x} \cdot \left\{ \frac{-\{2B + K - 3[B - (x + y)]\}}{2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{2B + K - 3[B - (x + y)] + 4K[B - (x + y)]}}{2} \right\}. \end{aligned}$$

E két differentialegyenlet ugyanazon oldali részének összegezése által, figyelembe véve, hogy

$$z = \frac{k}{k_1},$$

nyerjük:

$$\begin{aligned} \frac{d(x + y)}{dt} &= 2k_1 A \cdot \left\{ \frac{-\{2B + K - 3[B - (x + y)]\}}{2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{2B + K - 3[B - (x + y)] + 4K[B - (x + y)]}}{2} \right\}, \end{aligned}$$

s ha rövidség okából az összes átalakult brom-mólák számát  $z$ -vel jelöljük:

$$x + y = z,$$

a fenti differentialegyenlet a következő egyszerű alakot veszi fel:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= 2k_1 A \left\{ \frac{-[2B + K - 3(B - z)]}{2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{2B + K - 3(B - z) + 4K(B - z)}}{2} \right\}. \end{aligned}$$

Ezen differentialegyenlet integralegyenlete:

$$\frac{2B+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{2B+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{2B+\frac{2}{3}K}{3\left(c_0+\frac{K}{3}\right)} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} = 2k_1 A (t-t_0), \quad B)$$

hol

$$c_0 = \frac{-[2B+K-3(B-z_0)] + \sqrt{2B+K-3(B-z_0)+4K(B-z_0)}}{2},$$

s

$$c = \frac{-[2B+K-3(B-z)] + \sqrt{2B+K-3(B-z)+4K(B-z)}}{2}.$$

Az alább következő táblázatban azokat a kísérleti adatokat állítottam össze, a melyek a brómnak 0·860 m. alkoholra 0·00427 m. aldehyd jelenlétében kifejtett hatására vonatkoznak, vagyis a mikor a

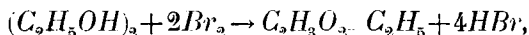
$$C = \frac{A}{x}$$

feltétel teljesítve volt, s a mely adatok, miként erről ezen táblázat 2 utolsó rovatában látható  $x$  és  $y$  értékek összehasonlítása útján meggyőződhetünk, azt bizonyítják, hogy ugyanannyi idő alatt csakugyan épen annyi aldehyd képződött, a mennyi eczetsavvá oxydálódott.

XXXVII. Táblázat.

Első titrálás óta lefolyt idő percekben $t - t_0$	20 k.-cz.-nyi oldat- részletekre elfogyasztott $\frac{1}{20}$ n. thiosulfat mennyi- sége k.-cz.-ekben $T''$	20 k.-cz.-nyi elegyrészletek $\frac{1}{20}$ barytvízzel végzett titrálásánál elfogyasztott mennyiség k.-cz.-ekben $S'$	Aldehydképződés közben átalakult bróm mennyisége mólákban $x$	Eczetsavképződés közben átalakult bróm mennyisége mólákban $y$
0	21·01	0·25	—	—
18	17·71	4·30	0·0019	0·0022
38	14·90	7·85	0·0039	0·0038
58	12·60	10·72	0·0053	0·0051
98	9·32	14·87	0·0073	0·0074
248	3·47	22·25	0·0108	0·0111
368	1·73	24·45	0·0118	0·0123

Mínt hogy már korábbi elemzési adatok is annak felvételére utaltak, hogy a brómnak az alkoholra aldehyd és az aldehyde eczetsav képződése közben kifejtett hatása mellett annak egy harmadik, eszterképződésben nyilvánuló és a legnagyobb valószínűség szerint a kettős molekulákra gyakorolt hatása is érvényre jut:



szükségesnek tartottam az utóbbi reactionak, az eddigi kísérleti adatokból is evidens alárendelt jelentősége daczára, az előbb leírt kísérlet kapcsán, a hatás befejezte után, a képződött eszter mennyiséget barytvizvel végzett elszappanosítás által közvetlenül is meghatározni. Az 50 k. cz.-nyi reactioegyben foglalt esztermennyiség által igénybe vett  $\frac{1}{20}$ -n barytviz mennyisége 0.58 k. cz.-t tett ki, míg az összes átalakult brómból képződött brómhydrogennek megfelelő barytviz 53.4 k. cz. volt. Mínt hogy a fenti reactioegyenlet értelmében 4 móla brómhydrogen keletkezése jár együtt 1 móla æthylacetat képződésével, az előbbi adatokból következik, hogy 5 térf.-% alkoholtartalom mellett a brómnak 4.5 %-a használtatik fel eszterképződésre.

A theoriának azon folyományát, mely, mint az idő és a bróm concentrációja között, az

$$\frac{A}{C} = x$$

feltétel teljesülése esetében érvényes összefüggés, a B) alatti egyenletben nyer kifejezést, a kísérleti adatok szintén igazolták, miként ezt az azokból kiszámított, s a következő táblázat utolsó rovatában látható érték állandósága bizonyítja.

## XXXVIII. Táblázat.

$A = 0.860$

$2B = 0.05062$

$C = 0.00427$

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben	20 k.-cz.-nyi elegyrészek tit- rálásánál elfo- gyasztott $\frac{1}{20}$ n. thiosulfatoldat köbcentiméterei- nek száma	Az összes bróm concentrációja mólákban, lite- renként	Az <i>activ</i> bróm concentrációja mólákban, lite- renként	$2k_1A$
$t - t_0$	$T''$	$T$ 2	$c$	
0	17.71	0.02213	0.02060	—
20	14.90	0.01862	0.01597	0.00977
40	12.60	0.01575	0.01262	0.00990
80	9.32	0.01165	0.00850	0.00980
230	3.47	0.00433	0.00270	0.00993
320	1.73	0.00216	0.00125	0.00994
középérték 0.00989				

Ezen táblázat utolsó rovatában látható kifejezés értékének kiszámításánál mint a hydrogentribromid dissociatioállandóját a

$$K = 0.065$$

értéket használtam, a melyet a brómnak és acetaldehydnek híg vizes oldatban végbemenő átalakulásának tanulmányozása alkal-  
mával nyertem,<sup>1</sup> s a mely érték jól egyezik a legújabbban BOE-  
RICKE<sup>2</sup> által, egészen más módszerrel, meghatározott

$$K = 0.0635$$

értékkel.

A brómnak alkoholra, aldehyd keletkezése közben, kifejtett hatására vonatkozó reactionsebesség értéke tehát, a számítás alap-  
jául az előző táblázat utolsó rovatában látható értékek középérté-  
két fogadván el

$$2k_1A = 0.00989,$$

$A = 0.860$  lévén, lesz:

$$k_1 = 0.00575.$$

Mint hogy másfelől már ismeretes

<sup>1</sup> Mathematikai és Termtud. Értesítő, 20, 419.

<sup>2</sup> Zeitschrift f. Elektrochemie, 11, 65.

<sup>3</sup> Math. és Termtud. Értesítő, 20, 423.

$$z = \frac{k}{k_1} = 202,$$

következik, hogy

$$k = 1.16,$$

oly érték, mely jól egyezik azzal, melyet akkor nyertem, midőn a szóban levő sebességállandó értékének kiszámításához a brómnak *tisztán aldehydre* (és nem, mint mostan, egy időben *alkoholra és aldehydre*) kifejtett hatásának időbeli lefolyására vonatkozólag nyert kísérleti adataimat használtam fel, s a mely érték a következő volt:

$$k = 1.20.$$

Ezen megegyezés szintén fontos bizonyítéka annak, hogy a reactio időbeli lefolyására vonatkozólag kifejtett elmélet a valóságnak megfelel.

Abban az esetben, ha azon kapcsolaton kívül, mely a

$$k_1 A = k C \quad \alpha)$$

egyenletben jut kifejezésre, még arról is gondoskodunk, hogy a bróm olyan alacsony kezdetconcentratio mellett hasson, hogy a titrálás útján talált összes bróm gyakorlatilag azonosnak legyen tekinthető a  $Br_2$ -molekulák alakjában létező *actív* brómmal, s a mely feltétel, mint erről egyszerű számítás útján meggyőződhetünk, a brómnak 0.005 m-val egyenlő kezdetconcentratioja mellett (5%-nál nem nagyobb hibával) már is teljesül, a változás időbeli lefolyását kifejező törvény tovább egyszerűsödik. Minthogy ekkor azon kívül, hogy az  $\alpha)$  alatti egyenletben kifejezett összefüggés folyományaképen:

$$y = x,$$

együttal

$$\beta = 1,$$

azért ezen esetre vonatkozólag az 1) és 2) alatti (l. 457. o.) differentialegyenletrendszerünk a következő igen egyszerű rendszerbe megy át:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt} = k_1 A [B - (x + y)],$$

s így

$$\frac{d(x+y)}{dt} = 2k_1 A [B - (x+y)],$$

vagy ha rövidség okából írjuk :

$$x+y=z,$$

$$\frac{dz}{dt} = 2k_1A (B-z),$$

mely utóbbi igen egyszerű differentialegyenletnek integralegyenlete :

$$\frac{1}{t-t_0} \ln \frac{B-z_0}{B-z} = 2k_1A.$$

Minthogy a reactioelegy egyenlő részletein a bromtartalomnak jodometriás úton végzett titrálása alkalmával közvetlenül nyert ( $T'$ ) adatok a rationalisan kifejezett bromconcentratiótól csupán egy állandó arányossági tényező által különböznek :

$$\frac{B-z}{T'} = \text{const.},$$

azért czélszerűbb a felsőbb egyenletben a rationalisan kifejezett bromconcentratio helyébe a bromtitrálásnál közvetlenül nyert titrálási adatokat írni, s ha még a természetes logaríthmusok helyett a BRIGGS-féléket használjuk, következik a theoria folyományaképen, hogy a

$$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T'_0}{T'} = \text{const.},$$

vagyis, hogy az *átalakulásnak a monomolekulás típus szerint kell lefolynia, ha az alkohol és aldehyd kezdeti concentratioja egyezik a megfelelő reactionsebességek fordított viszonyával s ha ezen kívül a bróm oly alacsony concentratióban hat, a mely mellett az összes és az activ bróm concentratioja egymással felcserélhető.* Miként ez az alább következő két táblázat utolsó rovatából látható, a theoriának ezen folyományát a kísérleti adatok szintén igazolják.

Az első titrálás óta lefolyt idő percekben $t-t_0$	20 k.-cz.-nyi elegy- résztetek titrálásánál elfogyasztott 1,100 n. thiosulfatoldat köb- centimétereinek száma $T''$	$\frac{1}{t-t_0} \log_{10} \frac{T''_0}{T''}$
XXXIX. Táblázat.		
$A = 0.860$	$B = 0.00523$	$C = 0.00427$
0	16.60	—
30	12.60	0.00400
70	8.77	0.00399
110	5.96	0.00404
130	5.03	0.00399
240	1.87	0.00395
középérték: 0.00400		
XL. Táblázat.		
$A = 0.430$	$B = 0.00515$	$C = 0.00213$
0	20.58	—
90	13.65	0.00198
170	9.27	0.00204
200	7.95	0.00206
310	4.59	0.00210
440	2.45	0.00210
középérték: 0.00205		

## IV. FEJEZET.

## Áttekintés és általános következtetések.

Az áttekintés megkönnyítése céljából összes méréseim végeredményét feltüntető, különböző reakcióközegre vonatkozó egyen-súlyállandó és reactionsebességértékeimet alább táblázatos össze-állításban közlöm, s ezeken kívül a táblázat 2. és 3. rovatában mindegyik reactio-közegnek a dielektromos állandóját és első surlódását<sup>1</sup> is feltüntetem, mint a mely physikai tulajdonságok

<sup>1</sup> Az adatokat Landolt «Tabellen» cz. művéből merítettem.



és a reactionsebesség közötti összefüggésre az eddigi vizsgálatok alapján következtetés vonható.

XLI. Táblázat.

A reactio- közeg chemiai jele	Dielektromos állandó (20° C.) (a viznél TURNER szerint, a másik 3 közegnél szerző mérése alapján)	0° C-u vízre mint egységre vonatkozó belső sűrűdés (25° C.)	A <i>hydrogen- tribromid</i> di-sociatio állandója (25° C.) $K$	Az <i>alkohol</i> dissociatio állandója (25° C.) $K_a$	A bróm és az alkohol hydratizált, <i>egyszerű</i> molekulái közt végbe- menő hatás sebessége (25° C.) $k_1$	A bróm és az alkohol <i>kettős</i> molekulái közt végbe- menő hatás sebessége (25° C.) $k_2$
$H_2O$	81.2	49.9	0.0655	igen nagy	0.00575	—
$CCl_4$	2.246	52	0.0051	0.521	—	0.00420
$CS_2$	2.64	19.7	0.0036	1.225	—	0.00922
$C_6H_5Br$	5.66	63	0.00265	2.49	—	0.0300

Ezen adatokból mindenek előtt az tűnik ki, hogy, ha a concentratio kifejezésére a közönségesen definiált, vagyis az ú. n. térfogat-concentraciot megtartjuk (bár a reactióközeg változást szenved), úgy az ilyen módon kifejezett *egyensúlyállandó és reactionsebesség* és az illető közeg *dielektromos állandója között a parallelismus* alig vonható kétségbe. Így ha a víztől az organikus oldószerekre megyünk ki, a dielektromos állandó-értéken ekkor mutatkozó ugrásnak (81-ből 5.7 lesz vagy még kevesebb) a hydrogentribromid dissociatio-állandójában beálló szintén igen nagy változás (csökkenés) felel meg (0.065 átmegy 0.0051-be vagy még kisebb értékbe), s azzal megint, hogy a dielektromos állandó a 3 organikus folyadéknál nem változik jelentékenyen, együtt jár, hogy az említett organikus oldószerekben — egyikről a másikra menve át — a hydrogentribromid dissociatioállandója sem nagyon variál.

De az alkohol dissociatioállandója még kifejezettebben halad párhuzamban a közeg dielektromos állandójával. Az alkoholnak a vízre mint reactióközegre vonatkozó dissociatioállandójának számbeli értékét ugyan nem állapíthattam meg, de az a körülmény, hogy az alkohol 5 térf.-% (0.86 móla) tartalom mellett vízben practice csupa egyszerű molekulából állónak volt tekint-

hető, kétségtelenné teszi, hogy az alkoholnak vízre mint reactio-közegre vonatkozó dissociatio-állandója a monobrombenzolra vonatkozólag talált értéknél, a melyben pedig az alkohol (5% tartalom mellett) már 30%-nyira van asszociálódva, sokszorta nagyobb. Ezt szem előtt tartva, minthogy ezen négy reactio-közegben :

víz, monobrombenzol, szénkéneg, széntetrachlorid, melyeknek dielektromos állandója ugyanabban a sorrendben :

81·2	5·66	2·64	2·25
------	------	------	------

az alkohol dissociatio-állandója — ugyanazon sorrendben — a következő :

igen nagy,	2·94,	1·225,	0·521,
------------	-------	--------	--------

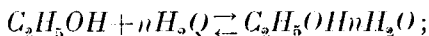
azért szabályként kimondhatjuk, hogy az alkohol (ugyanazon térfogatconcentratio mellett) annál inkább van egyszerű molekulákra szétesett állapotban, minél nagyobb az illető oldószernek dielektromos állandója.

De az előbbi táblázat 2. és utolsó rovatában látható értékek összehasonlítása alapján ugyancsak *parallelismus* állapítható meg a közeg dielektromos állandója és a reactiosebesség között is.

A reactiosebesség és a belső surlódás között ennél a reactiónál összefüggést nem találunk, mert míg a belső surlódás legnagyobb a monobrombenzolnál, a melyben a reactiosebesség is a legnagyobb, addig a másik 2 oldószer-nél már azt lehet tapasztalni, hogy ha a belső surlódás kisebb, a reactiosebesség nagyobb, mert a szénkénegben. melynek belső surlódása kisebb, nagyobb a reactiosebesség, mint a széntetrachloridban, melynek belső surlódása (a szénkénegéhez viszonyítva) nagyobb.

Mint az előbbi táblázatos összeállítás két utolsó rovatából látható, az a sebesség a melylyel a bróm az egyszerű és a kettős molekulákkal hatásba lép, nem nagyon különbözik egymástól, s mégis az organikus oldószerekben a reactio olyan mechanismus mellett folyt le, melyben az egyszerű molekuláknak nem jut szerep, daczára annak, hogy azoknak concentratioja legalább is akkora volt, mint a kettős molekuláké, sőt rendszerint nagyobb ezekénél. Ennek magyarázatát csak az adhatja, ha feltesszük,

hogy vízben a bróm tulajdonképen nem a  $C_2H_5OH$  képletű egyszerű molekulákat támadja meg, hanem a *hydratizált* s ennek folytán *aktiválódott* alkoholmolekulákat:



ily molekulák az organikus oldószerekben nem keletkezhetvén, természetes, hogy a megfelelő hatás is elmaradt.

Elméleti szempontból az activ tömeg kifejezésére addig lehet a közönségesen definiált concentratiót, az ú. n. térfogatconcentratiót rationalisnak tekinteni, míg a *reactióközeg* (a folyékony vagy szilárd oldószer) ugyanaz marad; a mint más oldószerre (reactióközegre) megyünk át, az arányossági tényező, a melynek szorzata a concentratioval mértéke az activ tömegnek, változást szenvedvén,<sup>1</sup> az előbbit az utóbbinak olyan mértéke gyanánt nem lehet tekinteni, a melynek ismerete alapján (a különböző oldószerekre vonatkozólag) kiszámított reactiosebességértékek egymás között közvetlenül összehasonlíthatók lehetnének. VAN'T HOFF először mutatott rá, hogy miképen juthatunk az activ tömeggel csak ugyan arányos concentratioértékekhez a különböző oldószerekben.<sup>2</sup> E végből a közönségesen definiált (térfogat) concentratiót helyettesítenünk kell az ú. n. *egyensúlyconcentratio* által, minek kiszámításához a reagáló molekulafajoknak az illető oldószerek közötti megoszlási hányadosát kell ismernünk (s nehezen oldható anyagoknál az oldhatóságot).

Mindenekelőtt, hogy az æthylalkohol egyszerű és kettős molekuláinak megoszlási hányadosát víz és a 3 organikus oldószer között kiszámíthassam, méréseket kellett végezmem, melyekkel az alkohol concentratioját határoztam meg egyensúlykor a vizes és a víz alatt levő, azzal nem elegyedő organikus folyadék által alkotott phasisban.

Jelentse  $A$  az alkoholnak összes concentratioját (mólákban, literenként) vízben,  $A_1$  pedig a másik, vízzel nem elegyedő oldószerben, jelentse továbbá  $a_1$  és  $a_2$  a vizes phasisban,  $A_1$  és  $A_2$

<sup>1</sup> Ostwald, Lehrbuch d. allgem. Chemie. II. Aufl. Bd. II., Tabelle 2., 1. 597.

<sup>2</sup> Vorlesungen über allgem. und physikal. Chemie. Heft. 218—221.

pedig a másik folyékony phasisban az egyszerű, illetve kettős molekulák concentratioját; ekkor, feltéve, hogy a 2 phasis megoszlási egyensúlyban van egymással, egyidejűleg a következő négy egyenletnek kell fennállania:

$$\begin{array}{ll} k_a a_2 = a_1^2 & K_a A_2 = A_1^2 \\ \frac{A_1}{a_1} = \gamma_1 & \frac{A_2}{a_2} = \gamma_2 \end{array}$$

melyekben  $\gamma_1$  az egyszerű,  $\gamma_2$  meg a kettős molekulákra vonatkozó megoszlási hányados. Minthogy az egymással egyensúlyba hozott phasisokban kísérletileg közvetlenül csak az összes (a vízre vonatkozólag  $a$ -, a másik phasisra  $A$ -val jelölendő) *alkoholconcentratiot* határozhatjuk meg, mely jól ismert egyszerű kapcsolatban áll az egyszerű és kettős molekulák concentratiojával:

$$a_1 + 2a_2 = a, \quad A_1 + 2A_2 = A,$$

azért, hogy a figyelembe vett megoszlási egyensúlyra vonatkozó 4 egyenletben fellepő 8 ismeretlen ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $k$ ,  $K$ ) értéke meghatározható legyen, a két utóbb leírt egyszerű linearis kapcsolat is figyelembe veendő, mi által a problema megoldásához hat egyenlet áll rendelkezésünkre. Ezen hat egyenlet érvényes lévén, ha az  $a$  és  $A$  (bizonyos elég tág határok között) meg is változik (a mely esetben csupán az  $a_1$  és  $a_2$ , továbbá az  $A_1$  és  $A_2$  értéke szenved változást, míg a  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ , továbbá  $k$  és  $K$  régi értéküket megtartják), azért ha megoszlási egyensúlyban talált, két összetartozó ( $a$  és  $A$ ) értékpárt kísérletileg meghatározunk, ez matematikai szempontból teljesen elegendő a bennünket érdeklő 4 állandó ( $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $k$  és  $K$ ) értékének kiszámítására, minthogy akkor épen annyi, t. i. 12 egyenlet fog rendelkezésünkre állni, a mennyi az ismeretlenek száma ( $8+4=12$ ).

Azon tapasztalati tény alapján, hogy az abszolút alkohol mind a három itt kérdésbe jövő organikus oldószerrel minden arányban elegyedik, tehát azokban igen jól oldódik, azt lehetett volna várni, hogy az alkohol megoszlási hányadosra nem fog *nagyon messze esni az egységtől*; azonban már az első, tájékoztató mérések azt mutatták, hogy ez a valóságban nincs így, hanem, hogy az alkohol a vízben aránytalanul jobban oldódik, mint az említett organikus oldószerekben, a miért is az alkoholt vízben

meglehetősen magas concentratióban kellett alkalmaznom, hogy a vizes oldattal megoszlási egyensúlyban levő másik phasisban az alkohol concentratioja ne legyen oly alacsony, hogy annak meghatározása kellő pontossággal ne legyen végezhető. Így pl. mikor az alkohol concentratioja vízben közel 1 mólás volt, az ezzel egyensúlyt tartó szénkéneges phasisban az alkohol concentratioja az előbbinek csak  $\frac{1}{70}$ -részével volt egyenlő.

Az alkohol quantitativ meghatározására azon módszert használtam, a melyet magam épen azon okból dolgoztam ki,<sup>1</sup> mert a szokásos analytikai eljárásokkal az alkoholnak ily csekély mennyiségeit, a milyenekről itt szó volt, nem voltam képes meghatározni. A mi az ezen módszernél követendő eljárás részleteit illeti, utalok idézett értekezésemre, s itt csak annyit említek, hogy a módszer arra van alapítva, hogy az alkoholt a bróm feleslege 80° körüli hőmérsékleten (még igen híg vizes oldatban is) 2 óra alatt teljesen eczetsavvá oxydálja s a képződött brómhydrogen mennyiségéből (az utóbbinak 4 mólája az alkohol 1 mólájának felelven meg) az aethylalkohol mennyisége kiszámítható.

A mikor arról volt szó, hogy az alkohol concentratioját a vízzel nem elegendő phasisban meghatározzam, mindig akként jártam el, hogy az utóbbiból 20 k.-cz.-nyi mennyiséget pipettával elvettem, az ebben feloldott alkoholt 40 k.-cz. vízzel kiráztam, s ezen vizes oldat 10 k. cz.-ét köszörült dugós lombikban *közel 100 k.-cz.-re* higitva, alkalmaztam 0.3 k.-cz. brómot az alkohol oxydálása czéljából. Ezen eljárás mellett természetesen az illető organikus oldószernek (szénkénegnek stb.) nyomai is belekerülnek az alkohol kirázásához használt vízbe, a mi hibát okozhat, ha a bróm a használt 80° C. körüli hőmérsékleten nemcsak az alkoholt oxydálja eczetsavvá, hanem híg vizes oldatban az említett organikus vegyületeket is megtámadja. Mint erről külön kísérletek által meggyőződtem, ez a szénkénegnél így is van, míg a másik két oldószernél (széntetrachloridnál és monobrómbenzolnál) ez a körülmény számba jövő hibát nem okoz. Ez okból a szénkénegre vonatkozó alkoholmeghatározásaimnál előbb a széndisulfidet eltávolítottam s csak azután oldottam fel az alkohol oxydál-

<sup>1</sup> Mathematikai és Természettud. Értesítő 22, 54.

lása céljából a szokásos 0·3 k. cz.-nyi brómmennyiséget. Ez az eltávolítás egyszerűen felforralás útján történt. Alkoholvesztéség elkerülése céljából azonban az előbb említett műveletre csak annyi időt fordítottam, a mennyi szükségesnek bizonyult a széndisulfid teljes elűzésére, s ezen idő 7 percz volt (100 k. cz.-es lombikban foglalt mintegy 90 k. cz.-nyi vízmennyiség mellett, melyhez 1 késhegynyi tiszta durva habkőpor tétetett), még pedig 5 percz telt el, míg a folyadék felforrt s 2 perczen keresztül tartottam élénk forrásban. Ezen eljárás mellett a vízből kevesebb forrt el 0·5 k. cz.-nél, s minthogy az alkoholtartalom még igen alacsony is volt, t. i. alacsonyabb, mint 0·01 %-nál, számba jövő vesztéség az alkoholtartalomban a felfőzés által nem következhetett be.

Hogy a megoszlási egyensúlyt a két phasis között biztosan elérjem, azokat 25°-os thermostatban, köszörült dugós lombikban 24 órán keresztül hagytam egymással érintkezni, nappal minden félórán a lombik tartalmát erősen összeráztam.

Az alkohol megoszlási egyensúlyának tanulmányozásánál nyert kísérleti adataim s az azokból kiszámított értékek az alább következő táblázatban láthatók összeállítva.

XLII. Táblázat.

A vizes phasisal megoszlási egyensúlyt tartó organikus phasis kémiai jele	A vizes phasis hányszorosán hígított 20 k. cz.-ében lett az alkoholmennyiség meghatározva	Az előbbi rovatban feltüntetett hígítás után a vizes phasis 20 k. cz.-nyi elfogyasztott $\frac{1}{10}$ AgNO <sub>3</sub> mennyisége k. cz.-mértékben	A vizes phasisban az alkohol koncentrációja mólikban	Az organikus oldószer 5 k. cz.-n foglalt alkoholmennyiségnek megfelelő $\frac{1}{10}$ AgNO <sub>3</sub> mennyisége kübezentiméterekben	Az organikus phasisban az alkohol koncentrációja mólikban	Az összes alkoholconcentrációra vonatkozó megoszlási hányados	
						$\frac{A}{a}$	
CCl <sub>4</sub>	50-szeres	6·50	0·406	1·94	0·0097	0·0239	k. é.
	100-szoros	6·34	0·792	4·02	0·0201	0·0254	
	200-szoros	5·91	1·477	7·06	0·0553	0·0239	
CS <sub>2</sub>	50-szeres	6·66	0·415	1·18	0·0059	0·0142	0·0143
	100-szoros	6·42	0·802	2·21	0·01105	0·0138	
	200-szoros	6·02	1·505	4·45	0·0222	0·0148	
C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> Br	50-szeres	6·41	0·401	3·14	0·0157	0·0392	0·0385
	100-szoros	6·40	0·800	5·92	0·0296	0·0370	
	200-szoros	5·90	1·480	11·64	0·0582	0·0394	

Ezen táblázat utolsó rovatából az látható, hogy az összes alkoholra vonatkozó megoszlási hányados, legalább is nagy megközelítéssel, állandó.

$$\frac{A}{a} = \text{const.}$$

Ez a tapasztalati tény első pillanatban ellentétben állónak látszhatik az elmélettel, a mely szerint érvényeseknek kell lenniök a következő egyenleteknek

$$A_1 = \gamma_1 a_1 \quad \text{és} \quad A_2 = \gamma_2 a_2,$$

minthogy pedig

$$a_1 + 2a_2 = a \quad \text{és} \quad A_1 + 2A_2 = A,$$

következik, hogy

$$A_1 + 2A_2 = A = \gamma_1 a_1 + 2\gamma_2 a_2,$$

miből az látszik, hogy csak abban az esetben, ha

$$\gamma_1 = \gamma_2,$$

$$A = \gamma_1 (a_1 + 2a_2) = \gamma_1 a,$$

vagyis

$$\frac{A}{a} = \text{const.},$$

tehát abban az — a priori épen nem valószínűnek látszó — esetben, ha az egyszerű és kettős molekulákra vonatkozó megoszlási hányados egyenlő egymással, fér össze az elmélettel a kísérleti úton érvényesnek talált s a legutolsó egyenletben kifejezett összefüggés. Ha azonban figyelembe vesszük azt a másik két egyenletet is, a mely az egyszerű és kettős molekulák concentratioja közötti összefüggést fejezi ki mindkét phasisban külön-külön, úgy az elméletből az olvasható ki, hogy bizonyos, jelen esetben a kísérleti tényekkel teljes összhangban álló feltételek mellett, az előbbi viszony nagyon közel állandó lehet akkor is, ha a

$$\gamma_1 \neq \gamma_2$$

egyenlőtlenség áll fenn. Feltéve ugyanis, hogy a  $k_a$ , az alkohol dissociatio-állandója vízben sokkal nagyobb mint a  $k_a$ , az utóbb említett dissociatio-állandó értéke az organikus oldószerek

valamelyikében, mint a hogy ez valóban így is van, továbbá, hogy egyszersmind az alkohol vízben sokkal könnyebben oldódik, mint az itt szóba jövő organikus folyadékokban, a mi a valósággal szintén teljes összhangban áll, úgy lehető alacsony concentratio-értékeknél maradván, világos, hogy az alkoholnak mindkét phasisban közel teljesen disszociált állapotban kell léteznie, a mikor a kettős molekulák concentratiojának második hatványa mindenestre elhanyagolható, ha az első hatvány mellett mint összeadandó szerepel. Ebből kifolyólag a

$$k_a a_2 = (a - 2a_2)^2 \quad \text{és} \quad K_a A_2 = (A - 2A_2)^2$$

egyenletekből elegendő pontossággal nyerjük:

$$a_2 = \frac{a^2}{k_a + 4a} \quad 1)$$

és

$$A_2 = \frac{A^2}{K_a + 4A} \quad 2)$$

másrészt meg, ha figyelembe vesszük úgy a megoszlási egyensúlyra vonatkozó egyenleteket, mint az egyszerű s kettős és az összes molekulák között fennálló egyszerű lineáris kapcsolatot, írhatjuk:

$$A = r_1(a - 2a_2) + 2r_2 a_2, \\ a = \frac{1}{r_1}(A - 2A_2) + 2\frac{1}{r_2}A_2.$$

Ha 1) és 2) alatti egyenletek alapján a két utolsó egyenletben a kettős molekulákra vonatkozó concentratio-értéket elimináljuk, nyerjük a következő egyenleteket:

$$A = r_1 a + \frac{2(r_2 - r_1)}{k_a + 4a} \cdot a^2, \\ a = \frac{1}{r_1} \cdot A - \frac{2(r_2 - r_1)}{r_1 r_2 (K_a + 4A)} \cdot A^2$$

s ezeket más alakban írva:

$$\frac{A}{a} = r_1 + 2 \cdot \frac{r_2 - r_1}{k_a + 4a} \cdot a, \\ \frac{a}{A} = \frac{1}{r_1} \left[ 1 - \frac{2(r_2 - r_1)}{r_1 r_2 (K_a + 4A)} \cdot A \right],$$



melyekből csakugyan az tűnik ki, hogy igen csekély correctio tagtól eltekintve, a főntebb körülírt feltételek mellett, az összes alkohol concentratiojának a két phasisban állandó viszonyban kell lennie egymással egyensúly idején.

A kifejtettek alapján csekély hibával az összes alkoholra vonatkozó megoszlási hányadost azonosnak tekinthetjük az egyszerű molekulákra vonatkozó megoszlási hányadossal, tehát (elhanyagolható hibával) írhatjuk:

$$\frac{A}{a} = \gamma_1.$$

A kettős molekulákra vonatkozó megoszlási hányados értékét a nyert kísérleti adatokból nem számíthatjuk ki, mert a XLII. táblázat utolsó rovatában az összes alkoholra vonatkozó megoszlási hányados értékében mutatkozó ingadozás sokkal csekélyebb, hogy sem arra a  $\gamma_2$  csak valamennyire is biztos értékének kiszámítását lehetne alapítani, különösen ha megfontoljuk, hogy a tapasztalható ingadozás egy jó része kísérleti hibának is róható fel. Azonban egy VAN'T HOFF által először bebizonyított tétel<sup>1</sup> alkalmazása által, ha a kettős molekulák megosztási hányadosának nem is számbeli értékét, de ettől — különböző reactióközegekben is — csupán egy és ugyanazon arányossági tényezőben különböző értékét képesek vagyunk kiszámítani. Ezen tétel a következő egyenletben nyer kifejezést

$$\gamma_2 = \frac{k_a}{K_a} \gamma_1^2,$$

s az

$$\begin{aligned} A_1 &= \gamma_1 a_1, & A_2 &= \gamma_2 a_2, \\ k_a a_1 &= a_1^2, & K_a A_2 &= A_1^2 \end{aligned}$$

egyenletekből nagyon egyszerűen levezethető.

A bróm megoszlási hányadosát víz és szénkéneg, továbbá víz és széntetrachlorid között JAKOWKIN pontos mérései alapján<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Vorlesungen über allgemeine und physikalische Chemie, Heft 1. 218—219.

<sup>2</sup> Zeitschr. für physikal. Chemie 18, 758 és 759.

ismerjük. Az előbbinek az itt figyelembe veendő nagy hígításra vonatkozó értéke: 79·6, az utóbbi-e pedig 27·0. A brómnak víz és monobrómbenzol közötti megoszlási hányadosára vonatkozólag az irodalomban nem találtam adatokat, azért azt magam határoztam meg. Méréseimnek eredménye az volt, hogy a mikor a bróm (megoszlási egyensúlyban állván a vizes phasiszal) a brómbenzolban egymás után a következő concentratio-értékekkel volt egyenlő: 0·1, 0·05 és 0·025 normal, a megoszlási együttható értéket 78·8-nak, 75·0-nak és 74·4-nek találtam, mely adatok közül itt az utolsó, mint a mely a legnagyobb hígításra vonatkozik (t. i. olyanra, a milyenben körülbelül a bróm monobrómbenzolban az alkoholra hatott), veendő figyelembe.

Abból a czélból, hogy a bróm és æthylalkohol különböző közegekben egymásra való hatására vonatkozó, a közönséges (térfogat-) concentratio segélyével definiált reactionsebesség és az ú. n. egyensúlyconcentratio felhasználásával kifejezett sebesség közötti kapcsolatot levezessük, jelentse  $dx$  a  $dt$  végtelen kicsiny időtartamban átalakult brómmólák számát, továbbá  $A_2$  és  $a_2$  jelentse — mint eddig is — a kettős molekulák (térfogat-) concentratioját az illető organikus folyadékban, illetve vízben,  $B$  és  $b$  meg a brómét, s ezen kívül jelölje  $\gamma_2$  a kettős alkohol-,  $\gamma_B$  meg a bróm-molekulák megoszlási hányadosát víz és a másik reactionközeg között

$$\frac{A_2}{a_2} = \gamma_2, \quad \frac{B}{b} = \gamma_B,$$

ekkor az illető oldószerben a sebességállandó ( $k_2$ ) értéke a közönséges definitio szerint:

$$\frac{dx}{dt} = k_2 A_2 B, \quad \text{I)}$$

míg ha ezen egyenletben az  $A_2$  és  $B$  helyébe azon  $a_2$  és  $b$  concentratioértékeket írjuk, a melyek a vizes phasisban az előbbiekkal megoszlási egyensúlyban vannak, nyerjük az *egyensúlyconcentratio segélyével* kifejezett reactionsebesség értékét ( $\chi_2$ -t)

$$\frac{dx}{dt} = \chi_2 \cdot a_2 \cdot b$$

vagy — a két megoszlási hányados,  $\gamma_2$  és  $\gamma_B$  értéke ismeretes lévén —

$$\frac{dx}{dt} = \chi_2 \cdot \frac{A_2}{\gamma_2} \cdot \frac{B}{\gamma_B} \quad \text{II)}$$

Az I) és II) alatti egyenlet egybevetéséből következik, hogy

$$\chi_2 = k_2 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_B, \quad \text{III)}$$

tehát hogy a közönséges térfogatconcentratio segélyével kifejezett sebesség állandó-értékek egyensúlyconcentratióban legyenek kifejezve, azokat egyszerűen meg kell szorozni a brom és a (kettős) alkoholemolekulák víz és az illető másik reakcióközeg közötti megoszlási hányadosával. Az

$$\frac{A_2}{\gamma_2} = a_2 \quad \text{és} \quad \frac{B}{\gamma_B} = b$$

egyenletekből következik, hogy ha

$$A_2 = \gamma_2 \quad \text{és} \quad B = \gamma_B,$$

úgy

$$a_2 = 1 \quad \text{és} \quad b = 1,$$

vagyis az alkohol, illetőleg bróm akkor van (ezekben az egységekben kifejezve) a különböző organikus oldószerekben *egységnyi concentratióban*, ha ezek az oldatok az alkoholt és bromot épen *egységnyi térfogatconcentratióban* tartalmazó *vizes oldattal* vannak megoszlási egyensúlyban, egyszersmind az is nyilvánvaló, hogy a vízre mint reakcióközegre vonatkozólag egyszerűen

$$\chi_2 = k_2.$$

Ha még a föntebbi III) alatti egyenletben a kettős molekulák és az egyszerű molekulák megoszlási hányadosa között talált összefüggést

$$\gamma_2 = \frac{k_a}{K_a} \gamma_1^2$$

behelyettesítjük, nyerjük:

$$\chi_2 = k_2 \cdot \frac{k_a}{K_a} \cdot \gamma_1^2 \cdot \gamma_B. \quad \text{IIIa)}$$

Az alábbi táblázatban mindazon adatok áttekinthető összeállításban láthatók, a melyek ezen átszámítás elvégzéséhez szük-

ségesek, az egyedüli  $k_a$ -nak, az alkohol vízre vonatkozó dissociatio-  
állandójának kivételével. Az utóbbi körülmény folytán a  $\chi_2$ -nek  
magának az értékét ugyan nem számíthatjuk ki, de azért mind  
a 3 reakcióközegre vonatkozólag oly értékekhez jutunk, melyek a  
 $\chi_2$ -től csupán egy és ugyanazon arányossági tényezőben külön-  
böznek s így egymás között közvetlenül összehasonlíthatók.

XLIII. Táblázat.

A reactio- közeg chemiai jelei	Sebességállandó értéke térfogat- concentrációban kifejezve $k_2$	Az alkohol dis- sociatio-állandója $K_a$	Az alkohol megosztási hányadosa $\gamma_B$	A bróm meg- osztási hányadosa $\gamma_B$	A sebesség- állandó értéke egyensúly con- centrációban kifejezve $\frac{1}{k_a} \cdot \chi_2$
$CCl_4$	0.00420	0.521	0.0244	27.0	0.000128
$CS_2$	0.00520	1.225	0.0143	79.6	0.000122
$C_6H_6$	0.0300	2.49	0.0385	74.4	0.00133

Ezen táblázat utolsó rovatából először is az látható, hogy  
az egyensúlyconcentratio segélyével kifejezett *reactionsebesség  
szénkénegben és széntetrachloridban egyenlő*, mert az eltérés a  
két érték között nem nagyobb, mint a mekkora az elkerülhetlen  
kísérleti hibáktól származhatik. *A szénkénegnek és széntetra-  
chloridnak olyan concentrációju brómos és alkoholos oldataiban,  
melyek egy és ugyanazon (vízes) phasissal (megosztási) egyen-  
súlyban vannak, a reactionsebesség egyforma.*

Ha ezen szabály általános érvényűnek bizonyulna, úgy ez  
egy oly általánosan alkalmazható vizsgálati módszernek képezné  
alapját, a milyennel ez idő szerint nem rendelkezünk, s a mely  
annak a nagyjelentőségű kérdésnek eldöntésére képesítene min-  
ket, hogy az oldószer és az oldott molekulák kölcsönhatása  
folytán az oldatban az oldott molekulák kisebb-nagyobb tört-  
része az oldószer és a feloldott molekulák egyesüléséből szár-  
mazó, complex (vízes oldatban ú. n. hidratizált) molekulák alak-  
jában létezik-e, s ha igen: mekkora ez a törtrész, ennek értéke  
hogyan függ az oldott anyag és az oldószer physikai és chemiai  
tulajdonságaitól, stb.

A monobrómbenzolnál a rationalis egységekben kifejezett  
sebességállandóra vonatkozólag az előbbi két reakcióközegben

talált értékhez képest nyert sokszorta nagyobb érték az ellen látszik szólni, hogy itt általános érvényű szabály fennállását lehet feltételezni.

Nézetem szerint az utóbbi kísérleti tény nem zárja ki, hogy a reactionsebességnek két reactionközegben, széndisulfidban és széntetrachloridban talált egyezése érvényesnek bizonyuljon mindazon esetekben, *a melyekben az oldószer molekulái a reactionban tényleg nem vesznek részt.* A monobrómbenzolnál az utóbbi körülmény épen nem valószínű, sőt ellenkezőleg, azt kell feltenni, hogy a monobrómbenzol a vizsgált reaction mechanizmusában maga is részt vesz. Erre mutat p. o. az is, hogy az alkohol molekulaállapotának figyelembe vétele mellett kiszámított sebességállandó nem mutat oly állandóságot, mint az a szénkénegre és a széntetrachloridra vonatkozólag nyert sebességállandónál látható, hanem az ingadozások a kísérleti hibákat jóval felülmulják (l. a XXIX. táblázatot). De oly analytikai adatokat is nyertem, melyek a monobrómbenzolnak résztvételét a reactionban valószínűvé teszik; tudniillik a brómhydrogen az átalakult brómmal *nem pontosan æquivalens* mennyiségben keletkezett, mint ezt a széntetrachloridnál és a szénkénegnél volt alkalmam tapasztalni, hanem határozottan kisebb mennyiségben így pl. mikor a bróm 2 térf.-% alkoholtartalom mellett hatott s annak átalakult mennyisége 0.00242 gr. æquivalensnek adódott, a képződött brómhydrogen mennyiségét 0.00190-nak találtam, majd később 0.00797 n. átalakult brómnak 0.00740 n. brómhydrogen felelt meg. Ezek a kísérleti adatok kétségtelenné teszik, hogy míg külön-külön sem a bróm a monobrómbenzolra, sem az utóbbi az alkoholra nem hat, e három anyag *együttesen* a chemiai átalakulások oly sorát indítja meg, melyek folyamán *brómsubstitúciós termékek* is keletkeznek. Ekként monobrómbenzolban, az alkoholnak és brómnak egymásra hatása mellett, *egyidejűleg* egyéb, a brómot igénybe vevő chemiai átalakulások folyván le egymás mellett, ez megmagyarázza az ezen reactionközegben talált, annál jóval nagyobb reactionsebességet, melyet két más reactionközegben találtunk, s a mely a bróm és a kettős brómmolekuláknak csupán egymás közötti hatására vonatkozik.

# AZ ALSÓSÁJÓI CINNABARIT KRISTÁLYTANI VIZSGÁLATA ÉS AZ AIMADENI CINNABARIT FÉNYTÖRÉSE.

ZIMÁNYI KÁROLY I. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

(IV--VI. tábla.)

Hazánkban a legszebb kristályodott cinnabarit Alsósajón (Gömör vm.) található; ez az előfordulás eddig kristálytani vizsgálatok tárgya még alig volt.

Rozsnyónak és vidékének régi bányászatára vonatkozó munkákban <sup>1</sup> magáról Alsósajóról nincs említés téve; az első irodalmi adat BRÜCKMANN-tól <sup>2</sup> maradt ránk, a ki röviden megemlékezik a cinnabarit bányászatáról, de a geológiai viszonyokról nem szól.

Az előfordulást már 1791-ben FICHEL <sup>3</sup> leírta, kevéssel utána kissé részletesebben ESMARCK; <sup>4</sup> a későbbi szerzők <sup>5</sup> úgy lát-

---

<sup>1</sup> FABRICIUS K.: Vázlatok a rozsnyói régi városi könyvből. — Századok. 1877. évf. 397—406. l. — MADERSPACH L.: A rozsnyói bányászat történetéhez. — Bány. és Koh. Lapok. 1879. 12. 14., 35. és 51. l. — WENZEL G.: Magyarország bányászatának kritikai története. Budapest. 1880. 93. l.

<sup>2</sup> FR. E. BRÜCKMANN: Relation von den Zinner- und Quecksilbergruben zu Szilana. Breslauer-Sammlungen von Natur- und Medicin, Kunst und Literatur-Geschichten. Leipzig und Budiszin. 1726. Clas. IV. Art. 8. 82—84. l.

<sup>3</sup> F. E. v. FICHEL: Mineralog. Bemerkungen von den Karpathen. Wien. 1791. I. 59. l.

<sup>4</sup> I. ESMARCK: Kurze Beschreibung einer mineralog. Reise durch Ungarn etc. Freiberg. 1798. 189—190. l.

<sup>5</sup> F. A. REUSS: Lehrbuch d. Mineralogie. Leipzig. 1803. II. 3. 293. l. — V. SCHÖNBAUER: Mineræ metallorum Hungariæ et Transilvaniæ. Pesthini, 1806. Pars I. 16—17. l. — C. A. ZIPSER: Versuch eines topogr. mineralog. Handbuches von Ungarn. Dedenburg. 1817. 395. l. — J. JONÁS: Ungerns Mineralreich. Pest, 1820. 366. l.

szik ezekből vették át adataikat.<sup>1</sup> BEUDANT idézve BRÜCKMANN és ESMARCK imént említett munkáit, még saját észleleteivel kibővítve ismerteti az alsósajói cinnabarit előfordulási viszonyait s ezeket röviden ásványtanában is leírja. Úgy a régibb, mint az újabb ásványtani munkákban Alsósajó gyakran nincs is megemlítve; pedig a mult század első negyedében megjelent munkákban már szerepel a lelethelyek közt, így a már felsoroltakon kívül Suckow,<sup>2</sup> HOFFMANN,<sup>3</sup> LEONHARD C.,<sup>4</sup> NAUMANN<sup>5</sup> ásványtanaiban, később pedig PHILLIPS-MILLERNÉL.<sup>6</sup> Így feltűnő, hogy kimerítőbb<sup>7</sup> kézikönyvekben, sőt DANA<sup>8</sup> legújabb kiadásában sincs említve Alsósajó, csak más magyarországi lelethelyek.

Ásványgyűjtemények leírásában<sup>9</sup> a rozsnyói cinnabarittal többször találkozunk, az előfordulás és a társásványok leírásából következtetve azonban nem tartom valószínűtlennek, hogy alsósajói példányok is mint rozsnyóiak szerepelnek; annak a példánynak, amelyet BORN<sup>10</sup> említ, közelebbi lelethelyét szintén nem lehet biztosan tudni, a mennyiben csak annyit mond, hogy a

<sup>1</sup> F. S. BEUDANT: Voyage minéral. et géol. en Hongrie. Paris, 1822. 2. 82—84. l. — Traité élém. de Minéralogie. II edit. Paris. 1830. 1. 633. l.

<sup>2</sup> G. A. SUCKOW: Anfangsgründe der Mineralogie. Leipzig 1804. 2. 122. l.

<sup>3</sup> C. A. F. HOFFMANN und A. BREITHAUPT: Handbuch der Mineralogie. Freiberg. 1816. (II.) 3. 30. l.

<sup>4</sup> C. C. v. LEONHARD: Handbuch einer allgem. topogr. Mineralogie. Frankfurt am Main 1808. 2. 560. l. — Handbuch d. Oryktognosie. II. Aufl Heidelberg. 1826. 634. l.

<sup>5</sup> C. FR. NAUMANN: Lehrbuch der Mineralogie. Berlin, 1828. 607. l.

<sup>6</sup> W. PHILLIPS: An element. introduction to Mineralogy. New edit. by H. J. BROOKE and W. H. MILLER. London, 1852. 179. l.

<sup>7</sup> FR. MOHS: Grundriss der Mineralogie. Dresden. 1824. 2. 611. l.

<sup>8</sup> J. D. DANA: System of Mineralogy. 6-th edit. New-York. 1892. 67. l.

<sup>9</sup> A. G. WERNER: Verzeichniss d. Mineral-Kabinetts d. weil. kurfürst. sächs. Berghauptmanns, des Herrn K. F. PABST v. OHEIM. Freiberg und Annaberg. 1792. 2. 160—161. l. — I. BORN: Catalogue méthod. et raisonnée de la collection des fossiles de Mlle. ELÉONORE DE RAAB. Vienne. 1790. 2. 391. és 393. l. — FR. MOHS: Des Herrn JAK. FR. von der NULL Mineralienkabinet. Wien, 1805. 3. 82. l. — A. LÉVY: Description d'une collection de minéraux formée par M. HEN. HEULAND. Londres, 1837. 2. 384. l.

<sup>10</sup> I. BORN: Lithophyllacium Bornianum. Praga, 1772. 1. 139. l.

cinnabarit fakóércben fordul elő az ANDRÁSSY-féle bányákban Felső-Magyarországon.

Alsósajóról a kristályodott cinnabaritot először LEONHARD C.<sup>1</sup> említi, később pedig ZIPSER<sup>2</sup> és v. FELLEBERG;<sup>3</sup> azok a hatszögös, táblás kristálykák, a melyekről MOHS<sup>4</sup> szól, alighanem szintén Alsósajóról, nem pedig Rozsnyóról valók. A kristályokra vonatkozó első és egyetlen adatot ZEPHAROVICHNÁL<sup>5</sup> találjuk; mindössze a  $0R$ ,  $\frac{1}{4}R$ , —  $\frac{1}{2}R$ ,  $R$  és  $\infty R$  alakokat sorolja fel, de nem említi, vajjon HAÜY vagy SCHABUS alapalakját és állítását fogadta-e el. Általában nagyon kevés az, a mit ásványtani tekintetben az irodalomban Alsósajóról találunk; az előfordulásra vonatkozólag a már említett munkákon kívül még SANDBERGER<sup>6</sup> és MADERSPACH<sup>7</sup> dolgozatait sorolom ide, míg DÖLL<sup>8</sup> cinnabarit pseudomorphosákat írt le tetraédrit után.

★

Vizsgálati anyagom az egykor híres és jól jövedelmező «Szt. Háromság» higany és cinnabaritbányából való,» a megmért és az egyébként megvizsgált kristályok azokról a példányokról valók, a melyeket 1896-ban a Nemzeti Múzeum részére gyűjtöttem. A jelzett év augusztus havában KLEKNER LÁSZLÓ bányagondnok úr kíséretében a környék vasérczbányáit és a «Szt. Háromság» cinnabaritbányát meglátogattam; ezt már nem művelik, a község

<sup>1</sup> C. C. LEONHARD: Handbuch einer allgem. topogr. Mineralogie. 1808. 2. 560. l.

<sup>2</sup> Az idézett helyen 395. l.

<sup>3</sup> B. v. COTTA und E. v. FELLEBERG: Die Erzlagerstätten Ungarns und Siebenbürgens. Freiberg, 1862. 121. l.

<sup>4</sup> V. ö. az előbbi lapon a 9. alatt idézett munkát.

<sup>5</sup> V. v. ZEPHAROVICH: Mineral. Lexikon etc. Wien, 1859. I. 480. l.

<sup>6</sup> Neues Jahrb. f. Mineral. etc. 1865. 598. l.

<sup>7</sup> MADERSPACH L.: Magyarország vasérczfekehelyei. Bpest. 1880. 62. l.

<sup>8</sup> F. DÖLL: Eine neue und einige seltene Pseudomorphosen von neuen Fundorten. — Verhandl. d. k. k. geolog. Reichsanstalt. 1883. 141. l.

<sup>9</sup> HUNFALVY J.: Gömör- és Kis-Hont törv. egyesült vármegyék leírása. Pest, 1867. 267. l. BOROVSKY S.: Gömör és Kishont vármegye. Budapest. 1903. 288. lapján GÖMÖRI M.: «Bányászat és kohászat» czimű czikke.



határában jelenleg csak vaspátra folyik a bányászat. A Rimamurány-Salgótarjáni vasmű-részvénytársaság<sup>1</sup> 1901-ben értesített, hogy kristályodott cinnabaritot már nem találnak; a beküldött példányokon tényleg üregek és ezekben cinnabarit kristálykák nem voltak, hanem a talkos palában 0·5—4 cm. vastag, fehér kvarczerek és ezekben a cinnabarit, ennek nagyobb hasadási felületei erős fényükkel tűnnek ki. Kisérő ásványok kristályodott pyrit és vaskos tetraédrit. Ezt a világos szürkés-zöld, talkos, palás kőzetet ESMARK<sup>2</sup> talkpalának, BEUDANT<sup>3</sup> csillámpalának, COTTA<sup>4</sup> talkos csillámpalának nevezi; ANDRIAN<sup>5</sup> szerint e kőzet átmenetet alkot a zöldpala és csillámpala közt, míg STUR<sup>6</sup> a legfelsőbb csillámpalákhoz sorolta. Legujabban SCHAFARZIK<sup>7</sup> bejárta Rozsnyó vidékét geológiai felvételek végett, és petrográfiai vizsgálatai alapján arra az eredményre jutott, hogy a szepes-gömöri Érczhegységben régebben a kristályos palákhoz számított kőzetek kvarczporfirok, porfiroidok stb., ez utóbbiak az előbbiekből dinamikai hatások következtében keletkeztek.

SCHAFARZIK szerint a szóban forgó alsósajói kőzet *porfiroid-pala* (az idézett helyen 429. l.), Rozsnyó vidékének gazdag ércztelerei pedig epigenetikusak és a kvarczporfir kitörésének utólagos vulkáni hatására vezethetők vissza (445. és 447. l.); COTTA is kiemeli, hogy Alsósajón a teleptelésekben előforduló cinnabarit fiatalabb képződésű, mint a kőzet.

A cinnabaritot tartalmazó teleptelések zöldes-szürke, talkos, palás kőzetben vannak, főanyaguk a kvarcz és a vastartalmú dolomit (barnapát), kevesebb a calcit, a siderit és a baryt; ezeknek mintegy keverékében találjuk a cinnabaritot, vaskosan vagy szemcsés-levelesen, mellette még a tetraédritet nagyobb

<sup>1</sup> A gróf ANDRÁSSY-féle összes bányabirtokokat 1900. évben a Rimamurány-Salgótarjáni vasmű részvénytársaság vette meg.

<sup>2</sup> Az idézett helyen 189. l.

<sup>3</sup> Az idézett helyen 82—83. l.

<sup>4</sup> Berg- und Hüttenmänn. Zeitung. 1861. 20. 151. l.

<sup>5</sup> Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanst. Wien. 1859. 10. 541—542. l.

<sup>6</sup> Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanst. Wien. 1869. 19. 382—416. l.

<sup>7</sup> Föld. Közl. 1902. 32. 306. l. és Mathem. és természettud. Értesítő. 1904. 22. 414—447. l.

menyiségben. Az üregek falaira rakódott cinnabarit-kristályok közül a rubin-vörösek és átlátszók többnyire szebben fejtettek ki, mint a sötét vörösek. Az imént felsoroltakon kívül kísérő ásványok még a következők: higány a cinnabarit és a telér ásványok üregeiben, amalgam mint lemezalakú bevonat és pyrit, ez utóbbinak pentagondodekaéderes kristálykái a talkos porfiroid-palába, a kvarczba vagy a dolomitba nőttek; nem oly gyakoriak az üregek falaira nőtt dolomit-, siderit- és baryt-kristálykák; végre a tetraédrit- és kvarcz-kristályok ritkák. A barytok vastag táblák  $c\{001\}$ , vagy oszlopok  $d\{102\}$  szerint.

Még megemlítem, hogy egy darabon kevés galenitet is találtam a dolomitba növe, a melyet színe, kitűnő hexaéderes hasadása és a chemiai reakciók alapján könnyen felismerhettem.

★

A cinnabarit-kristályok méréseken alapuló első vizsgálatait HAÜYNAK<sup>1</sup> köszönjük, a ki nyilván a kristályok kifejlődése után azokat hatszöges-rhomboéderekként rajzolta; később pontosabb méréseket közölt<sup>2</sup> és az alakok egymáshoz való viszonyát is megállapította. A pozitív és negatív alakoknak megkülönböztetése azonban még most sem teljesen biztos, mivel valami határozott megkülönböztető jelet, mint pl. a kvarcznál vagy calcitnál, eddig nem ismerünk, a mire MÜGGE,<sup>3</sup> SCHMIDT<sup>4</sup> és GOLDSCHMIDT<sup>5</sup> egyaránt utalnak. A pozitív és negatív sor alakjainak megkülönböztetése a váltakozó sextansokban vagy az alakok nagyobb számára, vagy a lapok nagyobb kifejlődésére van alapítva. SCHABUS,<sup>6</sup> D'ACHIARDI,<sup>7</sup> SCHMIDT<sup>8</sup> és TRAUBE<sup>9</sup> a többalakú sort választották

<sup>1</sup> R. J. HAÜY: Traité de minéral. I edit. Paris, 1801. 3. 439. l. Atlas Pl. LXV. Fig. 28.

<sup>2</sup> R. J. HAÜY: Sur la structure des cristaux de mercure sulfuré. — Ann. de chimie et de physique. 1818. 8. 60. l.

<sup>3</sup> Neues Jahrb. f. Mineral. etc. 1882. 2. 33. l.

<sup>4</sup> Földt. Közlöny. 1887. 17. 532. l.

<sup>5</sup> Index d. Krystallformen etc. Berlin. 1891. 3. 348. l.

<sup>6</sup> Sitzungsber. d. Wiener Akad. 1851. 6. 87. l.

<sup>7</sup> Mineralogia della Toscana. Pisa. 1873. 2. 283. l. 8. ábra.

<sup>8</sup> Földt. Közlöny. 1887. 17. 533. l.

<sup>9</sup> Zeitschr. f. Krystallogr. 1888. 14. 565. l.

*negatívnek*, ellenben MOHS,<sup>1</sup> NAUMANN<sup>2</sup> és MÜGGE<sup>3</sup> ugyanezt a sort vették *positívnek*; vom RATH<sup>4</sup> csak az alakok nagyobb fejlettségét tekintve ezeket választotta *positíveknek*. Az egyszerűbb kifejlődésű kristályok alakjait a szerzők *positíveknek* fogadták el, mint BERTRAND,<sup>5</sup> TSCHERMAK<sup>6</sup> és TERMIER.<sup>7</sup>

Én szintén a *többalakú* sort vettem *positívnek*, a melyhez tartozik a cinnabaritnak oly gyakori és jellegző hegyes rhomboédere (sarkéle  $108^{\circ} 12'$ ), a melyet HAÜY<sup>8</sup> alapalaknak fogadott el. A pozitív sorban 26, a negatívban csak 6 rhomboédert figyeltem meg; az egyes kombinációkon mindig nagyobb számmal és nagyobb lapokkal felettek ki a pozitív, mint a negatív rhomboéderek.

	A kristályok sorszáma:															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Posit. rhomboéd.	8	6	5	8	5	4	6	4	5	10	9	9	15	14	6	13
Negat. rhomboéd.	3	4	2	2	3	3	3	2	2	5	4	5	4	3	1	4

Meg kell még jegyezmem, hogy néhány kristályon nagyon szembetűnő volt  $h\{20\bar{2}3\}$  és  $h'\{02\bar{2}3\}$  illetőleg  $g\{10\bar{1}2\}$  és  $g'\{0\bar{1}\bar{1}2\}$  lapjaik felületének különbsége; míg a két pozitív rhomboéder lapjai rendesen erősen rostosak, addig a megfelelő negatívoké simák; különösen jól volt ez látható némely ikernél (V. táb. 7. ábra és 9. ábra), a mikor az ellenkező állású rhomboéderek lapjai egyszerre tükröznek.

<sup>1</sup> FR. MOHS: Grundriss d. Mineralogie. Dresden. 1824. 2. 608. l. Taf. VIII. Fig. 124.

<sup>2</sup> C. FR. NAUMANN: Lehrbuch d. Mineralogie. Berlin. 1828. 605. l. Atlas Taf. X. Fig. 183. és 184.

<sup>3</sup> Az idézett helyen 30. l.

<sup>4</sup> Sitzungsber. d. niederrhein. Gesellsch. etc. 1883. 40. 45. és 122. l. Taf. VI. Fig. 7.

<sup>5</sup> Zeitschr. f. Krystallogr. 1878. 2. 199. l.

<sup>6</sup> Mineralog. und petrogr. Mittheil. 1886. 7. 361. l.

<sup>7</sup> Bull. de la Soc. Franç. de minéral. 1897. 20. 204. l.

<sup>8</sup> HAÜY: Traité de minéral. II edit. Paris. 1822. 3. 313. l.

Tizenhat megmért kristályon 37 alakot biztosan megállapíthattam, ezek közül a \*-gal jelölt hat új a cinnabaritra; megjegyzem még azt, hogy a 16. ikerkristálykán csak a rhomboéderek három övét mérhettem. A betűjelzés ugyanaz, mint DANA<sup>1</sup> és HINTZE<sup>2</sup> kézikönyveiben; az új alakok számított hajlásait SCHABUS<sup>3</sup> alapértékéből (0001) : (10 $\bar{1}$ 1) = 52°54'15" vezettem le.

$c$ {0001}	$\varepsilon$ {10.0. $\bar{1}\bar{0}$ .9}	$\rho$ {70 $\bar{7}$ 1}
$m$ {10 $\bar{1}$ 0}	* $X$ {90 $\bar{9}$ 8}	$t$ {80 $\bar{8}$ 1}
$d$ {10 $\bar{1}$ 3}	$\eta$ {60 $\bar{6}$ 5}	$g'$ {01 $\bar{1}$ 2}
$f$ {20 $\bar{2}$ 5}	$l$ {40 $\bar{4}$ 3}	$h'$ {02 $\bar{2}$ 3}
$g$ {10 $\bar{1}$ 2}	* $V$ {80 $\bar{8}$ 5}	$\Delta$ {01 $\bar{1}$ 1}
$i$ {10.0. $\bar{1}\bar{0}$ .19}	$z$ {50 $\bar{5}$ 3}	$l'$ {04 $\bar{4}$ 3}
$w$ {50 $\bar{5}$ 9}	$n$ {20 $\bar{2}$ 1}	$n'$ {02 $\bar{2}$ 1}
$\beta$ {30 $\bar{3}$ 5}	* $Y$ {11.0. $\bar{1}\bar{1}$ .4}	$q'$ {04 $\bar{4}$ 1}
* $j$ {50 $\bar{5}$ 8}	$\omega$ {30 $\bar{3}$ 1}	* $l$ {11 $\bar{2}$ 2}
$h$ {20 $\bar{2}$ 3}	$\vartheta$ {10.0. $\bar{1}\bar{0}$ .3}	$y$ {22 $\bar{4}$ 3}
$i$ {40 $\bar{4}$ 5}	$q$ {40 $\bar{4}$ 1}	$\xi$ {22 $\bar{4}$ 1}
* $A$ {80 $\bar{8}$ 9}	$\lambda$ {50 $\bar{5}$ 1}	
$r$ {10 $\bar{1}$ 1}	$\pi$ {60 $\bar{6}$ 1}	

$\beta$  {30 $\bar{3}$ 5},  $\varepsilon$  {10.0.  $\bar{1}\bar{0}$ .9},  $\eta$  {60 $\bar{6}$ 5},  $l$  {40 $\bar{4}$ 3},  $\omega$  {30 $\bar{3}$ 1},  $\vartheta$  {10.0.  $\bar{1}\bar{0}$ .3},  $\lambda$  {50 $\bar{5}$ 1},  $\pi$  {60 $\bar{6}$ 1} és  $\rho$  {70 $\bar{7}$ 1} rhomboédereket először MÜGGE<sup>4</sup> észlelte egy almadeni cinnabarit kristályon, tudtommal más előforduláson eddig nem találták;  $i$  {40 $\bar{4}$ 5} alakot kielégítő méréssel először BERTRAND<sup>5</sup> említi a californiai tűalakú kristályokról, ő utána pedig MÜGGE az előbb felsorolt alakokkal figyelte meg.

Az új alakokat a következőkben jellegzem.

\* $j$  {50 $\bar{5}$ 8} a nyolczadik kristály (IV. táb. 6. ábra) két övében egy-egy szélesebb és igen jól tükröző lappal; a két mérés egymással jól egyezik, nem annyira a számított értékkel.

<sup>1</sup> System of Mineralogy. 6-th edit. 1892. 66. l.

<sup>2</sup> Handbuch d. Mineralogie. Leipzig. 1900. I. 666. l.

<sup>3</sup> Sitzungsber. d. Wiener Akad. 1851. 6. 71. l.

<sup>4</sup> Neues Jahrb. f. Mineral. etc. 1882. 2. 34. l.

<sup>5</sup> Zeitschr. f. Krystallogr. 1878. 2. 199. l.

mérve:	számítva:
$(0\bar{5}58) : (0001) = 39^\circ 46' \frac{1}{2}''$	$39^\circ 34' 28''$
$(\bar{5}508) : (0001) = 39^\circ 45'$	$39^\circ 34' 28''$

\*A {8089}, ennek az alaknak egy-egy kitünő fényű lapja az egyik ikerkristály (VI. táb. 10. ábra) mind a két egyénén megvolt.

mérve:	számítva:
$(8089) : (0001) = 49^\circ 34' - 49^\circ 45'$	$49^\circ 36' 43''$

\*X {9098} a 13. ikerkristályon egy alárendelt, de élesen kifejtett, kifogástalanul tükröző lappal.

mérve:	számítva:
$(9098) : (0001) = 56^\circ 1'$	$56^\circ 5' 33''$

\*Y {8085} két ikerkristályon egy-egy keskeny fényes lappal.

mérve:	számítva:
$(8085) : (0001) = 64^\circ 35' - 64^\circ 41'$	$64^\circ 42' 14''$

\*Y {11.0.  $\bar{1}\bar{1}.4$ } a 12. és 14. kristályon, az egyikén szélesebb, a másikon keskeny, de mindkétszer igen jól mérhető lapokkal.

mérve:	számítva:
$(11.0.\bar{1}\bar{1}.4) : (0001) = 74^\circ 36' - 74^\circ 42'$	$74^\circ 37' 30''$

\*I {11 $\bar{2}$ 2} alak e 14. ikerkristály (VI. táb. 10. ábra) nagyobb egyénén keskeny, jól kifejtett és élesen tükröző ( $\bar{2}112$ ) lapja egyenesen tompítja ( $\bar{1}011 : \bar{1}101$ ) élet; a jó méréseken kívül a lap helyzetét még az övviszonyok is kétségtelenné teszik, a mennyiben [ $\bar{2}201 : \bar{2}023 = 322$ ], ( $\bar{1}011 : \bar{1}101 = \bar{1}00$ ) és [ $0001 : \bar{4}223 = \bar{2}\bar{4}0$ ] övekben fekszik.

mérve:	számítva:
$(\bar{2}112) : (\bar{2}201) = 32^\circ 28'$	$32^\circ 33' 50''$
$: (\bar{1}011) = 23^\circ 29'$	$23^\circ 30' 14''$
$: (\bar{1}101) = 23^\circ 30'$	$23^\circ 30' 14''$
$: (0001) = 48^\circ 50'$	$48^\circ 52' 25''$

A kristálykák legtöbbször csak 0.5—1.5 mm. méretűek, ritkán érik el a 3—4 mm. nagyságot, természetük zömök rhomboéde-

res (IV. táb. 3. és 4. ábra, V. táb. 8. és 9. ábra) vagy vastagtáblás (IV. táb. 1. ábra, V. táb. 7. ábra); az üregek vagy hasadékok falára sokszor úgy nőttek, hogy az egyik  $c\{0001\}$  lap egészen szabadon kifejlődhetett, párhuzamos párja pedig legalább részben.

A véglap mindig uralkodik, nagyok a lapjaik  $n\{20\bar{2}1\}$  és  $h\{20\bar{2}3\}$  rhomboédereknek, ezeknél kisebbek  $m\{10\bar{1}0\}$ ,  $\Delta\{01\bar{1}1\}$  és  $h'\{02\bar{2}3\}$ ; a többi alak mind alárendelt, a meredek rhomboéderek közt  $\omega\{30\bar{3}1\}$  lapjai a legszélesebbek.

Az alább közölt táblázatból láthatjuk, hogy  $c\{0001\}$ ,  $m\{10\bar{1}0\}$ ,  $h\{20\bar{2}3\}$ ,  $n\{20\bar{2}1\}$  és  $\Delta\{01\bar{1}1\}$  minden kristályon kifejlett, míg  $g\{10\bar{1}2\}$ ,  $\omega\{30\bar{3}1\}$ ,  $n'\{02\bar{2}1\}$  és  $h'\{02\bar{2}3\}$  gyakoriak; az imént felsorolt legközönségesebb alakok teljes lapszámmal jelennek meg, a mi a ritkábbakról nem mondható. (L. a 493. oldalon levő táblázatot.)

Az első kristály kivételével, a melynek véglapja kissé zavart felületű, a többinél ez a lap kifogástalan sima és kitünően tükrözőik.

A 2., 6., 9. és 10. kristálynak véglapján néhány finom rost huzódik végig, a melyek tompa negatív rhomboéderek csikalakú lapocskáitól erednek, de tükröképeik csak bizonytalanul állíthatók be.

$m\{10\bar{1}0\}$  keskeny vagy trapézalakú lapjainak fénye már nem mindig kifogástalan, olykor gyöngé zsírfényűek vagy vízszintesen rostosak.

$g\{10\bar{1}2\}$  rendesen keskeny lapokkal, a szélesebbeken durvább a rostozás.

Az uralkodó alakok mellett  $h\{20\bar{2}3\}$  az egyedüli rhomboéder, a mely szélesebb lapokkal is kifejlett; némely kristályon akkorák vagy még nagyobbak, mint  $n\{20\bar{2}1\}$  lapjai. Az erős rostozás következtében többnyire a tükröképek sorozatát látjuk, a melyek közül egy-kettő feltünőbb; a vicinális lap vagy egyedül, vagy a helyes fekvésű  $h\{20\bar{2}3\}$ -val együtt figyelhető meg, hajlása ingadozó:

mérve:	$n$	számolva:
$(13.0.\bar{1}3.20):(0001) = 40^\circ 8' - 40^\circ 51'$	16	$40^\circ 41'$

Alakok:	A kristályok sorszáma:															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$c\{0001\}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
$m\{10\bar{1}0\}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
$d\{10\bar{1}3\}$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	.	.	.
$f\{20\bar{2}5\}$	*	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	*	.	*	*	*
$g\{10\bar{1}2\}$	*	*	*	*	*	*	.	*	*	*	*	*	*	*	*	*
$i\{10.0.\bar{1}0.19\}$	.	.	.	.	.	.	*	.	.	.	.	*	.	.	.	.
$w\{50\bar{5}9\}$	.	.	.	.	.	*	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.
$\beta\{30\bar{3}5\}$	.	.	*	.	.	.	*	.	.	.	.	.	.	.	.	.
* $j\{50\bar{5}8\}$	.	.	.	.	.	.	.	*	.	.	.	.	.	.	.	.
$h\{20\bar{2}3\}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
$i\{40\bar{4}5\}$	*	*	.	.	.	.	.	.	.	*	.	.	*	*	.	*
* $A\{80\bar{8}9\}$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	.
$r\{10\bar{1}1\}$	*	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	.	*	*	.	*
$\epsilon\{10.0.\bar{1}0.9.\}$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	.	.
* $X\{90\bar{9}8\}$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	.	.
$\eta\{60\bar{6}5\}$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	.	*
$l\{40\bar{4}3\}$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	.	*	*	.	*
* $V\{80\bar{8}5\}$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	.	.
$\chi\{50\bar{5}3\}$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	*
$n\{20\bar{2}1\}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
* $Y\{11.0.\bar{1}\bar{1}.4\}$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	*	.	.
$\omega\{30\bar{3}1\}$	.	*	*	*	*	.	*	.	*	*	*	*	*	*	*	*
$\vartheta\{10.0.\bar{1}0.3\}$	*	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	.	.	*
$q\{40\bar{4}1\}$	.	*	.	*	.	.	.	.	.	*	*	.	*	.	.	*
$\delta\{50\bar{5}1\}$	.	.	.	*	.	.	*	.	.	*	*	.	*	.	.	.
$\pi\{60\bar{6}1\}$	.	.	.	.	*	.	.	.	.	.	.	.	*	*	.	*
$\rho\{70\bar{7}1\}$	*	.	.	*	.	.	.	.	*	.	.	.	.	*	.	.
$t\{80\bar{8}1\}$	.	.	.	*	.	.	.	.	.	.	*	.	.	.	.	.
$g'\{01\bar{1}2\}$	.	*	.	.	.	.	.	.	.	*	.	*	.	.	.	*
$h'\{02\bar{2}3\}$	*	*	.	.	*	*	*	.	.	*	*	*	*	.	.	*
$\mathcal{A}\{01\bar{1}1\}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
$l'\{04\bar{4}3\}$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	.	.
$n'\{02\bar{2}1\}$	*	*	*	*	*	*	*	*	.	*	*	*	.	*	.	*
$q'\{04\bar{4}1\}$	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	*	*	*	.	.	.
* $I\{11\bar{2}2\}$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	.
$y\{22\bar{4}3\}$	.	.	.	.	.	*	.	.	.	.	.	.	.	*	.	.
$\xi\{22\bar{4}1\}$	*	.	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*	.	.	*	.

Többször  $h\{20\bar{2}3\}$  és  $n\{20\bar{2}1\}$  közt erősen rostozott, gyöngé fényű és kissé görbült lapot figyeltem meg, a mely közel fekszik  $r(10\bar{1}1)$ -hez; de mivel a  $[0\bar{2}21 : 2\bar{2}03 = 424]$  öv az éppen említett tökéletlenségek miatt kétségtelenül nem állapítható meg, a lap jele sem határozható meg.

$r\{10\bar{1}1\}$  keskeny, fényes és rendkívül finoman rostos lap, helyzete az övviszonyokból is biztosan meghatározható; csak egyszer találtam egyszerű kristályon (IV. táb. 1. ábra), míg kilencz iker közül ötön fejtett ki.

$\omega\{30\bar{3}1\}$  keskeny, fényes lapjainak hajlása ingadozó; némelykor ugyan igen jó a megegyezés a mérés és számítás közt  $(30\bar{3}1) : (0001) = 75^\circ 51'$ , de többször  $40'$ -cel is kisebb, a mi  $(20.0.2\bar{0}.7)$  vicinális alaknak felelne meg  $(20.0.2\bar{0}.7) : (0001) = 75^\circ 12'$ ; ritkábban a hajlás  $12'$ -cel is nagyobb, mint az  $\omega\{30\bar{3}1\}$ -nak megfelelő theoretikus érték. Mindezek daczára e lapokat, mivel minden kristályon egy vagy két mérés jól egyezett a számított hajlással,  $\omega\{30\bar{3}1\}$ -hez soroltam.

A többi meredek rhomboéder már ritkább, némelyek lapjait túlnyomóan, másokét mint  $q\{40\bar{4}1\}$  és  $t\{80\bar{8}1\}$  kizárólag az ikeken figyeltem meg.

Az  $i\{10.0.1\bar{0}.19\}$  rhomboédernek, a melyet TRAUBE<sup>1</sup> a soklapú, ő szerinte tehát *negatív* sextansokban figyelt meg, én két kristályon három csikalakú lapját találtam. Az  $\varepsilon\{10.0.1\bar{0}.9\}$  nem egyszerű jelű alaknak egy szélesebb és igen jól mérhető lapját a 13. kristályon  $(20\bar{2}3)$  és  $(40\bar{4}3)$  közt ismertem fel.

A negatív rhomboéderek lapjai általában simák és keskenyek; a legjellemzőbb és egyszersmind legjobban kifejtett alak  $A\{01\bar{1}1\}$ , erősen fénylő, nem ritkán jókora nagy lapokkal (IV. táb. 2. és 6. ábra); egyes lapjai néha mint  $n\{20\bar{2}1\}$  sarkéleinek tompítói jelennek meg (V. táb. 8. ábra).

A cinnabariton oly ritka trapezoéderes alakokat az alsósajói kristályokon nem találtam, csak másodrendű, illetőleg trigonális pyramisokat. Ezek sem gyakoriak, többnyire csak egyetlen lapjuk fejtett ki, ritkábban kettő, t. i. egy felső a hozzátartozó

<sup>1</sup> Zeitschr. f. Krystallogr. 1888. 14. 568. l., ezenkívül v. ö. még V. GOLDSCHMIDT: Winkeltabellen 377. és 426. l.



alsóval; csak az első kristályon (IV. táb. 1. ábra) volt négy lapja. kettő felül és kettő alul. Mivel a lapok eloszlásából semmi biztosat a trigonális-trapezoédres kifejlődésre vonatkozólag nem következtethettem, azért az ábrákban e pyramisok lapjait az észlelésnek megfelelő számmal rajzoltam, a gömbprojectióban (VI. táb. 11. ábra) pedig mint teljes alakokat tüntettem fel.

A lapocskák néha oly kicsik, hogy a mérések csak közelítőek, de az övekből helyzetük biztosan megállapítható. A gyakoribb alak  $\xi \{22\bar{4}1\}$  négy kristályon, ú. m. a 7., 8., 11. és 12.-en  $[20\bar{2}1 : 01\bar{1}0 = \bar{1}02]$  övben (IV. táb. 3. és 6. ábra)  $n(20\bar{2}1)$  laptól *jobbra*, az 1. és 15. kristályon  $20\bar{2}1 : 1\bar{1}00 = 11\bar{2}$  övben vagyis  $n(20\bar{2}1)$  laptól *balra*; az első kristályon (IV. táb. 1. ábra) a két felső és a megfelelő két alsó lap a váltakozó élek tompításaként, tehát a trapezoédres kifejlődésre emlékeztetve jelent meg.

Ritkább  $y \{2243\}$  pyramis, a mely  $[2021 : \bar{2}201 = \bar{1}\bar{2}2]$ ,  $[4043 : 0443 = \bar{3}34]$  és  $[01\bar{1}0 : 20\bar{2}3 = 30\bar{2}]$  övekhez tartozik; a hatodik kristályon  $[20\bar{2}3 : 01\bar{1}0]$  élet tompítja, tehát szintén a pozitív rhomboéderektől *jobbra* fekszik (IV. táb. 5. ábra). A 14. kristály (VI. táb. 10. ábra) nagyobb egyénén két lapját állapítottam meg, az egyik  $[0\bar{2}23 : \bar{1}010]$ , a másik  $[2203 : \bar{1}010]$  élen, tehát a szomszédos pozitív sextanstól *jobbra* is, *balra* is; mind a két lap egyuttal  $[0\bar{2}21 : \bar{2}201 = \bar{2}1\bar{2}]$  övben is benn fekszik. A mint fennebb (491. lapon) már említettem  $I \{11\bar{2}2\}$  egyik lapja szintén ezen a kristályon fejlett ki (VI. táb. 10. ábra).

A megmért kristályoknak kombinációi a következők:

9. kristály  $c, n, m, h, \Delta, \omega, g, q', \rho$  (IV. táb. 4. ábra).
3.    "     $c, n, h, \Delta, m, \omega, g, \beta, n'$  (IV. táb. 2. ábra).
8.    "     $c, n, \Delta, m, h, j, g, \xi, n'$  (IV. táb. 6. ábra).
5.    "     $c, n, m, \Delta, h, h', \pi, g, \omega, n'$ .
6.    "     $c, n, m, h, \Delta, g, w, y, h', n'$  (IV. táb. 5. ábra).
7.    "     $c, n, h, \Delta, h', m, \xi, i, \beta, \omega, \lambda, n'$  (IV. táb. 3. ábra).
1.    "     $c, n, m, g, h, \xi, i, \Delta, f, r, \vartheta, \rho, h', n'$  (IV. táb. 1. ábra).

A harmadik kristály  $h(20\bar{2}3)$  lapjáról a másik egyénnek egy kis csúcsa emelkedik ki.

Az ikerkristályok kombinációi:

15. kristály  $c, n, m, f, g, w, h, \omega, \Delta, \xi$ .  
 4. "  $c, n, h, m, \Delta, g, \omega, q, \lambda, \rho, t, n'$  (V. táb. 8. ábra).  
 2. "  $c, n, h, \Delta, h', g', m, \omega, q, i, g, n'$  (V. táb. 7. ábra).  
 11. "  $c, n, h, \Delta, m, f, g, r, \omega, q, \lambda, t, h', n', q', \xi$ .  
 10. "  $c, n, h, \Delta, g', i, m, r, f, g, l, \omega, q, \lambda, h', n', q'$  (V. t. 9. á.).  
 12. "  $c, n, h, \Delta, g', m, d, f, g, i, Y, \vartheta, \omega, h', n', q', \xi$ .  
 16. "  $c, n, h, m, f, l, \Delta, g, i, r, \eta, \chi, \omega, \vartheta, q, \pi, g', h', n'$ .  
 13. "  $c, h, n, g, m, \Delta, i, r, \epsilon, X, l, V, \omega, d, \eta, q, \lambda, \pi, h', l', q'$ .  
 14. "  $c, h, n, m, \chi, \Delta, r, f, g, i, A, l, V, Y, \omega, \pi, \rho, n', l', I, \eta$ .  
 (VI. táb. 10. ábra)

A kifogástalanul tükröző és kellő nagy lapok hajlása jól egyezett SCHABUS számított értékeivel, ezért új tengelyarányt kiszámítani fölöslegesnek tartottam. Az uralkodó, vagy nagy lapokkal kifejtett rhomboédereknél aránylag szűk határok közt ingadoztak a hajlások, így pl.:

	mérve:	<i>kr.</i>	<i>n</i>	számítva:
(2021) : (0001) =	69°10'—69°23'	16	84	69°17'

Nagyobbak az eltérések  $g\{10\bar{1}2\}$ ,  $h\{20\bar{2}3\}$ ,  $\omega\{30\bar{3}1\}$  és  $J\{01\bar{1}1\}$  rhomboédereknél; az apró vagy rostozott, tehát gyöngé vagy zavart tükrözésű lapoknál a mérés és számítás közt a legnagyobb különbség néha 25' is volt.

A következő táblázatban (497—498.l.) a mérések középértékeit adom, ezek kiszámításánál a tükrözés minőségét tekintetbe vettem; *kr.* a kristályok, *n* pedig az élek számára vonatkozik.

	mérve :	kr.	n.	számítva :
$c : d = (0001) : (10\bar{1}3)$	23° 38'	2	2	23° 47' 18''
$: f = : (2025)$	27 46	7	15	27 52 40
$: g = : (10\bar{1}2)$	33 23	15	55	33 28 24
$: i = : (10.0.\bar{1}0.19.)$	34 58	2	3	34 50 19
$: w = : (50\bar{5}9)$	36 10	2	3	36 18 15
$: \beta = : (30\bar{3}5)$	38 31	2	4	38 25 50
$: h = : (20\bar{2}3)$	41 16	16	74	41 24 0
$: i = : (40\bar{4}5)$	46 32	6	11	46 36 46
$: r = : (10\bar{1}1)$	52 57	6	13	52 54 15
$: \varepsilon = : (10.0.\bar{1}0.9)$	55 49	1	1	55 45 44
$: \eta = : (60\bar{6}5)$	57 49	2	2	57 46 58
$: l = : (40\bar{4}3)$	60 26	4	5	60 26 27
$: \chi = : (50\bar{5}3)$	65 42	2	2	65 35 46
$: n = : (20\bar{2}1)$	69 16	16	84	69 17 20
$: \omega = : (30\bar{3}1)$	75 55	13	33	75 51 21
$: \theta = : (10.0.\bar{1}0.3)$	77 10	3	3	77 13 6
$: q = : (40\bar{4}1)$	79 22	6	16	79 17 41
$: \lambda = : (50\bar{5}1)$	81 26	5	6	81 24 0
$: \pi = : (60\bar{6}1)$	82 53	4	9	82 49 1
$: \varrho = : (70\bar{7}1)$	83 45	3	6	83 50 4
$: t = : (80\bar{8}1)$	84 35	2	2	84 36 1
$: m = : (10\bar{1}1)$	89 59	16	74	90 0 0
$: g' = : (01\bar{1}2)$	33 24	4	5	33 28 24
$: h' = : (02\bar{2}3)$	41 23	10	27	41 24 0
$: A = : (01\bar{1}1)$	52 54	16	78	52 54 15
$: l' = : (04\bar{4}3)$	60 19 ca	1	2	60 26 27
$: n' = : (02\bar{2}1)$	69 23 ca	13	29	69 17 20
$: q' = : (04\bar{4}1)$	79 22 ca	5	10	79 17 41
$: \xi = (0001) : (22\bar{2}1)$	77 44	5	5	77 41 10
$: y = : (22\bar{2}3)$	57 1 ca	2	3	56 46 49
$n' : n = (20\bar{2}1) : (220\bar{1})$	71 44	3	8	71 47 48
$n : A = (20\bar{2}1) : (01\bar{1}1)$	54 1	5	15	54 6 6
$y : A = (22\bar{2}3) : (01\bar{1}1)$	24 36 ca	2	3	24 43 35
$m : n = (1\bar{1}00) : (20\bar{2}1)$	62 4	5	8	62 6 56
$\xi : n = (42\bar{2}1) : (20\bar{2}1)$	29 48	6	6	29 54 21

	mérve :	kr.	n.	számítva :
$n : n' = (20\bar{2}1) : (02\bar{2}1)$	55 47	1	4	55 46 8
$\xi : \xi = (4\bar{2}21) : (\bar{2}4\bar{2}1)$	115 35	1	2	115 34 50
$n : h' = (20\bar{2}1) : (02\bar{2}3)$	54 57	1	1	54 55 50
$\xi : n = (22\bar{4}1) : (02\bar{2}\bar{1})$	44 18	1	1	44 16 29
$m : y = (10\bar{1}0) : (22\bar{4}3)$	43 34	2	2	43 34 22
$h : m = (20\bar{2}3) : (01\bar{1}0)$	70 44	2	2	70 41 27
$h : h' = (20\bar{2}3) : (02\bar{2}3)$	38 38	1	2	38 37 6
$h : h = (20\bar{2}3) : (\bar{2}203)$	69 46	2	3	69 52 44
$r : A = (10\bar{1}1) : (01\bar{1}1)$	47 0	1	1	47 0 28
$h : A = (20\bar{2}3) : (01\bar{1}1)$	44 17	1	1	44 15 58
$A : A = (80\bar{8}9) : (01\bar{1}1)$	46 1	1	1	46 1 3

A mért kristályokon több bizonytalan és nagyobbára komplikált jelű alakot is megfigyeltem; némely lapocska hajlását annak keskenysége daczára elég jól mérhettem, a számított hajlással is kielégítő volt a megegyezés. Csupán azokat sorolom fel, a melyeket a cinnabariton már megállapítottak.

	mérve :	kr.	n	számítva :
$(0001) : a (1.0.\bar{1}.15) =$	$5^\circ 8'$	1	1	$5^\circ 2\frac{1}{4}'$
$: b (10\bar{1}8) =$	$9^\circ 50'$	1	1	$9^\circ 23'$
$: e (10\bar{1}5) =$	$15^\circ 15' \text{ ca}$	1	1	$14^\circ 49'$
$: e (30\bar{3}8) =$	$26^\circ 10' \text{ ca}$	1	1	$26^\circ 23'$
$: v (13.0.\bar{1}\bar{3}.9) =$	$62^\circ 44' \dots 62^\circ 57'$	1	3	$62^\circ 22'$
$: U(30\bar{3}2) =$				$63^\circ 14\frac{3}{4}'$
$: (14.0.\bar{1}\bar{4}.3) =$	$80^\circ 49' \text{—} 80^\circ 54'$	1	2	$80^\circ 47\frac{3}{4}'$
$: b'(0.1.\bar{1}.12) =$	$6^\circ 13' \text{ ca}$	1	1	$6^\circ 17\frac{1}{4}'$
$: e'(01\bar{1}5) =$	$14^\circ 50' \text{ ca—} 15^\circ 15' \text{ ca}$	3	3	$14^\circ 49'$
$: d'(01\bar{1}3) =$	$23^\circ 46' \text{ ca}$	2	2	$23^\circ 47\frac{1}{2}'$
$: i'(04\bar{4}5) =$	$46^\circ 30' \text{ ca—} 46^\circ 47' \text{ ca}$	2	3	$46^\circ 36\frac{3}{4}'$

Ezek közül  $\{14.0.\bar{1}\bar{4}.3\}$  rhomboéder új volna, egy kristályon két párhuzamos lapja volt meg; de mivel ugyanabban az övben még a közel fekvő  $\lambda \{50\bar{5}1\}$  is kifejlett, azért csak ez utóbbi vicinálisának tekintem. A tizenharmadik kristály egyik övében

három élesen határolt, jól mérhető lapot találtam, a melyek közül két párhuzamos lap az egyik egyénhez, a harmadik pedig a másikkhoz tartozott, hajlásuk a véglaphoz:  $62^{\circ}44'$ ,  $62^{\circ}57'$  és  $62^{\circ}48'$  volt, ezek alapján egyaránt  $\nu\{13.0.\bar{1}\bar{3}.9\}$ ,<sup>1</sup> vagy  $U\{30\bar{3}2\}$ <sup>2</sup> alakra vonatkoztathatjuk; a legjobb mérés az elsőnél  $35'$ , az utóbbinál pedig  $18'$ -cel tér el a számított értéktől.

Az ellenkező állású rhomboéderek közül  $b'\{0.1.\bar{1}.12\}$  és  $e'\{01\bar{1}5\}$  néhány kristály véglapján gyöngé rostozást okoz, míg  $d'\{01\bar{1}3\}$  keskeny, gömbölyödött lapocskái azokon a kristályokon, a melyeken  $h\{20\bar{2}3\}$  lapjai szélesek, ennek sarkéleit tompítják.

Az ikrek gyakoriak, rendszeren az egyik egyén nagyobb, mint a másik, olykor csak egy kis csúcsa emelkedik ki vagy kissé annak véglapja fölé emelkedik (V. táb. 7. ábra). Ritkábban találunk meglehetősen symmetriásan kifejtett ikreket, de ezeknél sincsenek az egyének oly tökéletesen egymáson átnöve, mint például a nikitowkai vagy ouen-schan-tschiangi cinnabaritoknál. Az iker-egyének véglapjai és főtengelyük egymással párhuzamos, az egyiknek pozitív, a másiknak negatív sextansai összeesnek. A bázison convergens poláros fényben az AIRY-féle spirálisok láthatók.

A leggyakoribb alakok közösek mind a két egyénen, ellenben a ritkák rendszeren csak az egyikben jelentek meg. Néhány megmért ikerszög a következő:

	mérve:	$kr$	$n$	számítva:
$n:h = (20\bar{2}1):(0\bar{2}23) = 54^{\circ}47'$		2	2	$54^{\circ}55'50''$
$:g = : (0112) = 56^{\circ}27'$		1	1	$56^{\circ}12' 5''$
$:n = : (0\bar{2}21) = 55^{\circ}45' 2''$		1	2	$55^{\circ}46' 8''$
$h:g = (20\bar{2}3):(0\bar{1}12) = 36^{\circ} 7'$		1	1	$36^{\circ} 5'30''$
$I:h = (2112):(20\bar{2}3) = 22^{\circ}13'$		1	1	$22^{\circ}22' 0''$

A megmért kristályokat és még másokat is optikailag megvizsgáltam, a miből kitűnt, hogy igen gyakoriak a jobbra és balra forgató egyénekből összenőtt ikrek; egyszerű kristályok többnyire az egészen aprók és pedig túlnyomóan balra forgatók, meg-egyezően DES CLOIZEAUX megfigyelésével. Ha  $\xi\{22\bar{4}1\}$  és  $\eta\{22\bar{4}3\}$

<sup>1</sup> Neues Jahrb. f. Mineral. etc. 1882. 2. 30. l.

<sup>2</sup> Bullet. de la Soc. Franç. de Minéral. 1897. 20. 204. l.

trigonalis pyramisoknak fekvését, analog mint a kvarcznál, a polarizáció síkjának forgatásával összhangzásba akarjuk hozni, akkor természetesen a soklapú, jobban kifejtett sextansokat kellene negatívoknak elfogadnunk. Csak két egyszerű kristályom volt, a melyeken az  $\xi$  lap kifejtett és a forgatás irányát is megállapíthattam; addig azonban, míg több kristályon és különböző lelet-helyekről való anyagon nyert egymással megegyező észlelések nem állanak rendelkezésünkre, továbbá a pozitív és negatív, esetleg a jobb és bal alakok megkülönböztetése étetés vagy más physikai úton nem sikerül, megfigyeléseimet általános érvényűeknek nem tekinthetem.

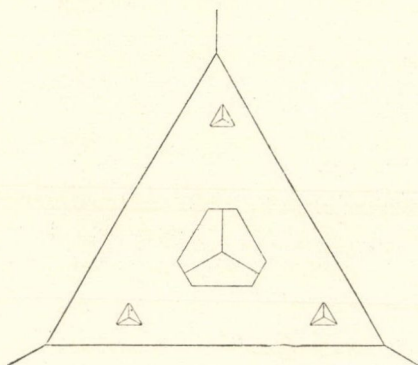
Az egyszerű kristályok közül az 1. és 3. jobbra forgatók, míg az 5., 7., 9. és még néhány meg nem mért balra forgatók voltak. A 8. kristálykán külsőleg semmi sem árulta el, hogy iker,  $\xi$  két lapocskája a pozitív sextanstól jobbra fekszik; convergens poláros fényben a bázis közepe táján az AIRY-féle spirálisok igen jól láthatók, a szélek felé a tengelykép zavart volt, ugyanezt a többi ikernél is helyenként megfigyeltem. A 10., 11. és 15. ikerkristályokon szintén az AIRY-féle spirálisokat láttam, helyenként az egyszerű kristályoknak megfelelő jobbra vagy balra forgatást konstatáltam. A 12., 13. és 14. ikerkristályokon vastagságuk miatt tengelyképeket már nem láttam. Egy szabályosan kifejtett, mintegy 1 mm. nagy, rhomboédes kristálykának kifejlődése után ítélve egyszerűnek látszott; konvergens poláros fényben legnagyobbbrészt zavart tengelyképet láttam, egy helyen azonban az AIRY-spirálisokat, egy másikon pedig az egyszerű kristálynak jobbra forgatását ismertem fel. A kristálykát goniometeren nem mértem meg, mivel trigonalis pyramisok nem voltak rajta, de étetési kísérletekre használtam fel.

SCHMIDT<sup>1</sup> a cinnabarit kristályait megétette, de semmi különös eredményt nem ért el. Kísérletképen több kristálykát jó-d-hydrogennel (III) megétettem, de csak egy kristályon kaptam némi eredményt, azonban a pozitív és negatív alakok megkülönböztetése nem sikerült. Tudjuk, hogy jellegző és éles étetési alakokat többnyire csak tökéletesen sima lapokon kaphatunk; az

<sup>1</sup> Földt. Közl. 1887. 17. 532. l.

alsósajói kristályokon sima és egyuttal nagyobb lapok  $c\{0001\}$ ,  $\Delta\{01\bar{1}1\}$  ritkábban  $h'\{02\bar{2}3\}$ , kevésbbé simák  $n\{20\bar{2}1\}$  és  $m\{10\bar{1}0\}$ .

A koncentrált *HJ* már hidegen is nagyon hevesen megtámadja a cinnabaritot; kísérleteimhez mindig hideg savat használtam (15–19° C.), de sem a hígítás kellő fokát, sem a behatás



1. ábra.

időtartamát, a melynél éles körvonalú és jellegző étetési alakok keletkeznek, nem állapíthattam meg. Higabb sav a bázist nem vagy alig támadta meg, ellenben a rostos rhomboéder lapokat erősen; nagyobb koncentráció mellett pedig a lapok már túlságosan meg voltak marva.

Egy kristálykának bázisán kaptam étetési alakokat, a mikor a kereskedésbéli *HJ* savnak 1 súlyrészét 3 súlyrész destil. vízzel

hígítottam és a kristályt 15 perczig hagytam a folyadékban. Az étetési alakok legnagyobbbrészt oly aprók, hogy csak erős (320-szoros) nagyításnál láthatók tisztán; a kisebb étetési gödröcskék körvonalai szabályos háromszögek, a nagyobbaké symmetriás hatszögek, lapjaik egy nagyon tompa negatív rhomboéderhez tartoznak, a mennyiben ezt a bázisnak a rhomboéderekkel képezett és erősen megmart élein megállapíthattam.

Az étetési idomok orientálását vázlatosan az 1. ábra tünteti fel. A kis háromszögű alakok meglehetősen sűrűn lelik el a bázist, a nagyok háromszor-négyszer akkorák és a kicsinyek közt szétszórva vagy közel egymás mellett gyöngyözsínór módjára jelennek meg. A nagyobbak hatszöges körvonalai, nemkülönben lapjaik is kissé görbültek, homorúak, némelyeknél oly annyira, hogy már inkább lencsealakú mélyedéseknek tűnnek fel. Vajjon az étetési idomok orientálása a sav koncentrációjával változik-e vagy sem, mint azt BAUMHAUER<sup>1</sup> az apatitnál és BÖMER<sup>2</sup> a kvarcznál kimu-

<sup>1</sup> Sitzungsber. d. Akad. d. Wissensch. zu Berlin. 1887. 42. 863. 1. és 1890. 45. 447. 1.

<sup>2</sup> Neues Jahrb. d. Mineral. etc. 1891. 7. Beilage-Band. 532. 1.

tatták, talán csak több és kimerítőbb kísérlettel volna eldönthető.

A cinnabarit optikai sajátságait kimerítőbben először DES CLOIZEAUX <sup>1</sup> tanulmányozta, ujabban pedig MELVILLE és LINDGREN <sup>2</sup> a polarisatio síkjának forgatását pontosabban mérte. DES CLOIZEAUX a fénytörést két prizmán határozta meg, eredményeinek középértékei:

$$\omega = 2.854$$

$$\varepsilon = 3.201$$

Később <sup>3</sup> *Li*-lángra is megadja a fénytörési együtthatókat:  $\omega_{Li} = 2.816$ ,  $\varepsilon_{Li} = 3.142$ ; tan- és kézikönyvekben azonban többnyire DES CLOIZEAUX régibb meghatározásait idézik, pedig ezeknél nem említi, hogy milyen hullámhosszaságú sugarakra vonatkoznak.

Én a fénytörési együtthatókat egy almadéni kristályból eszszolt prizmával határoztam meg, a melyet dr. SEMSEY ANDOR úr volt szíves WERLEIN IVÁN párisi optikusnál készíttetni. A prizma éle párhuzamos volt az optikai tengellyel, magassága 8 mm., lapjainak szélessége pedig 5 mm. volt; a lapok felületének jó részét fekete festékkel kellett befednem, mivel a felületek nem voltak kifogástalanul simák; a szabadon hagyott felületek mindegyike csaknem négyzetes, 3 mm. oldalhosszszal. a prizma belseje tökéletesen átlátszó és hasadásoktól mentes volt; mérésekre egy FUESS-féle II. számú goniometert használtam. A prizma egyik lapja kifogástalan volt, a másiktól a WEBSKY-féle jel tükörképét szintén jól beállíthattam, de szélei kissé elmosódottak voltak; az eltérített vörös sugár azonban olyan éles volt, hogy az ismételt leolvasásoknak eltérése csak 1—2' közt ingadozott. A prizma legnagyobb vastagsága, a hol a sugár áthaladt, 1.5 mm.

Megkísérlettem a törési együtthatókat sárga fényre is meghatározni, a mi azonban e sugarak rendkívül erős absorbeálása

<sup>1</sup> Compt. rend. 1857. 44. 876. és 909. l. — Annales des mines. 1857. (V.) 11. 337. l. — Annales de chim. et phys. 1857. (III.) 51. 361. l.

<sup>2</sup> Bull. Unit. S. Geol. Survey. 1890. No. 61. 11. l.

<sup>3</sup> Annuaire pour l'an 1868, publié par le Bureau des Longitudes. 430. l. — A vörös fényre megadott rendellenes sugár tör. együtthatója kevésbé különbözik a régibb közléstől, t. i.  $\varepsilon = 3.199$ .



következtében nem sikerült; hogy a fényt erősítsem. a láng festésére használt konyhasóhoz még brómnatriumot is kevertem, sőt a mikor a lángban fémnátriumot égettem el, a mely csaknem vakító fényt ad, akkor sem értem el eredményt. Sárga fénynél az eltérített WEBSKY-féle jel vörös, szélesre nyult, szélei pedig elmosódottak, különösen a rendellenes sugáré, úgy hogy a beállítás teljesen bizonytalan; az erősebben tört sugarak felé a szélek kissé narancs színűek, a mi a rendellenes sugárnál valamivel jobban vehető észre.

Napfényt bocsátva át a prizmán, a tűnemények hasonlóak, csak erősebbek, de a sárgánál a szinkép szintén csaknem teljesen megszakad; fehér ernyőn felfogva a két eltérített sugarat, jól láthatni a különbséget a rendes és rendellenes sugár dispersiója közt, az első rövidebb és élesen határolt, az utóbbi elnyultabb és szélei elmosódottak. Jól demonstrálható a sárgán túl levő sugarak absorbeálása, ha a goniometerre a WÜLFING-féle kis spektrálkészüléket alkalmazzuk, a mikor a látótér közepére váltakozva a szinkép különböző részeit hozhatjuk; a cinnabariton csak a vörös sugarak hatolnak át, a sárgától kezdve már nem, megjegyzem azonban, hogy világításra csak AUER-gázégőt használtam. A tetemes fényabsorbeálást tekintve a cinnabarit hasonló a pyrargyrit-hoz<sup>1</sup> és proustithoz,<sup>2</sup> amaz csupán a vörös, emez utóbbi még a sárga sugarakra is átlátszó. FRAUENHOFER-féle vonalakat nem láttam, a minek okát annak tulajdonítom, hogy a prisma felületei nem voltak eléggé tökéletesek.

A törési együtthatókat a *Li*-lágnál és a hydrogen vörös vonalára határoztam meg, az előbbinél a középerős *b*, az utóbbinál a legerősebb nagyítású *c* távcsövet használtam. Mind a két esetben az eltérített sugár képét pontosan beállíthattam, ámbár a rendellenes sugáré nem volt oly éles, mint a rendesé; a többször ismételt leolvasásoknak közepét vettem.

Meghatározásaim eredményeit a következőkben adom. A prisma törőszöge:  $\hat{\alpha} = 14^{\circ}38'30''$ .

<sup>1</sup> DES CLOISEAUX: Nouv. rech. sur les propr. opt. des cristaux. Paris, 1867. 11. és 204. l.

<sup>2</sup> P. ITES: Über die Abhängigkeit der Absorption des Lichtes von der Farbe. Preisschrift. Göttingen. 1903. 46- 47. l.

Li	H $\alpha$
$\delta_o = 27^\circ 27' 40''$	$27^\circ 38' 35''$
$\delta_e = 32^\circ 37' 35''$	$32^\circ 52' 20''$
$\omega = 2.8189$	2.8306
$\varepsilon = 3.1461$	3.1615
$\varepsilon \quad \omega = 0.3272$	0.3309

Mind a két sugár részleges dispersiója igen erős, ú. m.:

$$\omega_{Li-H\alpha} = 0.0117$$

$$\varepsilon_{Li-H\alpha} = 0.0154$$

Összehasonlításhoz itt adom még a gyémánt és a proustit dispersióját, a gyémántnál SCHRAUF<sup>1</sup> és WÜLFING,<sup>2</sup> a proustitnél FIZEAU, DES CLOISEAUX<sup>3</sup> és ITES<sup>4</sup> meghatározásaiból.

Gyémánt	Proustit
$\omega_{Li-C} = 0.00192$	$\omega_{Li-C} = 0.0128$
	$\varepsilon_{Li-C} = 0.0085$

★

Vizsgálataimat dr. KRENNER JÓZSEF egyet. tanár úr sziveségéből a tudom. egyetem ásványtani intézetében, néhány kísérletet pedig SCHULLER ALAJOS műegyet. tanár úr engedelmével a kir. József műegyetem physikai laboratoriumában végeztem; fogadják a nevezett tanár urak szivességükért ezen helyen is őszinte köszönetemet.

<sup>1</sup> WIEDEMANN'S Ann. für Phys. 1884. 22. 424. l.

<sup>2</sup> TSCHERMAK'S Mineral. Mittheil. 1896. 15. 65. és 350. l.

<sup>3</sup> DES CLOISEAUX: Nouv. rech. etc. 1867. 204. l.

<sup>4</sup> Az idézett helyen 47. l.

# A TAYLOR-SOR AZ ÖSSZETARTÁSI KÖRÖN.

DIENES PÁL-tól.

## I.

### Az Abel-tétel általánosítása.

Legyen adva

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

függvény egységni összeartási sugárral. Tudjuk, hogy ha

$$s_0 = a_0, s_1 = a_0 + a_1, \dots, s_n = a_0 + a_1 + \dots + a_n, \dots \quad (S)$$

sorozatnak van rendes határértéke, akkor ez épen a függvény értékét adja az 1 pontban, vagy pontosabban

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

határértéket, hol az  $x$  az összeartási kör belseje felől oly úton közeledik az 1 felé, mely az összeartási kört nem érinti. Ez az ABEL-tétel.

Ha  $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$  határérték nincs, de az (S) sorozatnak véges számú határpontja van:  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$ , meg lehet-e ezekből határozni a függvény értékét az 1 pontban? Kijelölünk elég általános esetet, melyben ez a meghatározás egyszerű.

$\sigma_i$  az (S) sorozat egyik határpontja. Defináljuk meg a « $\sigma_i$  felé tartó tagok gyakoriságát», röviden a  $\sigma_i$  gyakoriságát a következőképen. Jelöljük ki a komplex síkon  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$  pontokat. Csoportosítsuk együvé az (S) sorozat azon tagjait, melyek  $\sigma_i$  ponthoz közelebb fekszenek, mint bármely más  $\sigma$  ponthoz. Több

$\sigma_i$  ponthoz egyenlő távolra csak véges számú  $s_n$  eshet, mert különben két ily  $\sigma_i$  feleútján újabb határpontunk lenne; az ily  $s_n$  tagokat beoszthatjuk tetszés szerint. Az  $(S)$  sorozat első  $n+1$  tagja közül a  $\sigma_i$  ponthoz legközelebb eső tagok száma legyen  $m_i(n)$ ; akkor

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m_i(n)}{n} = g_i,$$

ha baloldali határérték van, a  $\sigma_i$  gyakorisága.

Bebizonyítjuk, hogy  $x$  a sugár mentén tartva az 1 felé

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \right] = g_1 \sigma_1 + g_2 \sigma_2 + \cdots + g_k \sigma_k. \quad (1)$$

A bizonyításnál CESARO következő két tételét használjuk fel.\* Legyenek adva

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

$$\varphi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$$

függvények egységnyi összetartási sugarú TAYLOR-soraik által, melyekben  $a_n$ ,  $b_n$  valós, pozitív számok. Először, ha

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = a, \quad (2)$$

akkor

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = a. \quad (3)$$

Másodszor legyen

$$s_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$$

$$s'_n = b_0 + b_1 + \cdots + b_n.$$

Ha

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_n}{s'_n} = \beta, \quad (4)$$

akkor

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \beta. \quad (5)$$

---

\* Bizonyításukat, mely nagyon egyszerű, l. BOREL: Leçons sur les séries à termes positifs, 66. lap.

Tételünk egyenes következménye lesz a következő, önmagában is érdekes tételnek. Ha

$$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots \quad (A)$$

sorozat határpontjai  $a_1, a_2, \dots, a_k$  és a megfelelő gyakoriságok  $f_1, f_2, \dots, f_k$ , akkor

$$\lim_{x \rightarrow 1} [(1-x)f(x)] = f_1 a_1 + f_2 a_2 + \dots + f_k a_k. \quad (6)$$

Ezt pedig nagyon egyszerűen beláthatjuk. Ugyanis

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = \sum_{n_1} a_{n_1} x^{n_1} + \sum_{n_2} a_{n_2} x^{n_2} + \dots + \sum_{n_k} a_{n_k} x^{n_k},$$

hol  $a_{n_i}$  jelzi az (A) sorozatból az  $a_i$  felé tartó tagokat. Tehát még

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_1 \sum_{n_1} x^{n_1} + a_2 \sum_{n_2} x^{n_2} + \dots + a_k \sum_{n_k} x^{n_k} + \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n x^n,$$

mert

$$a_{n_i} = a_i + \varepsilon_{n_i}$$

alakban írható, hol

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon_n = 0$$

bármilyen indexeken át. Most már

$$\begin{aligned} (1-x) \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n &= \frac{\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n}{\frac{1}{1-x}} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n}{\sum_{n=0}^{\infty} x^n} = \\ &= a_1 \frac{\sum_{n_1} x^{n_1}}{\sum_{n=0}^{\infty} x^n} + a_2 \frac{\sum_{n_2} x^{n_2}}{\sum_{n=0}^{\infty} x^n} + \dots + a_k \frac{\sum_{n_k} x^{n_k}}{\sum_{n=0}^{\infty} x^n} + \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n x^n}{\sum_{n=0}^{\infty} x^n}. \end{aligned}$$

Alkalmazzuk most a (4) és (5) alatti CESARO-tételt, azaz képezzük  $\sum x^{n_i}$  sorra az  $s_n$  kifejezést. Sorunk minden együtthatója vagy 1, vagy zérus és így  $s_n$  megadja a nemzérus, azaz szereplő tagok számát, tehát épen az  $m_i(n)$  mennyiséget;  $s'_n$  természetesen épen  $n$ , tehát

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sum_{n_i} x^{n_i}}{\sum_{n=0}^{\infty} x^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m_i(n)}{n} = g_i.$$

Most már csak azt kell bebizonyítanunk, hogy

$$\lim_{x=1} \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n x^n}{\sum_{n=0}^{\infty} x^n} = 0.$$

Pozitív  $x$  értékeknél azonban

$$\left| \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n x^n \right| < \sum_{n=0}^{\infty} |\varepsilon_n| x^n$$

és a (2), (3) alatti CESARO-tétel folytán

$$\lim_{x=1} \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n x^n}{\sum_{n=0}^{\infty} x^n} = \lim_{n=\infty} \frac{\varepsilon_n}{1} = 0.$$

Ezzel a (4) alatti tételünk be van bizonyítva. Alkalmazzuk ezt a tételt

$$\varphi(x) = \frac{f(x)}{1-x} = \left[ \sum_{n=0}^{\infty} (a_n x^n) \right] \left[ \sum_{n=0}^{\infty} x^n \right] = \sum_{n=0}^{\infty} s_n x^n$$

függvényre. Mivel

$$(1-x) \varphi(x) = f(x),$$

tehát épen az (1) alatti tételhez jutunk.

Tételünket általánosíthatjuk például a következő módon. Ha

$$s_0, \frac{s_1}{1^p}, \frac{s_2}{2^p}, \dots, \frac{s_n}{n^p}, \dots \quad (S_p)$$

határpontjai  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$  és gyakoriságuk rendre  $g_1, g_2, \dots, g_k$ , akkor

$$\lim_{x=1} \left[ (1-x)^p \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \right] = \Gamma(p+1) \cdot (g_1 \sigma_1 + g_2 \sigma_2 + \dots + g_k \sigma_k).$$

## II.

Komplex és pozitív együtthatójú sorok összehasonlítása.

A TAYLOR-sorból kiindulva, az összetartási körön fekvő szingularitások, különösképpen a poláris szingularitások és a

TAYLOR-sor együtthatói közt lévő relatióra, némi fényt derít a következő tétel. Legyenek adva

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \rho_n e^{i\varphi_n} x^n$$

$$\varphi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \rho_n x^n$$

függvények egységnyi összetartási sugarú TAYLOR-soraik által. Tegyük fel, hogy valamelyik indextől kezdve az összes  $e^{i\varphi_i}$  az egységsugarú kör ugyanazon ívdarabjára esik s ez ívdarab hossza legyen kisebb mint  $\pi$ . Bebizonyítjuk, hogy van oly kicsiny, de nem zérus  $A$  pozitív szám és egy  $x_0 < 1$ , úgy, hogy

$$\left| \frac{f(x)}{\varphi(x)} \right| > A$$

minden  $x$  értékre, mely a valós tengelyen  $x_0$  és 1 között van. Ha  $\varphi(x)$  az 1 pontban végtelenné válik, akkor mondhatjuk, hogy  $f(x)$  ép oly módon válik végtelenné, mint  $\varphi(x)$ , mert természetesen

$$\left| \frac{\varphi(x)}{f(x)} \right| \geq 1$$

minden pozitív  $x$  értékre, azaz  $f(x)$  nem válhatik erősebben végtelenné, mint  $\varphi(x)$ .

Ha  $e^{i(\varphi_n + n\psi)}$  tesz eleget a fent jelzett kíváncsolomnak, akkor függvényünk az  $e^{i\psi}$  pontban válik ép oly módon végtelenné, mint  $\varphi(x)$ .

Hangsúlyozzuk végül, hogy tételünk csak az együtthatók argumentumára szab föltételt, az együtthatók abszolút értéke s így például azok növekedése akármilyen lehet.

A bizonyítás menete a következő.<sup>1</sup> Igazoljuk ezt a lemmát. Legyenek adva

$$\rho_1 e^{i\varphi_1}, \rho_2 e^{i\varphi_2}, \dots, \rho_k e^{i\varphi_k}$$

komplex számok és az összes  $e^{i\varphi_j}$  essék az egységsugarú kör ugyanazon ívdarabjára, mely ívdarab hossza kisebb, mint  $\alpha < \frac{\pi}{2}$ .

---

\* A teljes bizonyítást lásd a Math. és Phys. Lapok egyik közelebb megjelenő számában, hol a tétel néhány alkalmazását is bemutatjuk.

Ekkor

$$|\rho_1 e^{i\varphi_1} + \rho_2 e^{i\varphi_2} + \dots + \rho_k e^{i\varphi_k}| > \cos \alpha \cdot (\rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_k).$$

Ebből rögtön következik a tétel azon esetre, midőn az együtthatók argumentumai eleget tesznek az épen most felírt föltételnek. Ha az  $e^{i\varphi_n}$  mennyiségek az egységsugarú kör  $\alpha$  hosszúságú ívdarabján vannak elszórva és

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi,$$

akkor ez ívet felezzük s alkalmazzuk a következő megjegyzést.

Legyen  $r_n e^{i\theta_n}$  és  $r'_n e^{i\theta'_n}$  összegének abszolút értéke  $c_n$  és az  $n$  indextől függetlenül

$$|\theta'_n - \theta_n| < \alpha < \pi,$$

akkor

$$c_n = r_n^2 + r_n'^2 + 2r_n r'_n \cos(\theta'_n - \theta_n)$$

s  $c_n$  bizonyos indexeken keresztül csak úgy tarthat zérus felé, ha ezen indexeknél  $r_n$  és  $r'_n$  is zérus felé tartanak.

Jelen esetben írhatjuk, hogy

$$\sum_{n=0}^{\infty} \rho_n e^{i\varphi_n} x^n = \sum_{n_1} \rho_{n_1} e^{i\varphi_{n_1}} x^{n_1} + \sum_{n_2} \rho_{n_2} e^{i\varphi_{n_2}} x^{n_2},$$

hol az összes  $e^{i\varphi_{n_1}}$  egy  $\beta < \frac{\pi}{2}$  ívdarabra esik,  $e^{i\varphi_{n_2}}$  szintén; tehát alkalmazva mindegyik részre külön a  $\beta < \frac{\pi}{2}$  esetre már belátott tételt, kapjuk, hogy

$$\frac{\sum_{n_1} \rho_{n_1} e^{i\varphi_{n_1}} x^{n_1}}{\sum_{n_1} \rho_{n_1} x^{n_1}} > A$$

$$\frac{\sum_{n_2} \rho_{n_2} e^{i\varphi_{n_2}} x^{n_2}}{\sum_{n_2} \rho_{n_2} x^{n_2}} > A$$

az 1 ponthoz elég közel fekvő  $x_0$  értéktől kezdve. A nevezők helyett a teljes sort véve, nem lehet kijelölni oly  $x$  sorozatot, hogy azon át az 1 felé menve, egyszerre



$$\lim_{x=1} \frac{\sum_{n_1} \rho_{n_1} e^{i\varphi_{n_1} x^{n_1}}}{\sum_{n=0}^{\infty} \rho_n x^n} = 0, \quad \lim_{x=1} \frac{\sum_{n_2} \rho_{n_2} e^{i\varphi_{n_2} x^{n_2}}}{\sum_{n=0}^{\infty} \rho_{n_2} x^{n_2}} = 0$$

legyen, mert ekkor kellene, hogy

$$\lim_{x=1} \left[ \frac{\sum \rho_{n_1} x^{n_1}}{\sum \rho_n x^n} + \frac{\sum \rho_{n_2} x^{n_2}}{\sum \rho_n x^n} \right] = \frac{\sum \rho_n x^n}{\sum \rho_n x^n} = 0$$

legyen, a mi abszurdum.

A  $c_n$  mennyiségre felírt megjegyzés ekkor a kimondott tételhez vezet.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1905 április 10.-én tartott üléséből.)

## AZ ATOMVONZÁS TÖRVÉNYE.

HÖNIG SAMU-tól.

A GAUSS-LAPLACE-féle capillaritás-elmélet, továbbá VAN DER WAALS dolgozatai a molekulák között működő vonzóerőre nézve megállapították, hogy az nem követi a newtoni erőtvényt, hanem a newtoni erőnél sokszorta nagyobb és csak megmérhetően kis távolságon belül működik. Azt azonban, hogy a molekuláris erő a tömegnek és távolságnak minő függvénye, a fenti elméletek el nem döntötték.

M. P. de HEEN 1883-ban a tágulási együtthatók elméleti vizsgálatából <sup>1</sup> azt következtette, hogy a molekuláris erő a távolságnak körülbelül hetedik hatványával fordítva arányos.

P. BOHL 1889-ben <sup>2</sup> a gázoknak a GAY-LUSSAC-MARIOTTE törvénytől való eltérése alapján azt következtette, hogy a távolság második hatványával fordítva arányos a molekuláris erő, azaz a newtoni erő a molekulák között is érvényes.

Ugyanezen eredményre jutott B. GALITZINE 1889-ben, a molekuláris erő hatóspherájának elméleti vizsgálatakor.<sup>3</sup>

A gázelmélet a távolság ötödik hatványával fordítva arányos erőt tételez fel.

Legújabbán 1903-ban G. BAKKER <sup>4</sup> azt találja, hogy a capilláris jelenségek a newtoni erőtvény alapján is magyarázhatók.

A mint ezen vázlatos felsorolásból is látható, az eddigi vizs-

---

<sup>1</sup> Annales de Chimie et de Physique (6) 5. 83. (1885).

<sup>2</sup> Wiedemann Annalen 36. 334. (1889).

<sup>3</sup> Zeitschrift für physikalische Chemie. 4. 417. (1889).

<sup>4</sup> Wied. Ann. 11, 207. 1903.

gálatok egymástól igen eltérő eredményekre vezettek, továbbá az is látható, hogy az eddigi vizsgálatok csakis a távolságnak a molekuláris erőre gyakorolt befolyásával foglalkoztak és nem foglalkoztak a tömegnek a befolyásával. A tömeg befolyására nézve rendszerint feltették, hogy mint a newtoni törvényben, úgy itt is fennáll az egyenes arányosság.

Ezen dolgozatomban az erre vonatkozó eddigi levezetések-től és eredményektől függetlenül levezetem az atomok között működő erőtvörnyet, melyet azután többféle alkalmazásával rendkívül sok esetben tudtam a kísérleti értékekkel igazolni.

A törvény levezetése a vegyületek belső párolgás-hőjének elméleti úton való kiszámítása útján történik, kapcsolatban a belső párolgás-hő kísérleti értékével.

Mindenekelőtt azt fogom eldönteni, hogy érvényes-e a newtoni törvény a molekulák között. Ezt úgy állapítom meg, hogy kiszámítom a NEWTON-törvény alkalmazásával a vegyületek belső párolgás-hőjét és ezen értékeket összehasonlítom a kísérleti értékekkel. A két érték egyezése vagy nem egyezése azután eldönti a kérdést.

A belső párolgás-hő azon munka hőegyenértéke, mely végez-tetik, midőn a vegyület molekulái az egymásra gyakorolt vonzó erő ellenében egymástól végtelenig (gázállapotig) távolodnak.

Kiszámítjuk ezen munkát azon esetre, midőn az atomok között a newtoni erő működik:

$$f = a \frac{a_1 a_2}{r^2}.$$

Midőn két szomszédos molekula távozik el egymástól a végtelenig, a végzett munka a fenti erőtvörny értelmében:

$$\mu_1 = a (a_1 + a_2 + \dots)^2 \int_{r_1}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = a \frac{m_1^2}{r_1},$$

hol  $a_1 a_2 \dots$  jelenti a molekulában levő atomok valóságos tömegeit, és  $m_1 = a_1 + a_2 + \dots$  a vegyület egy molekulájának tömege, végül  $r_1$  jelenti a két szomszédos molekula távolságát. Midőn ezen vegyület gramm-molekulasúlynyi mennyisége ( $M_1$ ) párolog el,  $N$

számú molekula végez munkát a kölcsönös vonzások ellenében. Az ekkor végzett munka, a belső molekula-párolgás-hő  $Q_1$ , arányos a két molekula elválasztására szükséges munkával  $\mu_1$ -gyel.

$$Q_1 = A_1 \frac{m_1^2}{r_1},$$

hol  $A_1$  fejezi ki az arányosságot.

( $A_1$  értéke hosszadalmas összegezések útján meghatározható, erre azonban egyelőre nincsen szükség.)

Egy más vegyület esetén két molekula egymástól való eltávolításához szükséges munka

$$\mu_2 = a \frac{m_2^2}{r_2}.$$

Midőn ezen vegyület gramm-molekulasúlynyi mennyisége ( $M_2$ ) párolog el, a szükséges munka szintén arányos a  $\mu_2$ -vel

$$Q_2 = A_2 \frac{m_2^2}{r_2}.$$

De minthogy ezen második esetben is ugyancsak  $N$  számú molekula kölcsönös vonzása ellenében végeztetett a munka, mint az első esetben, következik (feltéve hogy mindkét esetben a molekulák egyenletesen vannak eloszolva), hogy

$$A_1 = A_2$$

és így

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} = \left( \frac{m_1}{m_2} \right)^2 \frac{r_1}{r_2}. \quad 1)$$

Minthogy

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{M_1}{M_2}$$

és

$$r_1 = \sqrt[3]{\frac{v_1}{N}}, \quad r_2 = \sqrt[3]{\frac{v_2}{N}},$$

hol  $v_1$  és  $v_2$  a vegyületek molekula térfogatai:

$$v_1 = \frac{M_1}{d_1}, \quad v_2 = \frac{M_2}{d_2},$$

$d_1$  és  $d_2$  a vegyület sűrűsége.

Ezen értékeket behelyettesítve az 1) egyenletbe. kapjuk, hogy :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left( \frac{M_1}{M_2} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad 1a)$$

Ezen egyenlettel már kiszámítható a vegyületek párolgási hője, ha ismeretes a vegyület molekulásúlya és sűrűsége.

Mielőtt azonban az ezen egyenlettel számított értéket a kísérleti értékkel ellenőrizném, előbb egy igen fontos körülményre kell tekintettel lennem.

A fenti levezetésnél azt vettem fel, hogy a vegyület molekulája folyós állapotában ugyanaz, mint gőz állapotában. Ez azonban csak a vegyületek egy részénél van így, mert sok vegyület molekulái folyós állapotban asszociálódnak, azaz több molekula alkot egy complex molekulát. Hogy hány molekula alkot egy complex molekulát, azt az associatio foka adja meg. Az associatiofok meghatározása legbiztosabban az EÖRVÖS-féle törvény alapján<sup>1</sup> történik, noha teljesen szigorú eredményt nem nyújt. Ezenkívül az associatio foka meghatározható a TRAUBE-féle módszerrel<sup>2</sup> is, bár az ezen módszerrel meghatározott associatio fok néha jelentékeny módon eltér SCHIELDS és RAMSAY értékeitől.

Az asszociált vegyületek párolgásánál az associatio megszüntetésére szükséges munka is szerepel. Ez a munka, mely tehát arra szolgál, hogy az asszociált molekulákat normális molekulákká válassza szét, kísérleti úton meg nem határozható. Mint-hogy azonban az 1a) egyenlet asszociált vegyületekre való alkalmazásánál szükség van az associatio munka értékének ismeretére, a mennyiben  $Q$  helyébe  $Q - Qa$  értéket kell tennünk ( $Qa$  = associatio munkája), következik, hogy az 1a) egyenlet nem alkalmazható asszociált vegyületekre. Ezért az 1a) egyenlet érvényességét csakis a nem asszociált, vagy más néven normális vegyületekre vizsgálom meg. Ilyenek (igen közelítőleg) SCHIELDS és RAMSAY. úgyszintén TRAUBE vizsgálatai szerint is: a szénhidrogének és ezek haloidjai, az ætherek, zsírsavester (TRAUBE szerint nem

<sup>1</sup> SCHIELDS und RAMSAY: Zeitschrift f. phys. Chemie. 12. 432. (1892).

<sup>2</sup> TRAUBE: Ber. d. deutsch. chem. Gesellschaft. 30. 2730. (1897).

valamennyi zsírsavester),  $AsCl_3$ ,  $PCl_3$ ,  $POCl_3$ ,  $CS_2$  és még egyéb vegyületek.

Ezen nem asszociált vegyületekre nézve azután ellenőriztem a fenti 1a) alatti összefüggést az irodalomban előforduló kísérleti értékek alapján.

Az eredmény az volt, hogy a számított és kísérleti érték nem egyezett meg. Így tehát el van döntve, hogy NEWTON törvénye, melylyel a levezetést végeztem, nem érvényes az atomok és molekulák között.

A következőkben felállítok egy erőtvényt, melyre a fenti levezetést alkalmazva, a kísérleti értékekkel megegyező eredményt kapok.

Mindenekelőtt azt bizonyítom be, hogy a párolgás-hő csakis a molekulák között működő vonzó erőtől függ, továbbá, hogy ezen vonzó erő, mint a NEWTON-törvényben is, csakis a molekula tömegétől és egymástól való távolságától függ.

Ha e bebizonyítandó két feltevés igaz, úgy az következik, hogy azon vegyületek molekula-párolgás-hője egyenlő, a melyeknél a molekulasúly is egyenlő (helyesebben: a molekula azonos atomokból áll) és a melyeknél a molekulák közötti távolság, tehát a molekulatérfogát is egyenlő.

Azok a vegyületek, melyeknél a molekula egyenlő atomokból áll, az isomer vegyületek. Minthogy az isomer vegyületek sűrűségei közel egyenlők, a molekula térfogatai is közel egyenlők. Ha tehát a fenti feltevések helyesek, következik, hogy a nem asszociált isomer vegyületek molekula-párolgás-hője közel egyenlők (feltéve, hogy nagyobb sűrűség eltérések nincsenek). Ezt a kísérleti értékekkel igazolva találtam.

Néhány példa :

Vegyület neve	Molekulaképlet	Molekulatérfogot	Molekula párolgás-hő <sup>1</sup>
Mesitylen — — — — —	$C_9H_{12}$	162·41 <sup>4</sup>	8610 cal. <sup>2</sup>
Propylbenzol — — — — —		161·82 <sup>4</sup>	8610 cal. <sup>2</sup>
I. butylformiat — — — — —		129·95 <sup>3</sup>	7844 cal. <sup>2</sup>
Aethylpropionat — — — — —	$C_5H_{10}O_2$	127·57 <sup>3</sup>	7854 cal. <sup>2</sup>
Propylacetat — — — — —		128·06 <sup>3</sup>	7864 cal. <sup>2</sup>
Methylbutyrat — — — — —		126·75 <sup>3</sup>	7860 cal. <sup>2</sup>
Methyl i. butyrat — — — — —		126·54 <sup>3</sup>	7700 cal. <sup>2</sup>
Propylbutyrat — — — — —	$C_7H_{14}O_2$	173·89 <sup>3</sup>	8580 cal. <sup>2</sup>
I. butylpropionat — — — — —		174·23 <sup>3</sup>	8606 cal. <sup>2</sup>
Propyl i. butyrat — — — — —		173·71 <sup>3</sup>	8320 cal. <sup>2</sup>
I. butylbutyrat — — — — —	$C_8H_{16}O_2$	200·53 <sup>3</sup>	8813 cal. <sup>2</sup>
Propylvalerat — — — — —		197·47 <sup>3</sup>	8913·6 cal. <sup>2</sup>

Teljes egyezés már a miatt sem lehet, mivel a molekulatérfogatok sem teljesen egyenlők, másrészt pedig kísérleti hibák is szerepelnek.

Mint hogy a további számításokhoz szükséges párolgás-hőből csak kevés áll rendelkezésre, továbbá a párolgás-hő nem határozható meg nagy pontossággal, ezért további számításaimban felhasználtam a TROUTON-féle összefüggést.

A TROUTON-féle összefüggés<sup>5</sup> szerint a vegyület molekulapárolgás-hője ( $\lambda$ ) arányos a vegyület abszolút forráspontjával ( $T$ ):

$$\frac{\lambda}{T} = \text{constans.}$$

A constans értéke a kísérletek szerint 19·8—21·1 között ingadozik a nem asszociált vegyületeknél. Közéértéke 20·5.

A TROUTON-törvény azonban csak közelítő összefüggést fejez ki, mert, mint VAN DER WAALS<sup>6</sup> levezeti, a helyes összefüggés

<sup>1</sup> A belső molekulapárolgás-hő ( $Q = \lambda - 2T$ ) helyett az összehasonlításra megfelelő  $\lambda$ -t használtam.

<sup>2</sup> SCHIFF: Liebig Annalen 234.

<sup>3</sup> ELSÄSSER: Liebig Annalen 218.

<sup>4</sup> SCHIFF: Liebig Annalen 220.

<sup>5</sup> NERNST: Theoretische Chemie. 55. old.

<sup>6</sup> VAN DER WAALS: Die Continuität etc. Roth. Leipzig, 1881.

az, hogy

$$\frac{\lambda}{T'} = \text{const.},$$

hol  $T'$  a megfelelő hőfokot jelenti. Tehát nem ugyanazon nyomásra (1 atmosphaera) kell vonatkoztatni a forráspontot valamenyny vegyületnél, hanem a kritikus nyomás ugyanazon törtrészére.

A hasonló összetételű vegyületnél a normális forráspont megfelelő hőfok, az eltérő összetételű vegyületek ettől kisebb-nagyobb eltérést mutatnak. Egyelőre a fentebbi összefüggést használok fel, mint közelítőleg helyeset. (Erre különben még visszatérek.)

A TROUTON-törvény felhasználásával az 1a) alatti összefüggés a következő lesz:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{M_1}{M_2} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad 2)$$

A számított és kísérleti érték természetesen ezen egyenletnél sem egyezett meg.

A fenti tétel, mely szerint, ha a vegyületek molekulasúlya és sűrűsége egyenlő, akkor a molekula párolgás-hője is egyenlő, most már úgy alakul, hogy egyenlő molekulasúlyú (helyesebben összetételű) és sűrűségű vegyületek forráspontja egyenlő.

A kísérlet a nem asszociált vegyületek esetén ezt is igazolta. A hol valamivel nagyobb eltérések vannak, annak az oka az, hogy a forráspont nem a megfelelő hőfok, másrészt csekély associatio is zavarhat.

Mint hogy tehát el van döntve, hogy az atomok közötti vonzó erő csakis a tömegtől és a távolságtól függ, annak a meghatározásába fogok, hogy ezen tényezők milyen függvényei szabják meg a vonzó erő nagyságát.

Egyszerűbben és szabatosabban mindjárt úgy vetem fel a kérdést, hogy a tömeg és távolság hányadik hatványai szerepelnek az atomvonzás törvényében. Legyen ezen két ismeretlen hatványkitevő  $x$  és  $y$ ,  $x$  a tömeg,  $y$  a távolság keresett hatványkitevője;  $\beta$  az arányossági tényező. A két atom között működő vonzó erő tehát:

$$f = \beta (a_1 a_2)^{xy}.$$

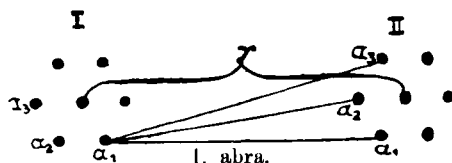


Számítsuk ki — mint előbb — ezen vonzóerő alapján a vegyületek párolgás-hőjét.

Midőn két szomszédos molekula távozik el egymástól, a végzett munka ( $\mu$ ) a következő lesz ( $a_1 a_2 \dots a_n$  az atomok tömegei, melyek a molekulákat alkotják;  $r$  a két szomszédos molekula súlypontjának a távolsága).

Midőn az I molekula  $a_1$  atomja távozik el a II molekula  $a_1 a_2 \dots a_n$  atomjaitól, a végzett munka

$$\beta [(a_1 a_1)^{x r^{y+1}} + (a_1 a_2)^{x r^{y+1}} + \dots + (a_1 a_n)^{x r^{y+1}}];$$



midőn az I molekula  $a_2$  atomja távozik el a II molekula atomjaitól, a végzett munka

$$\beta [(a_2 a_1)^{x r^{y+1}} + (a_2 a_2)^{x r^{y+1}} + \dots + (a_2 a_n)^{x r^{y+1}}];$$

midőn az I molekula  $a_n$  atomja távozik, a végzett munka

$$\beta [(a_n a_1)^{x r^{y+1}} + (a_n a_2)^{x r^{y+1}} + \dots + (a_n a_n)^{x r^{y+1}}].$$

A két molekula eltávozásakor végzett munka ezen munkák összegével egyenlő; az összevonások után:

$$\mu = \beta r^{y+1} (a_1^x + a^x + \dots + a_n^x)^2.$$

(Itt fel van tételezve, hogy a különböző atomok közötti távolságkülönbség nem okoz eltérést az eredményben, mert hiszen az atomok a molekulák belsejében úgys mozgásban vannak.)

A molekula-párolgás-hő arányos a  $\mu$ -vel, azaz

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^{y+1} \left( \frac{a_{11}^x + a_{12}^x + \dots + a_{1n}^x}{a_{21}^x + a_{22}^x + \dots + a_{2n}^x} \right)^2.$$

Minthogy

$$\frac{r_1}{r_2} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\frac{1}{3}},$$

hol  $v_1$  és  $v_2$  a molekulatérfogatok

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{A_1}{A_2},$$

hol  $A_1$  és  $A_2$  a chemiai atomsúlyok, végül

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1^*}{T_2^*},$$

hol  $T_1$  és  $T_2$  a megfelelő hőfokok, illetőleg az abszolút forráspontok; mindezeket a fenti egyenletbe helyettesítve, kapjuk, hogy

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{A_{11}^x + A_{11}^x + \dots + A_{1n}^x}{A_{21}^x + A_{22}^x + \dots + A_{2n}^x} \right)^2 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\frac{y+1}{3}} \quad (4)$$

Szükségesnek tartom megjegyezni, hogy a  $v_1$  és a  $v_2$  ezen egyenletben a forrásponton levő molekulatérfogatot jelenti.

A 4) egyenlet az ismeretes kísérleti adatok behelyettesítése után két ismeretlent tartalmaz, ezért a megoldásra kényelmetlen. Ha azonban olyan vegyületekre alkalmazom, melyeknél

$$v_1 = v_2,$$

ott az egyenlet csak egy ismeretlent tartalmazó lesz:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{(A_{11}^x + \dots + A_{1n}^x)^2}{(A_{21}^x + \dots + A_{2n}^x)^2} \quad (5)$$

Azonban az 5) egyenlethől még mindig nem számítható ki elég könnyűséggel az  $x$  értéke, ezért ezt az egyenletet először olyan vegyületekre alkalmazom, melyeknél csak egy tagban szerepel majd az  $x$  ismeretlen. Ilyen vegyületek a szénhidrogének, melyek csak szén és hidrogénatomokból állanak.

A szén atomsúlya 12, a hidrogéné 1. Legyen  $C_1$  és  $C_2$  a szénatomok száma,  $H_1$  és  $H_2$  a hidrogénatomok száma a szénhidrogén vegyületekben.

Ha ezeket az 5) egyenletbe helyettesítjük, az a következő lesz:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{C_1 12^x + H_1}{C_2 12^x + H_2} \right)^2$$

---

\* TROUTON törvénye tulajdonképpen  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{T_1}{T_2}$ , de  $Q = \lambda - 2T$  és így

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\lambda_1 - 2T_1}{\lambda_2 - 2T_2} = \frac{aT_1 - 2T_1}{aT_2 - 2T_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

tehát a fenti egyenlet is használható.

és ebből

$$\log. \frac{H_2 \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} - H_1}{G_1 - G_2 \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}} = \log. 12 \quad 5a)$$

Ezen egyenletből a rendelkezésemre álló kísérleti adatok alapján különböző vegyületekből kiszámítottam  $x$  értékét, mely mint az alább közölt értékek tanúsítják, állandónak mutatkozott valamennyi esetben.

Az alább következő táblázatban a molekulatérfogot értéke a forráspontra vonatkozik és a butan kivételével (mely RONALDS adata)<sup>1</sup> valamennyi SCHIFF<sup>2</sup> pontos méréseiből származik. A molekulatérfogot kiszámításánál az atomsúly egységeül a hidrogén volt választva; az átszámítások elkerüléseért egész dolgozatomban megtartottam a hidrogént az atomsúlyok egységeül. (Rendszerint az atomsúlyok kikerekített értékeit használok.)

Íme  $x$  értékei:

Vegyület	Összetétel	Molekula- térfogot	Abs. forrás- pont	$x$
Butan.....	$C_4H_{10}$	96·6	274·0	0·524
Benzol.....	$C_6H_6$	95·94	353·1	
Pentan.....	$C_5H_{12}$	117·17	304·0	0·562
Toluol.....	$C_7H_8$	117·97	382·2	
n. Hexan.....	$C_6H_{14}$	139·71	341·6	0·543
m. Xylol.....	$C_8H_{10}$	139·68	412·2	
sec. Hexan.....	$C_6H_{14}$	138·7	334·0	0·557
Aethylbenzol.....	$C_8H_{10}$	138·93	409·0	
Heptan.....	$C_7H_{16}$	162·56	371·4	0·541
Mesitylen.....	$C_9H_{12}$	162·40	437·5	
sec. Heptan.....	$C_7H_{16}$	161·98	363·3	0·555
Propylbenzol.....	$C_9H_{12}$	161·82	432·0	
Octan.....	$C_8H_{18}$	184·46	380·8	0·575
Cymol.....	$C_{10}H_{14}$	184·46	448·0	

<sup>1</sup> RONALDS: Jahresb. ü. die Fortschritte d. Chemie 1865. 507. old.

<sup>2</sup> Robert SCHIFF: Liebigs Annalen. 220. (1883).

E táblázatból látható, hogy — eltekintve a butan-benzolból számított  $x$  értéktől —  $x$  értéke csak csekély ingadozást mutat. Ezen csekély ingadozások oka lehet az is, hogy az összehasonlított vegyületek molekulatérfogatai nem teljesen egyenlők, és lehet az is, hogy a forráspont csak közelítőleg megfelelő hőfok.

A butan-benzolból számított  $x$  értékének eltérését megmagyarázhatja az, hogy a butan molekulatérfogatának használt érték eltérhet a valódi értéktől, mert az csak csekély pontossággal meghatározott érték.

Az  $x$  fenti értékeiből a középértéket kiszámítva, 0·551-et kapunk, ezt kikerekítve:  $x=0\cdot55$ -öt fogadom el a továbbszámítás alapjául.

Az  $x$  ezen értékét az 5) egyenletbe helyettesítve, kapjuk, hogy

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{A_{11}^{0\cdot55} + A_{12}^{0\cdot55} + \dots + A_{1n}^{0\cdot55}}{A_{21}^{0\cdot55} + A_{22}^{0\cdot55} + \dots + A_{2n}^{0\cdot55}} \right)^2.$$

Ha megint  $C_1$  és  $C_2$ -vel jelöljük a szénatomok számát a vegyület molekulájában,  $H_1$  és  $H_2$ -vel a hidrogénatomokét,  $Cl_1$  és  $Cl_2$ -vel a cloratomokét,  $O_1$  és  $O_2$ -vel oxigénatomokét és így tovább; azonkívül, ha tekintetbe vesszük, hogy a szén atomsúlya a 0·55-ik hatványon :

	$12^{0\cdot55} = 3\cdot927$
a hidrogénnél	$1^{0\cdot55} = 1\cdot00$
a clornál	$35\cdot4^{0\cdot55} = 7\cdot112$
az oxygénnél	$16^{0\cdot55} = 4\cdot5946$
a nitrogénnél	$14^{0\cdot55} = 4\cdot27$
a brómnál	$79\cdot55^{0\cdot55} = 11\cdot13$
a jódnál	$126\cdot5^{0\cdot55} = 14\cdot35$
a phosphornál	$31^{0\cdot55} = 6\cdot611$
a kénnél	$32^{0\cdot55} = 6\cdot73$

és így tovább, és ha ezen értékeket kikerekítjük és a fenti egyenletbe helyettesítjük, akkor a következő egyenletet kapjuk :

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{H_1 + 3\cdot93C_1 + 7\cdot11Cl_1 + 4\cdot6O_1 + \dots}{H_2 + 3\cdot93C_2 + 7\cdot11Cl_2 + 4\cdot6O_2 + \dots} \right)^2,$$

a mely egyenlet  $x$  fenti értékének ellenőrzésére igen alkalmas.

Kiszámítom ezen egyenlettel két egyenlő molekulatérfogatú vegyület abszolút forráspontjának viszonyát és ellenőrizem ezen értéket a forráspont kísérleti értékeivel.

Az eltérések annál nagyobbak, mennél távolabb esik egymástól chemiai szempontból az összehasonlított két vegyület, minthogy akkor a forráspontjuk is távolabb esik a megfelelő állapottól.

Néhány példa alább következik:

A számított érték jelenti a  $\frac{H_1 + 3 \cdot 93C_1 + 7 \cdot 11Cl_1 + \dots}{H_2 + 3 \cdot 93C_2 + 7 \cdot 11Cl_2 + \dots}$ -ből számított értéket, a vegyület összetétele alapján.

A kísérleti érték pedig a  $\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$ -öt jelenti, a kísérleti forráspontok alapján számítva.

Vegyület	Molekulatömeg	Számított érték	Kísérleti érték
$POCl_3$ <sup>1</sup>	101.71	1.007	1.044
$CCl_4$ <sup>2</sup>	103.66		
Chloroform <sup>2</sup>	84.56	1.09	1.022
Allylchlorid <sup>2</sup>	84.22		
Pentan <sup>2</sup>	117.17	1.128	1.154
Benzolchlorid <sup>2</sup>	114.28		
Chloroform <sup>2</sup>	84.56	0.973	1.004
Methylacetat <sup>3</sup>	83.77		
Aethylacetat <sup>3</sup>	106.15	1.084	1.068
Aether <sup>2</sup>	106.24		
Methylbutyrat <sup>3</sup>	126.75	1.153	1.08
Diallyl <sup>2</sup>	125.82		
Aethylenchlorid <sup>2</sup>	85.24	1.003	1.037
Chloroform <sup>2</sup>	84.56		
Aethyloctylæther <sup>4</sup>	246.7	1.082	1.098
Amylbenzoat <sup>5</sup>	247.7		
Propylbutylæther <sup>4</sup>	174.4	1.133	1.111
Aethylbenzoat <sup>5</sup>	174.2		
Aethylbutylæther <sup>4</sup>	150.1	1.153	1.123
Methylbenzoat <sup>5</sup>	150.3		
Pentan <sup>2</sup>	117.17	1.267	1.200
Methyloxalat <sup>6</sup>	117.3		
Naphtalin <sup>7</sup>	148.2	1.030	1.049
Phenetol <sup>2</sup>	148.7		
$C_3H_8Br_2$ <sup>7</sup>	118.4	0.968	1.009
$C_2H_5Cl$ <sup>8</sup>	119.2		
$C_6H_5Br$ <sup>2</sup>	119.8	1.041	1.011
$C_2H_2Cl_4$ <sup>8</sup>	119.2		

<sup>1</sup> LANDOLT: Tabellen. <sup>2</sup> SCHIFF: Liebigs Annalen 220 (1883).  
<sup>3</sup> ELSÄSSER: Liebigs Annalen 218 (1883). <sup>4</sup> DOBRINER adata. <sup>5</sup> KOPP adata. <sup>6</sup> WIENS adata. <sup>7</sup> ZANDER adata. <sup>8</sup> STÄDEL adata.

Szaporíthatnám még a felhozott példákat a nélkül, hogy az itteni eltéréseknél nagyobbakat tapasztalnánk, de ez felesleges, mert ha talán az eddigiek alapján korai is volna kimondani a törvényt, hogy az atomok a tömegük 0.55-ik hatványával egyenes arányban vonzzák egymást, a további számítások és eredmények ezt minden esetben igazolni fogják.

Az  $x$  ismeretével most már a 4) egyenletből az  $y$  kiszámítható az ismeretes kísérleti értékek alapján.

Az eddigiek tekintetbe vételével a 4) egyenlet a következő lesz:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{H_1 + 3.93C_1 + 7.11Cl_1 + \dots}{H_2 + 3.93C_2 + 7.11Cl_2 + \dots} \right)^2 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\frac{y+1}{3}}, \quad (6)$$

a miből pedig

$$y = 3 \frac{\log. \frac{T_1}{T_2} - 2 \log. \frac{H_1 + 3.93C_1 + \dots}{H_2 + 3.93C_2 + \dots}}{\log. \frac{v_1}{v_2}} - 1. \quad (6a)$$

Ezen egyenletből azután a kísérleti értékek felhasználásával igen sok esetben kiszámítottam az  $y$  értékét. Mint az alábbi táblázat tanúsítja,  $y$  értékeinek ingadozásai nem olyan nagyok, hogy ne volnának megmagyarázhatók a kísérleti értékek csekély hibáival, az esetleges csekély associációval és főképen azzal, hogy a forráspont nem megfelelő hőfok, mert így a 6a) képletben levő  $\frac{T_2}{T_1}$  nem helyettesíti teljes pontossággal az elméletileg kívánt  $\frac{Q_1}{Q_2}$ -t

Az itt következő táblázatban a két vegyület, melynek viszonyából számítottam ki  $y$  értékét, össze van kapcsolva.

Az abszolút forráspontok 750—770 mm. között ingadozó barometerállások mellett lettek észlelve. A normalis nyomásra való átszámítást mint felesleges correctiót elhagytam, mert az a 0.1—0.2° az eredményt alig változtatja meg.

A kísérleti értékek főképen SCHIFF,<sup>1</sup> ELSÄSSER,<sup>2</sup> GARTENMEISTER<sup>3</sup> méréseiből származnak. Ezeken kívül a LANDOLT tabel-

<sup>1</sup> ROBERT SCHIFF: Liebig Annalen 220. (1883).

<sup>2</sup> EMIL ELSÄSSER: Liebig Annalen 218. (1883).

<sup>3</sup> RUDOLF GARTENMEISTER: Liebig Annalen 233. (1886).

lából, a BEILSTEIN kézi könyvből és OSTWALD chemiájából<sup>1</sup> is vettem különböző szerzőktől származó adatokat.

Veggyület	Összetétel	Forráspont	Mol.-térfogat	$\gamma$
sec. Pentan <sup>2</sup>	$C_5H_{12}$	304	117·17	—5·3
sec. Decan <sup>2</sup>	$C_{10}H_{22}$	432·4	231·31	
n. Hexan <sup>2</sup>	$C_6H_{14}$	341·6	139·71	—5·45
sec. Octan <sup>2</sup>	$C_8H_{18}$	380·8	184·46	
Amylen <sup>2</sup>	$C_5H_{10}$	308·9	109·95	—5·6
sec. Octan <sup>2</sup>	$C_8H_{18}$	380·8	184·46	
Pentan <sup>2</sup>	$C_5H_{12}$	304	117·17	—5·33
Cymol <sup>2</sup>	$C_{10}H_{16}$	448·4	184·46	
sec. Octan <sup>2</sup>	$C_8H_{18}$	380·8	184·46	—5·06
$CCl_4$ <sup>2</sup>	$CCl_4$	348·6	103·66	
sec. Pentan <sup>2</sup>	$C_5H_{12}$	304	117·17	—5·1
Mesitylen <sup>2</sup>	$C_9H_{12}$	437·5	162·41	
Benzol <sup>2</sup>	$C_6H_6$	353·1	95·94	—5·5
Diamylen <sup>2</sup>	$C_{10}H_{20}$	429	211·31	
Amylen <sup>2</sup>	$C_5H_{10}$	308·9	108·95	—5·6
m. Xylol <sup>2</sup>	$C_8H_{10}$	412·2	139·68	
Pentan <sup>2</sup>	$C_5H_{12}$	304	117·17	—4·95
Hexan <sup>2</sup>	$C_6H_{14}$	341·6	139·71	
sec. Heptan <sup>2</sup>	$C_7H_{16}$	363·3	161·98	—5·55
Octan <sup>2</sup>	$C_8H_{18}$	380·8	184·46	
Diallyl <sup>2</sup>	$C_6H_{10}$	332·3	125·82	—6·1
Diamylen <sup>2</sup>	$C_{10}H_{20}$	429	211·31	
Aether <sup>2</sup>	$C_4H_{10}O$	307	106·3	—5·6
Diamylen <sup>2</sup>	$C_{10}H_{20}$	429	211·31	
Hexan <sup>2</sup>	$C_6H_{14}$	341·6	139·71	—5·5
Amylen <sup>2</sup>	$C_5H_{10}$	308·9	108·95	
Chloroform <sup>2</sup>	$CHCl_3$	333·9	84·56	—5·3
Hexan <sup>2</sup>	$C_6H_{14}$	341·6	139·71	
Amylen <sup>2</sup>	$C_5H_{10}$	308·9	108·95	—5·5
Caprylen <sup>2</sup>	$C_8H_{16}$	396·4	171·22	
Decan <sup>2</sup>	$C_{10}H_{22}$	432·4	231·31	—5·35
Aethyltoluol <sup>2</sup>	$C_9H_{12}$	435	161·93	
Styrol <sup>2</sup>	$C_8H_8$	416	130·91	—5·53
Decan <sup>2</sup>	$C_{10}H_{22}$	432·4	231·31	
Mesitylen <sup>2</sup>	$C_9H_{12}$	437·5	162·41	—5·2
Toluol <sup>2</sup>	$C_7H_8$	382·1	117·97	

<sup>1</sup> OSTWALD chemia II. kiadás, 1903. I. k. 376. old.

<sup>2</sup> SCHIFF adatai.

Veggyület	Összetétel	Forráspont	Mól-térfogat	n
Diamylen <sup>1</sup>	$C_{10}H_{20}$	429	211·31	—5·75
Amylen <sup>1</sup>	$C_5H_{10}$	308·9	108·95	
Mesitylen <sup>1</sup>	$C_6H_{12}$	437·5	162·41	
Caprylen <sup>1</sup>	$C_8H_{16}$	396·4	172·22	—6·0
Amylen <sup>1</sup>	$C_5H_{10}$	309·5	108·95	
sec. Heptan <sup>1</sup>	$C_7H_{16}$	363·3	161·98	
Aethylbenzol <sup>1</sup>	$C_8H_{10}$	408·8	138·93	—5·0
$POCl_3$ <sup>2</sup>	$POCl_3$	383	101·8	
Decan <sup>1</sup>	$C_{10}H_{22}$	432·4	231·31	
Xylol <sup>1</sup>	$C_8H_{10}$	412·2	139·68	—5·45
Hexan <sup>1</sup>	$C_6H_{14}$	341·6	139·71	
Caprylen <sup>1</sup>	$C_8H_{16}$	396·4	172·22	
Cymol <sup>1</sup>	$C_{10}H_{14}$	448·4	184·46	—5·56
Amylen <sup>1</sup>	$C_5H_{10}$	308·9	108·95	
$PCl_3$ <sup>3</sup>	$PCl_3$	350	93·65	
Hexan <sup>1</sup>	$C_6H_{14}$	341·6	139·71	—5·6
Aethylbutyrat <sup>5</sup>	$C_6H_{12}O_2$	394	150·5	
Diamylen <sup>1</sup>	$C_{10}H_{20}$	429	211·31	
Methylformiat <sup>4</sup>	$C_2H_4O_2$	305·3	62·84	—5·36
Methylpropionat <sup>4</sup>	$C_4H_8O_2$	353	104·86	
Aethylacetat <sup>4</sup>	$C_4H_8O_2$	350·1	106·15	
Amylbutyrat <sup>4</sup>	$C_9H_{18}O_2$	451·6	221·52	—5·2
Propylacetat <sup>5</sup>	$C_5H_{10}O_2$	385	128·4	
Octyloctirat <sup>5</sup>	$C_{16}H_{32}O_2$	579	404·3	
Methylbutyrat <sup>5</sup>	$C_5H_{10}O_2$	375·3	126·7	—5·1
Propylcapronat <sup>5</sup>	$C_9H_{18}O_2$	458·6	222·2	
I. butylpropionat <sup>4</sup>	$C_7H_{14}O_2$	410	174·23	
Propylheptirat <sup>5</sup>	$C_{10}H_{20}O_2$	579·4	206·4	—5·47
Aethylformiat <sup>5</sup>	$C_3H_6O_2$	328	84·6	
Hexylvaleriat <sup>5</sup>	$C_{11}H_{22}O_2$	497	272	
$C_2Cl_4$ <sup>1</sup>	$C_2Cl_4$	356·3	85·24	—5·5
Dichloræthylacetat <sup>1</sup>	$C_4H_6O_2Cl_2$	430·7	143·42	
Aethylbutyrat <sup>5</sup>	$C_6H_{12}O_2$	394	150·5	
Butylheptirat <sup>5</sup>	$C_{11}H_{22}O_2$	498	271·3	—5·0
Allylacetat <sup>1</sup>	$C_5H_8O_2$	376·5	121·37	
Trichloræthylacetat <sup>1</sup>	$C_4H_5O_2Cl_3$	440	163·85	
Hexan <sup>1</sup>	$C_6H_{14}$	341·6	139·71	—5·65
Hexyljodid <sup>6</sup>	$C_6H_{13}J$	450·1	173·8	

<sup>1</sup> SCHIFF adata.<sup>2</sup> OSTWALD chemia: BUFF adata.<sup>3</sup> LANDOLT tabellák.<sup>4</sup> ELSÄSSE adata.<sup>5</sup> GARTENMEISTER adatai. <sup>6</sup> DOBRINER adata.



Vegyület	Összetétel	Forráspont	Mol.-térfogat	$\gamma$
Aethylheptylæther <sup>1</sup>	$C_9H_{20}O$	439·6	220·8	—5·05
Propylbutylæther <sup>1</sup>	$C_7H_{16}O$	390·1	174·4	
Methylheptylæther <sup>1</sup>	$C_8H_{18}O$	423	194·6	
Propyloctylæther <sup>1</sup>	$C_{11}H_{24}O$	480	272·4	—5·0
Methylæthylæther <sup>1</sup>	$C_3H_8O$	283·8	84·0	
Butyloctylæther <sup>1</sup>	$C_{12}H_{26}O$	498·7	295·7	
Aethylpropylæther <sup>1</sup>	$C_6H_{12}O$	336·6	127·8	—5·0
Diheptylæther <sup>1</sup>	$C_{14}H_{30}O$	534·9	352·7	
Aethylbutylæther <sup>1</sup>	$C_6H_{14}O$	364·4	150·1	
Heptyloctylæther <sup>1</sup>	$C_{15}H_{32}O$	552·0	376·8	—5·0
Octan <sup>2</sup>	$C_8H_{18}$	380·8	231·31	
Diheptylæther <sup>1</sup>	$C_{14}H_{30}O$	534·9	352·7	
Piperidin <sup>2</sup>	$C_5H_{11}N$	378	108·6	—5·4
Phenylbromid <sup>3</sup>	$C_6H_5Br$	428·8	119·8	
Methyljodid <sup>4</sup>	$CH_3I$	314	66	
Propyljodid <sup>4</sup>	$C_3H_7I$	363	108·4	—5·5
Methylæthyloxalat <sup>5</sup>	$C_5H_8O_4$	446·7	139·1	
Butylmalonat <sup>5</sup>	$C_{11}H_{20}O_4$	524·5	269·1	
Butyloxalat <sup>5</sup>	$C_{10}H_{18}O_4$	516·4	258·4	—5·1
Methylmalonat <sup>5</sup>	$C_7H_8O_4$	453·7	137·6	
Hexahydronaphtalin <sup>6</sup>	$C_{10}H_{14}$	473	171·2	
$CHCl_2-CHCl_2$ <sup>2</sup>	$C_2H_2Cl_4$	420	119·2	—5·5
Amylchlorid <sup>7</sup>	$C_5H_{11}Cl$	373	134·4	
Propylenchlorid <sup>2</sup>	$C_3H_6Cl_2$	371	107·6	
o. Kresol <sup>8</sup>	$C_7H_8O$	464	121·5	—5·4
Butylkresol <sup>8</sup>	$C_{11}H_{16}O$	496	218·4	

Tagadhatatlan, hogy a különböző vegyületekből számított  $\gamma$  értéke némi ingadozást mutat. Ez ingadozások oka azonban, a mint a következőkben bebizonyítom, az, hogy a különböző vegyületek forráspontjai csak közelítőleg megfelelő hőfokok és így, ha az  $\gamma$  meghatározásánál szükséges  $\frac{Q_1}{Q_2}$  helyett a csak közel egyenlő  $\frac{T_1}{T_2}$ -öt használom,  $\gamma$ -ra is csak közelítőleg helyes értéket kaphatok.

<sup>1</sup> DOBRINER adata. <sup>2</sup> SCHIFF adata. <sup>3</sup> WEGER adata. <sup>4</sup> PINETTE és DOBRINER adatainak középértéke. <sup>5</sup> WIENS adata. <sup>6</sup> ZANDER adata. <sup>7</sup> PIERRE és KOPP adatainak középértéke. <sup>8</sup> PINETTE adata.

Azonkívül  $\gamma$  értékét exponentiális egyenletből számítottam ki és így néha kicsiny kísérleti eltérés  $\gamma$  értékben nagy eltérést hozhatott létre.

Fogadjuk el  $\gamma$  értékéül a fenti  $\gamma$ -ok középértékét, —5·5-et.  $\gamma$  ezen értékét behelyettesítve a 6) egyenletbe, kapjuk, hogy

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{H_1 + 3 \cdot 93 C_1 + 7 \cdot 11 Cl_1 + \dots}{H_2 + 3 \cdot 93 C_2 + 7 \cdot 11 Cl_2 + \dots} \right)^2 \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad 7)$$

És ebből következik, hogy

$$\begin{aligned} & \frac{T_1 v_1^{\frac{3}{2}}}{(H_1 + 3 \cdot 93 C_1 + 7 \cdot 11 Cl_1 + \dots)^2} = \\ & = \frac{T_2 v_2^{\frac{3}{2}}}{(H_2 + 3 \cdot 93 C_2 + 7 \cdot 11 Cl_2 + \dots)^2} = \text{constans}. \end{aligned} \quad 8)$$

Természetes, hogy ezen constans értéke oly mértékű ingadozást fog mutatni, a mely az  $\gamma$  fenti ingadozásainak megfelel, illetőleg a mily mértékben eltér a különböző vegyületek forráspontja a megfelelő hőfoktól.

Ha azonban a  $T$  helyébe a  $Q_1$ -t írjuk, akkor a

$$\frac{Q_1^{\frac{3}{2}}}{(H + 3 \cdot 93 C + \dots)^2} = \text{const.} \quad 9)$$

egyenletet kapjuk, hol a constans értékének minden vegyületnél egyenlőnek kell lenni, ha az  $\gamma$  ingadozásainak főoka csakugyan az, hogy a forráspont nem megfelelő hőfok a különféle vegyületeknél.

Mint majd az alább közölt kísérleti értékekkel bebizonyítom, a 9) alatti constans értéke csakugyan valamennyi vegyületnél (a kísérleti hibák határain belül) egyenlő.

Előbb azonban közlöm a kísérleti értékek alapján számos vegyületre kiszámított 8) alatti constans értékeit.

Vegyület neve	Összetétele	Abs. forráspont ( $T$ )	Molekulatérfogat ( $v$ )	$\frac{T v^{\frac{3}{2}}}{(H + 3 \cdot 93 C + \dots)^2}$ értéke
Butan <sup>1</sup> .....	$C_4 H_{10}$	274	96·6	393·9
Pentan <sup>2</sup> .....	$C_5 H_{12}$	304	117·17	384·9
n. Hexan <sup>2</sup> .....	$C_6 H_{14}$	341·6	139·71	400
sec. Heptan <sup>2</sup> .....	$C_7 H_{16}$	363·3	161·98	395·9

<sup>1</sup> RONALDS adata. <sup>2</sup> SCHIFF adatai.

Vegyület neve	Összetétele	Abs. forráspont (T)	Molekulatér-fogat (v)	$Tv^{\frac{2}{3}}$ ( $H+3\cdot98C+\dots$ ) <sup>2</sup> értéke
n. Heptan <sup>1</sup> — — — — —	$C_7H_{16}$	371·4	162·56	406·8
Diisobutyl <sup>1</sup> — — — — —	$C_8H_{18}$	380·8	184·46	390·9
Decan <sup>1</sup> — — — — —	$C_{10}H_{22}$	432·4	231·31	404·8
Amylen <sup>1</sup> — — — — —	$C_5H_{10}$	308·9	108·95	398·8
Caprylen <sup>1</sup> — — — — —	$C_8H_{16}$	396·4	172·22	398·8
Diamylen <sup>1</sup> — — — — —	$C_{10}H_{20}$	429	211·31	375·8
Diallyl <sup>1</sup> — — — — —	$C_6H_{12}$	332·3	125·82	416·65
Benzol <sup>1</sup> — — — — —	$C_6H_6$	353·1	95·94	380
Toluol <sup>1</sup> — — — — —	$C_7H_8$	382·1	117·97	388·5
m. Xylol <sup>1</sup> — — — — —	$C_8H_{10}$	412·2	139·68	396·7
Aethylbenzol <sup>1</sup> — — — — —	$C_8H_{10}$	408·8	138·93	390·2
Styrol <sup>1</sup> — — — — —	$C_8H_8$	416	130·91	401·0
Mesitylen <sup>1</sup> — — — — —	$C_9H_{12}$	437·5	162·41	403·9
Propylbenzol <sup>1</sup> — — — — —	$C_9H_{12}$	431·5	161·82	396
Aethyltoluol <sup>1</sup> — — — — —	$C_9H_{12}$	435	161·93	399·8
Cymol <sup>1</sup> — — — — —	$C_{10}H_{14}$	448·4	184·46	395·9
Naphtalin <sup>2</sup> — — — — —	$C_{10}H_8$	490	148·2	395·2
Hexahydronaphtalin <sup>2</sup> — — — — —	$C_{10}H_{14}$	473	171·2	372·9
Carven <sup>1</sup> — — — — —	$C_{10}H_{16}$	449·5	190·24	390·0
Terpentinolaj <sup>1</sup> — — — — —	$C_{10}H_{16}$	429·1	182·84	359·1
Phenylacetylen <sup>3</sup> — — — — —	$C_8H_6$	414·6	125·8	418·2
Hexahydrotoluol <sup>2</sup> — — — — —	$C_7H_{14}$	370	141·8	362·8
Hexahydroxylol <sup>2</sup> — — — — —	$C_8H_{16}$	391	164·8	368·2
Methylenchlorid <sup>4</sup> — — — — —	$CH_2Cl_2$	314·4	65·12	404·4
Chloroform <sup>1</sup> — — — — —	$CHCl_3$	333·9	84·56	376·5
Széntetrachlorid <sup>1</sup> — — — — —	$CCl_4$	348·6	103·66	351·0
Aethylchlorid <sup>5</sup> — — — — —	$C_2H_5Cl$	284	71·2	426
Aethylenchlorid <sup>1</sup> — — — — —	$C_2H_4Cl_2$	356·5	85·24	411·8
$CH_3Cl-CHCl_2$ <sup>1</sup> — — — — —	$C_2H_3Cl_3$	387	102·78	390·2
Perchloræthylen <sup>1</sup> — — — — —	$C_2Cl_4$	393	114·18	364·9
$CH_2Cl-CCl_3$ <sup>6</sup> — — — — —	$C_2H_2Cl_4$	410	121·4	372·9
$CHCl_2-CHCl_2$ <sup>6</sup> — — — — —	$C_2H_2Cl_4$	420	119·2	371·6
$C_3HCl_5$ <sup>6</sup> — — — — —	$C_2HCl_5$	430	140	359·7
Propylechlorid <sup>2</sup> — — — — —	$C_3H_7Cl$	319	91·43	415·75
Allylechlorid <sup>1</sup> — — — — —	$C_3H_5Cl$	318	84·92	430·3
i. Butylechlorid <sup>1</sup> — — — — —	$C_4H_9Cl$	341	114·3	412
i. Amylechlorid <sup>1</sup> — — — — —	$C_5H_{11}Cl$	373	134·4	406·8
Propylenchlorid <sup>1</sup> — — — — —	$C_3H_6Cl_2$	371	107·6	404·4

<sup>1</sup> SCHIFF adata. <sup>2</sup> ZANDER adata. <sup>3</sup> WEGE adata. <sup>4</sup> THORPE adata.  
<sup>5</sup> PIERRE adata. <sup>6</sup> STÄDEL adata. <sup>7</sup> STÄDEL és PIERRE adatainak közép-  
 értéke.

Vegyület neve	Összetétele	Abs. forrás- pont (T)	Molekula térfogat (v)	$Tv^{\frac{1}{3}}$ ( $H+393C+\dots$ ) <sup>2</sup> értéke
Butylenchlorid <sup>1</sup>	$C_4H_8Cl_2$	396	129·5	406·3
Amylchlorid <sup>2</sup>	$C_5H_{11}Cl$	373	135·4	411·3
Benzolchlorid <sup>3</sup>	$C_6H_5Cl$	405	114·28	389·4
Chlortoluol <sup>3</sup>	$C_7H_7Cl$	433	134·9	392
Benzylchlorid <sup>3</sup>	$C_7H_7Cl$	448	133·46	399·1
Benzalchlorid <sup>3</sup>	$C_7H_6Cl_2$	476	154·3	401
Benzoylchlorid <sup>1</sup>	$C_7H_5ClO$	471	137·8	390
Methylbromid <sup>2</sup>	$CH_3Br$	286	58·2	387·6
Bromoform <sup>4</sup>	$CHBr_3$	424·2	103·53	303
Aethylbromid <sup>2</sup>	$C_2H_5Br$	313·7	78·4	377·2
Bromeloroform <sup>4</sup>	$CBrCl_3$	377·1	108·4	322·1
Clorbromæthan <sup>5</sup>	$C_2H_4ClBr$	381	88·01	347·2
n. Propylbromid <sup>6</sup>	$C_3H_7Br$	344	97·2	368·7
i. Propylbromid <sup>6</sup>	$C_3H_7Br$	333	99·2	368
Propylenbromid <sup>6</sup>	$C_3H_6Br_2$	414·7	118·4	333·9
Dibromtrimethylen <sup>6</sup>	$C_3H_6Br_2$	438	117·1	346·9
Butylbromid <sup>2</sup>	$C_4H_9Br$	364	120·4	372·7
Amylbromid <sup>7</sup>	$C_5H_{11}Br$	392	139·2	369·75
Acethylenbromid <sup>3</sup>	$C_2H_2Br_2$	382·4	91·11	322
Aethylenbromid <sup>1</sup>	$C_2H_4Br_2$	403	97·65	336·4
Allylbromid <sup>6</sup>	$C_3H_5Br$	344	90·5	380·5
Brombenzol <sup>3</sup>	$C_6H_5Br$	428·8	119·8	356·75
Bromtoluol <sup>3</sup>	$C_7H_7Br$	455	135·0	343·2
Methyljodid <sup>8</sup>	$CH_3J$	314	66·0	371·4
Aethyljodid <sup>8</sup>	$C_2H_5J$	344	85·8	369·55
n. Propyljodid <sup>6</sup>	$C_3H_7J$	375	106·9	378·5
i. Propyljodid <sup>6</sup>	$C_3H_7J$	363	108·4	372·3
n. Butyljodid <sup>9</sup>	$C_4H_9J$	403	128·2	383·6
i. Butyljodid <sup>3</sup>	$C_4H_9J$	393	131·1	386·85
n. Amyljodid <sup>9</sup>	$C_5H_{11}J$	424·7	150·4	386·85
Hexyljodid <sup>9</sup>	$C_6H_{13}J$	450·1	173·8	398
Heptyljodid <sup>9</sup>	$C_7H_{15}J$	476·8	198·6	412·9
Octyljodid <sup>9</sup>	$C_8H_{17}J$	498·5	222·6	418·4
Allyljodid <sup>6</sup>	$C_3H_5J$	376	160·9	392·7
i. Amyljodid <sup>3</sup>	$C_5H_{11}J$	421	151·1	386
Jodbenzol <sup>3</sup>	$C_6H_5J$	461·0	130·6	373
JCl <sup>4</sup>	JCl	374	56·18	342·3
Methylæthylæther <sup>9</sup>	$C_3H_8O$	283·8	84	367·0

<sup>1</sup> KOPP adata. <sup>2</sup> PIERRE adata. <sup>3</sup> SCHIFF adata. <sup>4</sup> THORPE adata.<sup>5</sup> STÄDEL adata. <sup>6</sup> ZANDER adata. <sup>7</sup> WEGE adata. <sup>8</sup> PIERRE és DOBRINER adatainak középértéke. <sup>9</sup> DOBRINER adata.

Vegyület neve	Összetétele	Abs. forrás- pont (T)	Molekula- terfogat (v)	$Tv^{\frac{2}{3}}$
				$(H+5.98C+\dots)^2$ értéke
Aethylæther <sup>1</sup> .....	$C_4H_{10}O$	307	106.3	366.5
Methylpropylæther <sup>2</sup> .....	$C_4H_{10}O$	311.9	105.1	367
Methylbutylæther <sup>2</sup> .....	$C_5H_{12}O$	343.3	127.2	375
Aethylpropylæther <sup>2</sup> .....	$C_5H_{12}O$	336.6	127.8	370
Aethylbutylæther <sup>2</sup> .....	$C_6H_{14}O$	364.4	150.1	377.2
Methyl i. amylæther <sup>1</sup> .....	$C_6H_{14}O$	364.0	148.1	370
Propylbutylæther <sup>2</sup> .....	$C_7H_{16}O$	390.1	174.4	388.8
Methylheptylæther <sup>2</sup> .....	$C_8H_{18}O$	423	194.6	393.8
Dibutylæther <sup>2</sup> .....	$C_8H_{18}O$	413.9	197.3	392
Aethylheptylæther <sup>2</sup> .....	$C_9H_{20}O$	439.6	220.8	400.1
Aethyloctylæther <sup>2</sup> .....	$C_{10}H_{22}O$	362.2	246.7	412
Propylheptylæther <sup>2</sup> .....	$C_{10}H_{22}O$	460.6	245.6	405
Propyloctylæther <sup>2</sup> .....	$C_{11}H_{24}O$	480	272.4	417.7
Butylheptylæther <sup>2</sup> .....	$C_{11}H_{24}O$	478.7	271.3	412
Butyloctylæther <sup>2</sup> .....	$C_{12}H_{26}O$	498.7	295.7	419.5
Diheptylæther <sup>2</sup> .....	$C_{14}H_{30}O$	534.9	352.7	440.6
Heptyloctylæther <sup>2</sup> .....	$C_{15}H_{32}O$	551.8	376.8	442
Diocetylæther <sup>2</sup> .....	$C_{16}H_{34}O$	564.7	403.6	444
Di iso propylæther <sup>3</sup> .....	$C_6H_{14}O$	341.5	151.2	357.4
Allylæther <sup>3</sup> .....	$C_6H_{10}O$	367.3	135.5	405.5
Methylformiat <sup>4</sup> .....	$C_2H_4O_2$	305.3	62.84	341.6
Aethylformiat <sup>4</sup> .....	$C_3H_6O_2$	327.4	85.14	349.7
Propylformiat <sup>4</sup> .....	$C_3H_8O_2$	354	106.83	361.0
Butylformiat <sup>5</sup> .....	$C_5H_{10}O_2$	379.9	127.6	365.1
i. Butylformiat <sup>4</sup> .....	$C_5H_{10}O_2$	370.9	129.95	361.6
Amylformiat <sup>4</sup> .....	$C_6H_{12}O_2$	396.3	150.21	362.3
i. Amylformiat <sup>1</sup> .....	$C_6H_{12}O_2$	397	153.2	374.1
Hexylformiat <sup>5</sup> .....	$C_7H_{14}O_2$	426.6	173.3	378.6
Heptylformiat <sup>5</sup> .....	$C_8H_{16}O_2$	449.7	196.7	387.2
Octylformiat <sup>5</sup> .....	$C_8H_{18}O_2$	471.1	220.3	393.7
Methylacetat <sup>4</sup> .....	$C_3H_6O_2$	330.5	83.77	347.6
Aethylacetat <sup>4</sup> .....	$C_4H_8O_2$	350.1	106.15	351.4
Propylacetat <sup>4</sup> .....	$C_5H_{10}O_2$	373.8	128.6	362.7
Butylacetat <sup>5</sup> .....	$C_6H_{12}O_2$	397.5	150.6	365.0
i. Butylacetat <sup>4</sup> .....	$C_6H_{12}O_2$	389.3	150.16	354.7
Amylacetat <sup>5</sup> .....	$C_7H_{14}O_2$	420.6	173.8	374.8
Hexylacetat <sup>5</sup> .....	$C_8H_{16}O_2$	442.2	197.7	382.9
Heptylacetat <sup>5</sup> .....	$C_9H_{18}O_2$	464.3	221.0	389.0
Octylacetat <sup>5</sup> .....	$C_{10}H_{20}O_2$	483.0	245.8	394.65

<sup>1</sup> SCHIFF adata. <sup>2</sup> DOBRINER adata. <sup>3</sup> ZANDER adata. <sup>4</sup> ELSÄSSEK adata. <sup>5</sup> GARTENMEISTER adata.

Vegyület neve	Összetétele	Abs. forrás- pont (T)	Molekula térfogat (v)	$T_{va}$ ( $H+3\cdot93C+\dots$ ) <sup>2</sup> értéke
Methylpropionat <sup>1</sup> ---	$C_4H_8O_2$	352·9	104·86	350
Aethylpropionat <sup>1</sup> ---	$C_5H_{10}O_2$	371·3	127·57	356·7
Propylpropionat <sup>1</sup> ---	$C_6H_{12}O_2$	395·2	149·87	359·8
Butylpropionat <sup>2</sup> ---	$C_7H_{14}O_2$	418·4	173·2	370·9
i. Butylpropionat <sup>1</sup> ---	$C_7H_{14}O_2$	409·8	174·23	367·0
Amylpropionat <sup>1</sup> ---	$C_8H_{16}O_2$	433·2	195·04	369·4
Heptylpropionat <sup>2</sup> ---	$C_{10}H_{20}O_2$	481·0	247·1	395·8
Octylpropionat <sup>2</sup> ---	$C_{11}H_{22}O_2$	499·4	270·5	400·9
Methylbutirat <sup>1</sup> ---	$C_5H_{10}O_2$	375·3	126·75	354·9
Aethylbutirat <sup>1</sup> ---	$C_6H_{12}O_2$	392·9	150·37	359·0
Propylbutirat <sup>1</sup> ---	$C_7H_{14}O_2$	415·7	173·89	370·0
Butylbutirat <sup>2</sup> ---	$C_8H_{16}O_2$	438·7	197·8	379·1
i. Butylbutirat <sup>1</sup> ---	$C_8H_{16}O_2$	429·9	200·53	378·0
Amylbutirat <sup>1</sup> ---	$C_9H_{18}O_2$	457·8	222·3	387·0
Hexylbutirat <sup>1</sup> ---	$C_{10}H_{20}O_2$	478·1	246·4	394·1
Heptylbutirat <sup>1</sup> ---	$C_{11}H_{22}O_2$	498·2	270·2	400·0
Octylbutirat <sup>1</sup> ---	$C_{12}H_{24}O_2$	515·2	295·6	404·8
Methylvalerat <sup>2</sup> ---	$C_6H_{12}O_2$	389·7	149·6	356·8
Aethylvalerat <sup>2</sup> ---	$C_7H_{14}O_2$	407·3	173·44	362·1
Propylvalerat <sup>2</sup> ---	$C_8H_{16}O_2$	428·9	197·47	370·0
i. Butylvalerat <sup>2</sup> ---	$C_9H_{18}O_2$	441·7	223·40	375·9
Butylvalerat <sup>2</sup> ---	$C_9H_{18}O_2$	458·8	222·1	387·2
Amylvalerat <sup>2</sup> ---	$C_{10}H_{20}O_2$	476·7	245·8	390·2
Hexylvalerat <sup>2</sup> ---	$C_{11}H_{22}O_2$	496·8	272·0	403·0
Heptylvalerat <sup>2</sup> ---	$C_{12}H_{24}O_2$	516·6	297·4	411·1
Octylvalerat <sup>2</sup> ---	$C_{13}H_{26}O_2$	533·2	322·6	415·5
Methylcapronat <sup>2</sup> ---	$C_7H_{14}O_2$	422·6	172·2	371·2
Aethylcapronat <sup>2</sup> ---	$C_8H_{16}O_2$	439·6	197·7	380·2
Propylcapronat <sup>2</sup> ---	$C_9H_{18}O_2$	458·5	222·2	388·0
Butylcapronat <sup>2</sup> ---	$C_{10}H_{20}O_2$	477·3	246·0	392·8
Heptylcapronat <sup>2</sup> ---	$C_{13}H_{26}O_2$	532·4	323·9	417·3
Octylcapronat <sup>2</sup> ---	$C_{14}H_{28}O_2$	548·2	349·6	420·5
Methylheptirat <sup>2</sup> ---	$C_8H_{16}O_2$	445·1	196·2	381·8
Aethylheptirat <sup>2</sup> ---	$C_9H_{18}O_2$	460·1	221·9	387·2
Propylheptirat <sup>2</sup> ---	$C_{10}H_{20}O_2$	479·4	246·5	394·3
Butylheptirat <sup>2</sup> ---	$C_{11}H_{22}O_2$	498·1	271·3	402·0
Heptylheptirat <sup>2</sup> ---	$C_{14}H_{28}O_2$	547·6	350·2	420·2
Octylheptirat <sup>2</sup> ---	$C_{15}H_{30}O_2$	563·4	376·2	431·4
Methyloctirat <sup>2</sup> ---	$C_9H_{18}O_2$	465·9	220·1	389·5
Aethyloctirat <sup>2</sup> ---	$C_{10}H_{20}O_2$	478·8	245·9	390·1

<sup>1</sup> ELSÄSSER adata. <sup>2</sup> GARTENMEISTER adata.

Vegyület neve	Összetétele	Abs. forráspont (T)	Molekulatérfogat (v)	$\gamma_{23}^3$ (H+3·93C+...) <sup>2</sup> értéke
Propyloctirat <sup>1</sup>	C <sub>11</sub> H <sub>22</sub> O <sub>2</sub>	497·7	270·3	399·0
Butyloctirat <sup>1</sup>	C <sub>12</sub> H <sub>24</sub> O <sub>2</sub>	513·5	295·9	403·7
Heptyloctirat <sup>1</sup>	C <sub>16</sub> H <sub>30</sub> O <sub>2</sub>	562·8	377·0	431·7
Octyloctirat <sup>1</sup>	C <sub>16</sub> H <sub>32</sub> O <sub>2</sub>	578·9	404·3	435·3
Methyloxalat <sup>2</sup>	C <sub>4</sub> H <sub>6</sub> O <sub>4</sub>	436	116·8	342·27
Allylacetat <sup>3</sup>	C <sub>5</sub> H <sub>8</sub> O <sub>2</sub>	377	121·4	369·7
Methylacrilat <sup>4</sup>	C <sub>4</sub> H <sub>6</sub> O <sub>2</sub>	353·3	98·4	361·15
Aethylacrilat <sup>4</sup>	C <sub>5</sub> H <sub>8</sub> O <sub>2</sub>	371·5	121·7	367·3
Aethylcarbonat <sup>5</sup>	C <sub>5</sub> H <sub>10</sub> O <sub>3</sub>	399	138·8	346·0
Methylæthyloxalat <sup>6</sup>	C <sub>5</sub> H <sub>8</sub> O <sub>4</sub>	446·7	139·1	346·3
Aethylloxalat <sup>2</sup>	C <sub>6</sub> H <sub>10</sub> O <sub>4</sub>	459	166·5	364·7
Propyloxalat <sup>2</sup>	C <sub>8</sub> H <sub>14</sub> O <sub>4</sub>	486·5	215·4	377·4
Butyloxalat <sup>6</sup>	C <sub>10</sub> H <sub>18</sub> O <sub>4</sub>	516·4	258·4	374·3
Aethylheptyloxalat <sup>6</sup>	C <sub>11</sub> H <sub>20</sub> O <sub>4</sub>	536·7	284·9	387·6
Propylheptyloxalat <sup>6</sup>	C <sub>12</sub> H <sub>22</sub> O <sub>4</sub>	557·4	315·7	407·9
Propyloctyloxalat <sup>6</sup>	C <sub>13</sub> H <sub>24</sub> O <sub>4</sub>	568·1	340·4	408·7
Methylmalonat <sup>6</sup>	C <sub>5</sub> H <sub>8</sub> O <sub>4</sub>	453·7	137·6	346·0
Aethylmalonat <sup>6</sup>	C <sub>7</sub> H <sub>12</sub> O <sub>4</sub>	471·4	185·1	354·1
Aethylpropylmalonat <sup>6</sup>	C <sub>8</sub> H <sub>14</sub> O <sub>4</sub>	484	207·8	356·8
Propylmalonat <sup>6</sup>	C <sub>9</sub> H <sub>16</sub> O <sub>4</sub>	501·3	234·6	371·2
Butylmalonat <sup>6</sup>	C <sub>11</sub> H <sub>20</sub> O <sub>4</sub>	524·5	269·1	347·7
Methylsuccinat <sup>4</sup>	C <sub>6</sub> H <sub>10</sub> O <sub>4</sub>	468·2	159·7	363·5
Aethylsuccinat <sup>2</sup>	C <sub>8</sub> H <sub>14</sub> O <sub>4</sub>	490	209	362·3
Methylæthylsuccinat <sup>4</sup>	C <sub>7</sub> H <sub>12</sub> O <sub>4</sub>	481·2	184·6	356·7
Aethylpropylsuccinat <sup>4</sup>	C <sub>9</sub> H <sub>16</sub> O <sub>4</sub>	504·3	230·2	365·3
Aethylbutylsuccinat <sup>6</sup>	C <sub>10</sub> H <sub>18</sub> O <sub>4</sub>	520·0	255·9	372·1
Propylbutylsuccinat <sup>6</sup>	C <sub>11</sub> H <sub>20</sub> O <sub>4</sub>	531·7	277·8	376·5
Propylsuccinat <sup>6</sup>	C <sub>10</sub> H <sub>18</sub> O <sub>4</sub>	520·1	257·8	376·8
Aethylheptylsuccinat <sup>6</sup>	C <sub>11</sub> H <sub>22</sub> O <sub>4</sub>	564·4	332·9	402·1
Heptylsuccinat <sup>6</sup>	C <sub>18</sub> H <sub>34</sub> O <sub>4</sub>	623	459·6	404·6
Benzaldehyd <sup>5</sup>	C <sub>7</sub> H <sub>8</sub> O	452	118·4	418·7
Methylbenzoat <sup>5</sup>	C <sub>8</sub> H <sub>8</sub> O <sub>2</sub>	463	150·3	361·2
Aethylbenzoat <sup>5</sup>	C <sub>9</sub> H <sub>10</sub> O <sub>2</sub>	482	174·2	372
Amylbenzoat <sup>5</sup>	C <sub>12</sub> H <sub>16</sub> O <sub>2</sub>	539	247·7	421·2
Methylsalicylat <sup>4</sup>	C <sub>8</sub> H <sub>8</sub> O <sub>3</sub>	496	157·0	343·7
Fahéjsavas methyl <sup>4</sup>	C <sub>10</sub> H <sub>10</sub> O <sub>2</sub>	532·6	188·17	401·75
Fahéjsavas æthyl <sup>4</sup>	C <sub>11</sub> H <sub>12</sub> O <sub>2</sub>	544·0	213·75	409·9
Fahéjsavas propyl <sup>4</sup>	C <sub>12</sub> H <sub>14</sub> O <sub>2</sub>	558·1	239·43	418·3

<sup>1</sup> GARTENMEISTER adata. <sup>2</sup> KOPP és WEGER adatainak középértéke.

<sup>3</sup> SCHIFF adata. <sup>4</sup> WEGER adata. <sup>5</sup> KOPP adata. <sup>6</sup> WIENS adata.

<i>Veggyület neve</i>	<i>Összetétele</i>	<i>Abs. forrás- pont (T)</i>	<i>Molekula- térfogat (v)</i>	$T_1^{\frac{2}{3}}$ <i>(H + 3·93C + ...)² értéke</i>
Phenylpropionsav <sup>1</sup> ---	$C_9H_{10}O_2$	552·8	170·44	413
Phenylpropionsavas me- thyl <sup>1</sup> ---	$C_{10}H_{12}O_2$	509·6	195·19	379·8
Phenylpropionsavas aethyl <sup>1</sup>	$C_{11}H_{14}O_2$	521·1	221·48	390·1
Phenylpropionsavas propyl <sup>1</sup>	$C_{12}H_{16}O_2$	535·1	245·96	394·85
Anisol <sup>2</sup> ---	$C_7H_8O$	428	125·2	372
Phenetol <sup>2</sup> ---	$C_8H_{10}O$	444·3	148·7	376·8
Phenolpropylather <sup>2</sup> ---	$C_9H_{12}O$	463·5	172·0	387·5
Phenolbutylather <sup>2</sup> ---	$C_{10}H_{14}O$	483·3	195·3	394·15
Phenolheptylather <sup>2</sup> ---	$C_{13}H_{20}O$	539·8	270·8	420·9
Phenoloctylather <sup>2</sup> ---	$C_{14}H_{22}O$	555·8	296·1	424·7
o. Kresol <sup>2</sup> ---	$C_7H_8O$	463·8	121·5	386·4
o. Kresolmethylather <sup>2</sup> ---	$C_8H_{10}O$	444·3	146·1	370·8
o. Kresoläthylather <sup>2</sup> ---	$C_9H_{12}O$	457·8	170·9	381·7
o. Kresolpropylather <sup>2</sup> ---	$C_{10}H_{14}O$	477·1	195·0	389·2
o. Kresolbutylather <sup>2</sup> ---	$C_{11}H_{16}O$	496·0	218·4	394·5
o. Kresolheptylather <sup>2</sup> ---	$C_{14}H_{22}O$	550·5	292·9	413·4
o. Kresoloctylather <sup>2</sup> ---	$C_{15}H_{24}O$	565·9	317·9	419·0
n. Kresol <sup>2</sup> ---	$C_7H_8O$	475·8	123·2	398·1
m. Kresolmethylather <sup>2</sup> ---	$C_8H_{10}O$	450·2	147·5	377·1
m. Kresoläthylather <sup>2</sup> ---	$C_9H_{12}O$	465·0	172·0	388·9
m. Kresolpropylather <sup>2</sup> ---	$C_{10}H_{14}O$	483·6	196·2	398·6
m. Kresolbutylather <sup>2</sup> ---	$C_{11}H_{16}O$	502·2	220·5	406·2
m. Kresolheptylather <sup>2</sup> ---	$C_{14}H_{22}O$	556·2	296·7	426·1
m. Kresoloctylather <sup>2</sup> ---	$C_{15}H_{24}O$	571·9	321·9	432·8
p. Kresol <sup>2</sup> ---	$C_7H_8O$	474·8	123·5	398·2
p. Kresolmethylather <sup>2</sup> ---	$C_8H_{10}O$	448·0	147·7	378·0
p. Kresoläthylather <sup>2</sup> ---	$C_9H_{12}O$	462·9	172·1	387·5
p. Kresolpropylather <sup>2</sup> ---	$C_{10}H_{14}O$	483·4	196·0	398·1
p. Kresolbutylather <sup>2</sup> ---	$C_{11}H_{16}O$	502·5	220·8	406·9
p. Kresolheptylather <sup>2</sup> ---	$C_{14}H_{22}O$	556·3	297·7	427·6
p. Kresoloctylather <sup>2</sup> ---	$C_{15}H_{24}O$	571·0	322·4	433·0
Tyhmol <sup>2</sup> ---	$C_{10}H_{14}O$	504·8	188·9	400·7
Thymolmethylather <sup>2</sup> ---	$C_{11}H_{16}O$	489·2	214·3	377·2
Thymoläthylather <sup>2</sup> ---	$C_{12}H_{18}O$	499·9	240·0	373·9
Thymolpropylather <sup>2</sup> ---	$C_{13}H_{20}O$	516·0	265·5	390·6
Thymolbutylather <sup>2</sup> ---	$C_{14}H_{22}O$	531·3	289·2	392·4
Thymolheptylather <sup>2</sup> ---	$C_{17}H_{28}O$	579·7	368·7	415·6
Thymoloctylather <sup>1</sup> ---	$C_{18}H_{30}O$	592·8	395·6	421·2

<sup>1</sup> WEGER adata.<sup>2</sup> PINETTE adata.



Vegyület neve	Összetétele	Abs. forrás- pont (T)	Molekula- térfogat (v)	$Te^{\frac{3}{2}}$ ( $H+3\cdot93C+\dots$ ) <sup>2</sup> értéke
Carvol <sup>1</sup>	$C_{10}H_{14}O$	500	190·3	403·0
Propylamin <sup>1</sup>	$C_3H_9N$	322·6	85·6	405·5
Allylamin <sup>1</sup>	$C_3H_7N$	329·0	78·4	428·0
i. Butylamin <sup>1</sup>	$C_4H_{11}N$	340·7	106·2	388
Amylamin <sup>1</sup>	$C_5H_{13}N$	368·0	126·8	384·9
Diethylamin <sup>1</sup>	$C_4H_{11}N$	329·0	109·1	390·1
Triethylamin <sup>1</sup>	$C_6H_{15}N$	362·0	153·8	374·8
Tripropylamin <sup>2</sup>	$C_9H_{21}N$	429·5	222·1	386·3
Triallylamin <sup>2</sup>	$C_9H_{15}N$	429·0	200·3	407
Piridin <sup>1</sup>	$C_5H_5N$	389	89·4	341·4
Piperidin <sup>2</sup>	$C_5H_{11}N$	378·0	108·6	350·2
Picolin <sup>3</sup>	$C_6H_7N$	406·5	111·5	392·9
Anilin <sup>1</sup>	$C_6H_7N$	456·1	106·1	409·8
Diallylanilin <sup>2</sup>	$C_{12}H_{15}N$	517·0	225·2	396·3
Diisopropylanilin <sup>2</sup>	$C_{12}H_{19}N$	518·4	243·1	361
Dipropylanilin <sup>2</sup>	$C_{12}H_{19}N$	494·0	235·4	397·5
Chinolin <sup>1</sup>	$C_9H_7N$	507·0	139·8	385·2
Nitromethan <sup>1</sup>	$CH_3NO_2$	374·0	59·5	408·5
Nitroethan <sup>1</sup>	$C_2H_5NO_2$	387·0	80·2	401·7
Aethylnitrat <sup>4</sup>	$C_2H_5NO_3$	359	90·1	321·6
Isoamylnitrat <sup>1</sup>	$C_5H_{11}NO_3$	420	153·6	336·5
Nitrobenzol <sup>4</sup>	$C_6H_5NO_2$	492	124·9	387·2
Phosphorelorid <sup>5</sup>	$PCl_3$	350	93·65	405·7
Phosphoroxielorid <sup>6</sup>	$POCl_3$	381·6	101·6	368·4
Phosphorsulfoclorid <sup>7</sup>	$PSCl_3$	398·1	116·11	413·7
Phosphorilbromclorid <sup>7</sup>	$POCl_2Br$	410·6	107·4	342·3
Trimethylphosphat <sup>7</sup>	$C_3H_9PO_4$	470·2	139·45	386·6
Dimethyläthylphosphat <sup>7</sup>	$C_4H_{11}PO_4$	476·3	161·45	380·1
Arsentriclorid <sup>5</sup>	$AsCl_3$	404·6	94·6	375·1
Antimontrichlorid <sup>8</sup>	$SbCl_3$	500	100·7	407·8
Antimontribromid <sup>8</sup>	$SbBr_3$	548	116·8	341·0
Siliciumclorid <sup>5</sup>	$SiCl_4$	332·0	121·5	356·1
Titanclorid <sup>5</sup>	$TiCl_4$	409·0	125·2	416·7
Onclorid <sup>5</sup>	$SnCl_2$	387·5	131·25	326·7
Eezetsavanhydrid <sup>2</sup>	$C_4H_6O_3$	411·0	109·9	375·7
Propylacrylat <sup>7</sup>	$C_8H_{10}O_2$	395·9	144·95	377·2

<sup>1</sup> SCHIFF adata. <sup>2</sup> ZANDER adata. <sup>3</sup> THORPE adata. <sup>4</sup> KOPP adata.  
<sup>5</sup> THORPE és PIERRE adatainak középértéke. <sup>6</sup> THORPE és BUFF adatainak középértéke. <sup>7</sup> WEGER adata. <sup>8</sup> PIERRE adata.

Az itt közölt értékek között a maximális eltérés (a mely csak ritkán fordul elő) 25 %. Ezen eltérést teljesen megmagyarázza az a körülmény, hogy az abszolút forráspont a megfelelő hőfoktól néha 15 %-nyi eltérést is mutat, a mint erről a meglevő kritikus adatok alapján meggyőződtem. Minthogy az abszolút forráspontban 15 % eltérés a molekulatérfogat  $\frac{2}{3}$ -ik hatványában körülbelül 10 % eltérést okoz, a fenti 25 % eltérés a  $\frac{T \cdot v^{\frac{2}{3}}}{(H + 3.93C + \dots)^2}$  értékben előre várható, úgy hogy a constans értékének fenti ingadozásai nem szólnak a törvény helyessége ellen.

A megfelelő hőfokokra való átszámítást a kritikus adatok alapján alább végeztem el, itt csak hozzávetőleg mutatom ki, hogy az eltérések körülbelül megfelelnek a fenti oknak. Így például a homolog sorozatban a magasabb tagoknál a  $\frac{T_{i, \frac{2}{3}}}{(H + \dots)^2}$  érték növekedése teljesen megfelel a PAWLEVSZKY által a kritikus hőfokra megállapított azon törvényszerűségnek,\* mely szerint

$$\vartheta_0 = T + \text{const.}, \quad (\text{I})$$

hol  $\vartheta_0$  az abszolút kritikus hőfok,  $T$  az abszolút forráspont.

A constans értéke a különböző vegyületesoportoknál különböző; azonban ezen összefüggés általános érvényességét a kevés kísérleti adat alapján kimondani nem lehetett.

Ezen (I) összefüggés alapján következik, hogy a  $\vartheta = \frac{T}{\vartheta_0}$  értéke, melynek egyenlősége a megfelelő állapotok feltétele, a homolog vegyületek forráspontján nem egyenlő, hanem a magasabb homologoknál nagyobb a  $\vartheta$  értéke.

Ugyanis

$$\vartheta = \frac{T}{\vartheta_0} = \frac{T}{T+c} = \frac{1}{1 + \frac{c}{T}};$$

minthogy a magasabb homologok forráspontja magasabb, tehát  $\vartheta$  értékének is nagyobbnak kell lenni. Ez teljes összhangzásban van a fent említett érték növekedésével.

Valószínűnek tartom, hogy a fenti értékekre csekély associatio is befolyással lehetett.

\* Ber. d. deutsch. chem. Gesellschaft. 15. 2460. (1882).

Ezeken kívül a forráspont és a molekulatérfogatnak a valódi értékektől való 1—2 (néha több) % eltérése is befolyással van a fenti értékekre.

Hogy a forráspont és megfelelő hőfok különbözősége folytán keletkezett eltéréseket megszüntessem, mint már fentebb is jeleztem, a párolgás-hőre végeztem a számításokat a 9) egyenlet alapján:

$$\frac{Qv^{\frac{2}{3}}}{(H+3\cdot93C+\dots)^2} = \text{const.}$$

Ezen érték már valóban állandónak bizonyult és a hol eltérések mégis vannak, azok olyanok, hogy bátran tekinthetők a párolgás-hő hibás kísérleti értékének.

$$Q = \rho - L = Ml - 2T.$$

Hol  $\rho$  a molekulapárolgási hő,  $\rho = Ml$  ( $l$ =gramm párolgási hő),  $L=2T$ , a külső munka.

Mínthogy csak igen csekély eltérést okoz végeredményben, ha  $Q$  helyett  $\rho$ -t használom, a számítások megtakarítása végett ezt teszem; így tehát a 9) egyenlet a következő lesz:

$$\frac{Mlv^{\frac{2}{3}}}{(H+3\cdot93C+\dots)^2} = \text{const.} \quad (10)$$

A használt  $l$  értékek főképen SCHIFF,<sup>1</sup> DROLLY,<sup>2</sup> REGNAULT,<sup>3</sup> BERTHELLOT<sup>4</sup> és ANDREWS<sup>5</sup> adatai, azonkívül a LANDOLT tabellákból is vettem értékeket.

Vegyület	Összetétel	Párolgás-hő ( $l$ )	Mol.- térfogat	Const. értéke
Benzol — — — — —	$C_6H_6$	93·45 (SCHIFF)	95·94 <sup>5</sup>	7870·6
Toluol — — — — —	$C_7H_8$	83·55 "	117·97 <sup>5</sup>	7816·0
Aethylbenzol — — — — —	$C_8H_{10}$	76·4 "	138·93 <sup>5</sup>	7737·0
Mesitylen — — — — —	$C_9H_{12}$	71·7 "	162·4 <sup>5</sup>	7940·0
Oymol — — — — —	$C_{10}H_{14}$	66·3 "	184·46 <sup>5</sup>	7834·0
Decan — — — — —	$C_{10}H_{22}$	60·83 (LOUGUININE) <sup>4</sup>	231·31 <sup>5</sup>	8087
Cetan — — — — —	$C_{18}H_{38}$	70·92 "	184·46 <sup>5</sup>	8280
Propylformiat — — —	$C_4H_8O_2$	$\left\{ \begin{array}{l} 90·2 \text{ (DROLLY)} \\ 85·25 \text{ (SCHIFF)} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 106·25 \\ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 8093 \\ 7585 \end{array} \right.$

<sup>1</sup> SCHIFF: Liebig Annalen 234.

<sup>2</sup> Phil. Mag. 41. 36. old.

<sup>3</sup> WINKELMANN: Handbuch der Physik. 2. 2.

<sup>4</sup> Comptes rendus, 121. 556.

<sup>5</sup> SCHIFF adata.

<i>Vegyület</i>	<i>Összetétel</i>	<i>Párolgás-hő (l)</i>	<i>Mol.- térfogat</i>	<i>Const. értéke</i>
Methylpropionat — — — — —	$C_4H_8O_2$	89 (DROLLY)	104·86 <sup>1</sup>	7769
Propylacetat — — — — —	$C_5H_{10}O_2$	{ 83·2 77·3 (SCHIFF)	128·06 <sup>1</sup>	8200 7590
Aether — — — — —	$C_4H_{10}O$	91·23 (REGNAULT)	106·2 <sup>1</sup>	8024
$PCl_3$ — — — — —	$PCl_3$	51·42 (ANDREWS)	32·8 <sup>2</sup>	8040
Cloroform — — — — —	$CHCl_3$	61·1 (REGNAULT)	84·56 <sup>1</sup>	8136
Methylbutirat — — — — —	$C_5H_{10}O_2$	79·7 (DROLLY)	126·75 <sup>3</sup>	7702
Aethyljodid — — — — —	$C_2H_5J$	46·87 (ANDREWS)	86·55 <sup>4</sup>	7951
Aethylformiat — — — — —	$C_3H_6O_2$	94·4 (DROLLY)	85·14 <sup>5</sup>	7556

Minthogy sok vegyületnél több egymástól eltérő párolgás-hő érték ismeretes, az összehasonlítások egyszerűsítése kedvéért a 10) egyenletből az  $l$  értéket számítom ki (a constans értékét 7750-ben állapítva meg a fentiek alapján):

$$l = 7750 \frac{(H + 3 \cdot 93C + 7 \cdot 11Cl + \dots)^2}{M \cdot v^{\frac{2}{3}}}, \quad (11)$$

és az ezen egyenletből számított  $l$ -eket hasonlítom össze a párolgás-hő kísérleti értékeivel.

Szigorúan helyes összefüggést csak a külső munka nélküli párolgási hőre ( $l_b$ ) állapíthatunk meg:

$$l_b = 7000 \frac{(H + 3 \cdot 93C + 7 \cdot 11Cl + \dots)^2}{M \cdot v^{\frac{2}{3}}}. \quad (11a)]$$

Egyszerűség kedvéért a 11) egyenletet használom.

A számított párolgás-hő csaknem mindig a különböző szerzők kísérleti értékei közé esik. Egynéhány esetben tapasztalható ugyan jelentékenyebb eltérés, de ezen eltéréseket megmagyarázza azon körülmény, hogy a különböző szerzők értékei között is előfordulnak ilyen eltérések.

<i>Vegyület</i>	<i>Összetétel</i>	<i>Molekula- térfogat</i>	<i>Párolgás-hő (számított)</i>	<i>Párolgás-hő (kísérleti)</i>
Methylformiat — — — — —	$C_2H_4O_2$	62·84 <sup>5</sup>	115·8 cal.	{ 115·2 (BERTH.) 117·1 (ANDR.) 110·1 (DROLLY)
Acetylformiat — — — — —	$C_3H_6O_2$	85·14 <sup>5</sup>	96·8 cal.	{ 94·4 (DROLLY) 100·7 (BERTH.) 105·3 (ANDR.) 92·2 (SCHIFF)

<sup>1</sup> SCHIFF adata. <sup>2</sup> LANDOLT tabellákból. <sup>3</sup> GARTENMEISTER adata. <sup>4</sup> DOBRINER adata. <sup>5</sup> ELSÄSSER adata.

Vegyület	Összetétel	Molekula- térfogat	Párolgás-hő (számított)	Párolgás-hő (kísérleti)
Methylacetat — — —	$C_3H_6O_2$	83·77 <sup>1</sup>	99·21 cal.	{ 97·0 (DROLLY) { 94·0 (SCHIFF) { 89·86 (BERTH.) { 110·2 (ANDR.)
Aethylacetat — — —	$C_4H_8O_2$	106·15 <sup>1</sup>	87·15 cal.	{ 88·1 (DROLLY) { 92·68 (ANDR.) { 83·1 (SCHIFF) { 84·3 (WIRTZ)
Propylformiat — — —	$C_4H_8O_2$	106·2 <sup>2</sup>	86·36 cal.	{ 85·25 (SCHIFF) { 90·2 (DROLLY)
Methylpropionat — — —	$C_4H_8O_2$	104·86 <sup>1</sup>	87·9 cal.	{ 89·0 (DROLLY) { 84·15 (SCHIFF)
Propylacetat — — —	$C_5H_{10}O_2$	128·4 <sup>2</sup>	78·8 cal.	{ 77·3 (SCHIFF) { 83·2 (DROLLY)
Aethylpropionat — — —	$C_5H_{10}O_2$	127·7 <sup>2</sup>	79·28 cal.	{ 77·1 (SCHIFF) { 81·8 (DROLLY)
Methylbutyrat — — —	$C_5H_{10}O_2$	126·75 <sup>1</sup>	80·1	{ 79·7 (DROLLY) { 77·25 (SCHIFF)
Methyl i. butyrat — — —	$C_5H_{10}O_2$	126·54 <sup>1</sup>	80·2	{ 75·5 (SCHIFF) { 75 (DROLLY)
i. Butylformiat — — —	$C_5H_{10}O_2$	129·95 <sup>1</sup>	77·4	77·0 (SCHIFF)
Methylvalerat — — —	$C_6H_{12}O_2$	149·6 <sup>1</sup>	73·12	70·0 "
Amylformiat — — —	$C_6H_{12}O_2$	150·5 <sup>1</sup>	72·4	71·65 "
Propylpropionat — — —	$C_6H_{12}O_2$	149·87 <sup>1</sup>	72·8	71·5 "
Aethylbutirat — — —	$C_6H_{12}O_2$	150·37 <sup>1</sup>	72·6	71·5 "
i. Butylpropionat — — —	$C_7H_{14}O_2$	174·23 <sup>1</sup>	66·64	66·0 "
Amylacetat — — —	$C_7H_{14}O_2$	173·8 <sup>2</sup>	66·84	66·35 "
Propylbutirat — — —	$C_7H_{14}O_2$	173·89 <sup>1</sup>	66·80	66·2 "
Amylpropionat — — —	$C_8H_{16}O_2$	195·04 <sup>1</sup>	63·12	63·15 "
i. Butylbutirat — — —	$C_8H_{16}O_2$	200·53 <sup>1</sup>	60·72	61·9 "
Propylvalerat — — —	$C_8H_{16}O_2$	197·8 <sup>1</sup>	61·92	61·15 "
i. Butyl i. butirat — — —	$C_8H_{16}O_2$	196·01 <sup>1</sup>	62·65	60·0 "
Amylbutirat — — —	$C_9H_{18}O_2$	221·52 <sup>1</sup>	57·65	59·4 "
Amyl i. butirat — — —	$C_9H_{18}O_2$	223·04 <sup>1</sup>	57·08	57·65 "
i. Butylvalerat — — —	$C_9H_{18}O_2$	223·40 <sup>1</sup>	56·9	57·7 "
Amylvalerat — — —	$C_{10}H_{20}O_2$	245·8 <sup>2</sup>	54·79	56·1 "
i. Butylacetat — — —	$C_6H_{12}O_2$	150·10 <sup>1</sup>	72·7	69·9 "
Aethylvalerat — — —	$C_7H_{14}O_2$	173·44 <sup>1</sup>	67·0	64·56 "
Methyljodid — — —	$CH_3J$	66 <sup>3</sup>	46·21	46·07 (ANDR.)

<sup>1</sup> ELSÄSSER adata. <sup>2</sup> GARTENMEISTER adata. <sup>3</sup> PIERRE és DOBRINER adatainak középértéke.

Vegyület	Összetétel	Molekula- térfogat	Párolgás-hő (számított)	Párolgás-hő (kísérleti)
Aethyljodid ... ..	$C_2H_5J$	85·8 <sup>1</sup>	45·67	46·87 (ANDR.)
Amyljodid ... ..	$C_5H_{11}J$	150·4 <sup>2</sup>	54·12	47·5 (BERTH.)
Amylbromid ... ..	$C_5H_{11}Br$	139·2 <sup>3</sup>	54·8	48·4 "
Amylclorid ... ..	$C_5H_{11}Cl$	135·4 <sup>3</sup>	66·0	56·5 "
Aethyloxalat ... ..	$C_6H_{10}O_4$	166·5 <sup>4</sup>	66·81	72·7 (ANDR.)
Ónelorid ... ..	$SnCl_4$	131·4 <sup>3</sup>	35·43	30·53 "
Aethylenbromid ... ..	$C_2H_4Br_2$	97·65 <sup>5</sup>	48·9	43·8 (BERTH.)
Methylenclorid ... ..	$CH_2Cl_2$	65·12 <sup>6</sup>	70·8	75·24 "
Phosphorclorid ... ..	$PCl_3$	92·8 <sup>7</sup>	49·4	51·42 (ANDR.)
Aether ... ..	$C_4H_{10}O$	106·2 <sup>5</sup>	88·0	89·96 (BRIX)
				88·39 (WIRTZ)
				90·45 (ANDR.)
				91·23 (REGN.)
Benzol ... ..	$C_6H_6$	95·94 <sup>5</sup>	91·8	93·45 (SCHIFF)
Toluol ... ..	$C_7H_8$	117·97 <sup>5</sup>	82·85	83·55 "
Aethylbenzol ... ..	$C_8H_{10}$	138·93 <sup>5</sup>	76·55	76·4 "
Mesitylen ... ..	$C_9H_{12}$	162·4 <sup>5</sup>	69·92	71·7 "
Cymol ... ..	$C_{10}H_{14}$	184·46 <sup>5</sup>	65·9	66·3 "
Decan ... ..	$C_{10}H_{22}$	231·31 <sup>5</sup>	50·9	60·83 (LOUG.)
Octan ... ..	$C_8H_{18}$	184·46 <sup>5</sup>	66·7	70·92 "
Cloroform ... ..	$CHCl_3$	84·56 <sup>5</sup>	58·2	61·1 (REGN.)

Említettem, hogy a  $\frac{T_0^3}{(H+3\cdot93C+\dots)^2} = \text{const.}$  csak a megfelelő hőfokokon érvényes. Minthogy a normális forráspont nem szigorúan megfelelő hőfok, a constans értéke kisebb-nagyobb ingadozást mutatott. Az alábbiakban a számítást szigorúan a megfelelő hőfokra végeztem el, és valóban azt tapasztaltam, hogy a constans értéke a kísérleti hibák határain belül állandó.

A különböző vegyületek megfelelő állapotának közvetlenül a kritikus állapotot használtam.

Megvizsgáltam tehát a

$$\frac{\partial_0 \varphi_0^{\frac{2}{3}}}{(H+3\cdot93C+\dots)^2} = \text{const.} \quad (12)$$

összefüggést, hol  $\partial_0$  a kritikus hőmérséklet abszolút fokokban,  $\varphi_0$  a molekulatérfogat a kritikus hőfokon.

<sup>1</sup> PIERRE és DOBRINER adatainak középértéke. <sup>2</sup> DOBRINER adata.

<sup>3</sup> PIERRE adata. <sup>4</sup> WEGE és KOPP adatainak középértéke. <sup>5</sup> SCHIFF adata.

<sup>6</sup> THORPE adata. <sup>7</sup> LANDOLT Tabellen.

Vegyület	Összetétel	Krit. hőfok $\vartheta_0$	Krit. térfogat $\varphi_0$	$\frac{\vartheta_0 \varphi_0^{\frac{2}{3}}}{(H + 3 \cdot 93C + \dots)^{\frac{2}{3}}}$ értéke
Benzolelorid <sup>1</sup> — — — — —	$C_6H_5Cl$	633	307·1	2524
Benzoljodid <sup>1</sup> — — — — —	$C_6H_5J$	721	349·28	2520
Benzol <sup>1</sup> — — — — —	$C_6H_6$	561·5	256·85	2568
$CCl_4$ <sup>1</sup> — — — — —	$CCl_4$	556·75	276·85	2438
Aether <sup>1</sup> — — — — —	$C_4H_{10}O$	467·4	281·2	2355
Benzolfluorid <sup>1</sup> — — — — —	$C_6H_5F$	559·55	270·9	2158
Benzolbromid <sup>1</sup> — — — — —	$C_6H_5Br$	670	343·94	2645
Ónelorid <sup>1</sup> — — — — —	$SnCl_4$	591·7	350·22	2178
Methylæthylæther <sup>2</sup> — —	$C_3H_8O$	441	195·44	2024
Methylformiat <sup>1</sup> — — — — —	$C_2H_4O_2$	487	171·7	2417
Aethylformiat <sup>2</sup> — — — — —	$C_3H_6O_2$	506	234·9	2499
Aethylformiat <sup>1</sup> — — — — —	$C_3H_6O_2$	508·3	229·0	2416
Propylformiat <sup>2</sup> — — — — —	$C_4H_8O_2$	533·8	288·5	2473
i. Butylformiat <sup>2</sup> — — — — —	$C_5H_{10}O_2$	551·2	354·2	2439
Amylformiat <sup>2</sup> — — — — —	$C_6H_{12}O_2$	575·6	411·4	2394
Methylacetat <sup>2</sup> — — — — —	$C_3H_6O_2$	505·9	231·25	2440
Methylacetat <sup>1</sup> — — — — —	$C_3H_6O_2$	506·7	227·4	2384
Aethylacetat <sup>2</sup> — — — — —	$C_4H_8O_2$	522·5	294·04	2434
Aethylacetat <sup>1</sup> — — — — —	$C_4H_8O_2$	523·1	285·62	2333
Propylacetat <sup>2</sup> — — — — —	$C_5H_{10}O_2$	549·3	351·7	2405
i. Butylacetat <sup>2</sup> — — — — —	$C_6H_{12}O_2$	561·3	412·8	2346
Methylpropionat <sup>2</sup> — — — — —	$C_4H_8O_2$	528·7	293·33	2511
Methylpropionat <sup>1</sup> — — — — —	$C_4H_8O_2$	530·4	281·75	2317
Aethylpropionat <sup>2</sup> — — — — —	$C_5H_{10}O_2$	545·4	356·9	2430
Methylbutyrat <sup>2</sup> — — — — —	$C_5H_{10}O_2$	551·0	350·5	2406
Aethylbutyrat <sup>2</sup> — — — — —	$C_6H_{12}O_2$	565·8	420·3	2434
Aethyl i. butyrat <sup>2</sup> — — — — —	$C_6H_{12}O_2$	553·4	420·3	2382
Methylvalerat <sup>2</sup> — — — — —	$C_6H_{12}O_2$	566·7	417·2	2410
Aethylenchlorid <sup>2</sup> — — — — —	$C_2H_4Cl_2$	523·0	236·3	2780

A mint ezen adatokból látható, a fenti 11) összefüggés kísérletileg helyesnek bizonyult.

Az eddigieket összefoglalva, látható, hogy a levezetett atomvonzás törvénye

$$f = \beta \frac{(a_1 a_2)^{0.55}}{r^{5.55}}$$

a következő kísérletileg helyes összefüggésekre vezetett:

<sup>1</sup> JOUNG és RAMSAY. Phil. Mag. (5) 33. 153, 34. 555, 1892.

<sup>2</sup> NADEJDINE adata.

$$\frac{Tv^{\frac{3}{2}}}{(H+3\cdot93C+\dots)^2} = 380, \quad 1)$$

hol  $T$  a vegyület megfelelő hőfoka abszolút értékben,  $v$  a molekula-térfogata ezen a hőfokon, ha a megfelelő hőfok alapjául pl. a benzol normális forráspontja szolgál.

$$\frac{\lambda v^{\frac{3}{2}}}{(H+3\cdot93C+\dots)^2} = 7750, \quad 2)$$

hol  $\lambda$  a molekula párolgás-hő,  $v$  az ugyanazon hőfokon levő molekulatérfogat. Helyesebben

$$\frac{Qv^{\frac{3}{2}}}{(H+3\cdot93C+\dots)^2} = 7000, \quad 2a)$$

hol  $Q = \lambda - 2T$ .

Az 1) és 2)-ből következik a TROUTON törvénye (VAN DER WAALS-féle módosításban):

$$\frac{\lambda}{T} = 20\cdot4.$$

Végül pedig

$$\frac{\vartheta_0 \varphi_0^{\frac{3}{2}}}{(H+3\cdot93C+\dots)^2} = 2400. \quad 3)$$

Az 1) és 3)-ból következik:

$$\vartheta \varphi^{\frac{3}{2}} = \text{const.} = 0\cdot151, \quad 3a)$$

hol

$$\vartheta = \frac{T}{\vartheta_0} \quad \text{és} \quad \varphi = \frac{v}{\varphi_0}.$$

Mint hogy  $T$  megfelelő hőfok,  $\vartheta$  értéke minden vegyületnél ugyanaz, és így a 3a) egyenlethől következik, hogy  $\varphi$  is valamennyi vegyületnél egyenlő, a mi a VAN DER WAALS-féle egyenlet alapján már ismeretes.

Ha a megfelelő hőfok alapjául a benzol abszolút forráspontját választom, a  $\varphi^{\frac{3}{2}}\vartheta = 0\cdot151$  összefüggést kapjuk.

Továbbá, mint hogy a kísérleti értékek szerint a benzolnál

$$\vartheta = \frac{353}{561\cdot5} = 0\cdot63,$$

következik, hogy  $\varphi = 0\cdot386$  (a kísérlet szerint  $0\cdot375$ ).



Ezen összefüggés kísérleti ellenőrzését a többi vegyületre felesleges elvégezni, minthogy ez nem tartalmaz újat.

A 2) és 3) összefüggésből következik

$$\frac{\lambda}{\vartheta_0} \varphi^{\frac{2}{3}} = 3 \cdot 23, \quad (3b)$$

hol  $\lambda$  és  $\varphi$  bármely hőfokra vonatkozó értékeket jelent; (a  $\varphi$  itt már nem constans).

A 3b) egyenlet alkalmazható a kritikus térfogat, illetőleg a kritikus sűrűség kiszámítására:

$$\varphi_0^{\frac{2}{3}} = 0 \cdot 31 \cdot \frac{\lambda v^{\frac{2}{3}}}{\vartheta_0} \quad (3c)$$

és

$$d_0^{\frac{2}{3}} = 3 \cdot 23 \cdot \frac{\vartheta_0 d}{\lambda} \quad (3d)$$

Minthogy a 3c) és 3d) csak a 2) és 3) egyenletet foglalja magában, és minthogy a 2) és 3) egyenlet kísérletileg már ellenőrzött, további ellenőrzés itt szükségtelen.

Az 1), 2) és 3) alatti összefüggések csakis a nem asszociált vegyületekre lehetnek érvényesek.

A következőkben megvizsgálom és alkalmazom a fenti összefüggéseket az asszociált vegyületekre is.

Az asszociált vegyületek párolgás-hője ( $\lambda$ ) két részből állónak tekinthető, az egyik része ( $Q$ ) az asszociált molekuláknak egymástól való eltávolítására szükséges (ez a tulajdonképeni párolgás-hő), a másik része ( $Q_a$ ) az asszociált molekuláknak normális molekulákká való disszociációjára szükséges.

$$\begin{aligned} \lambda &= Q + Q_a \\ Q &= \lambda - Q_a. \end{aligned}$$

Minthogy  $Q$  a tulajdonképeni párolgás-hőt jelenti, alkalmazhatjuk a kiszámítására a 9) egyenletet; legyen  $a$  az asszociatio foka, úgy a 9) egyenletben levő  $v^{\frac{2}{3}}$  helyett  $a^{\frac{2}{3}} \cdot v^{\frac{2}{3}}$  használandó, a  $(H + 3 \cdot 93C + \dots)^2$  helyett  $a^2 (H + 3 \cdot 93C + \dots)^2$ , a  $Q$  értéke helyett pedig a fenti  $(\lambda - Q_a) \cdot a$  veendő. Ezek alapján a 9) egyenlet a következő lesz:

$$\frac{a(\lambda - Q_a) a^{\frac{1}{2}} \cdot v^{\frac{1}{2}}}{a^2 (H + 3 \cdot 93 C + \dots)^2} = \text{const.}$$

és

$$\frac{(\lambda - Q_a) v^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}}}{(H + 3 \cdot 93 C + \dots)^2} = 7750. \quad (13)$$

Ezen egyenlet alapján kiszámítható az associatio munkája:

$$Q_a = \lambda - \frac{7750 (H + 3 \cdot 93 C + \dots)^2}{\sqrt[3]{av^3}}.$$

Például:

Vegyület	Associatio fok	Molekula-térfogat	Párolgási hő	Associatio hő
Víz	2·63 <sup>1</sup>	18·73 <sup>2</sup>	9648 cal. <sup>4</sup>	7080 cal.
Aethylalkohol	2·24 <sup>1</sup>	62·18 <sup>2</sup>	9609 cal. <sup>4</sup>	5994 cal.
Methylalkohol	3·24 <sup>1</sup>	42·71 <sup>2</sup>	8445 cal. <sup>4</sup>	6035 cal.
Amylalkohol	1·57 <sup>1</sup>	123·4 <sup>3</sup>	10683 cal. <sup>4</sup>	5390 cal.

A használt értékek a forráspontra vonatkoznak.

Ezen számításoknál az volt feltételezve, hogy az associatio az elpárolgás után teljesen megszűnik.

A hangyasavnál és eczetsavnál kísérletileg meg van állapítva, hogy elpárolgás után is csaknem ugyanaz marad az associatio foka, mint a mi folyós állapotukban volt; ezeknél tehát a  $Q_a=0$  és így

$$\lambda = 7750 \frac{(H + 3 \cdot 93 C + \dots)^2}{(av^3)^{\frac{1}{2}}}$$

minthogy  $\lambda = Ml$  ( $l$  a gramm párolgási hő):

$$l = 7750 \frac{H + 3 \cdot 93 C + \dots}{M(av^3)^{\frac{1}{2}}}.$$

A számítást elvégezve, a talált érték a kísérleti értékektől csak kevéssé tér el, és ezt az eltérést is megmagyarázza az associatio fok bizonytalan értéke.

				<i>l</i> számított	<i>l</i> kísérleti
Eczetsav	~ ~ ~ ~ $C_2H_4O_2$	$a=1\cdot58^5$	$v=63\cdot2$	88·5	84·9 <sup>6</sup>
Hangyasav	~ ~ ~ ~ $CH_2O_2$	$a=1\cdot57^5$	$v=41\cdot44$	112·3	103·7 <sup>6</sup>

<sup>1</sup> RAMSAY és SCHIELDS adata alapján számított forrásponton levő érték.  
<sup>2</sup> SCHIFF adata. <sup>3</sup> ZANDER adata. <sup>4</sup> FAYRE és SILBERMANN adata. <sup>5</sup> Ber. d. deutsch. chem. Gesellschaft, 30. 270. old. 1897. <sup>6</sup> BERTHELLOT adata.

Az associatiofok a kísérletek tanúsága szerint a hőfok emelkedésével csökken. Magas hőmérséken például a víz már normális összetételű.

Valóban, ha a vízre kiszámítom a

$$\frac{\partial_0 \varphi_0^{\frac{3}{2}}}{(H+3.93C+\dots)^2}$$

értékét, ugyanazt kapom, mint a többi normális vegyületnél.

$$\text{Víz} \dots H_2O \quad \partial_0 = 631 \cdot 1 \quad \varphi_0 = 41 \cdot 91 \cdot 1 \quad \frac{\partial_0 \varphi_0^{\frac{3}{2}}}{(H+3.93C+\dots)^2} = 2319.$$

A víz kritikus hőfokán tehát már normális.

Az æthylalkohol még mutat egy kevés associatiót:

$$C_2H_6O \quad \partial_0 = 536 \cdot 7^2 \quad \varphi_0 = 167 \cdot 16^2 \quad \frac{\partial_0 \varphi_0^{\frac{3}{2}}}{(H+3.93C+\dots)^2} = 2712.$$

Az eczetsav szintén associálva van a kritikus hőfokon:

$$C_2H_4O_2 \quad \partial_0 = 594 \cdot 9^2 \quad \varphi_0 = 170 \cdot 76^2 \quad \frac{\partial_0 \varphi_0^{\frac{3}{2}}}{(H+3.93C+\dots)^2} = 2924.$$

A propylalkohol associációja a kritikus hőfokon teljesen megszűnik:

$$C_3H_6O \quad \partial_0 = 536^2 \quad \varphi_0 = 218 \cdot 04^2 \quad \frac{\partial_0 \varphi_0^{\frac{3}{2}}}{(H+3.93C+\dots)^2} = 2356$$

### Az arányossági tényező kiszámítása.

Most áttérek az atom vonzóerő arányossági tényezőjének a meghatározására, midőn a távolság egysége a centiméter, a tömeg egysége a gramm, az erő egysége pedig a dyn.

Az

$$f = \beta \frac{(a_1 a_2)^{0.55}}{r^{5.5}}$$

képletben a  $\beta$  értékét fogom kiszámítani.

A  $\beta$  kiszámítása úgy történik, hogy az  $f = \beta \frac{a_1 a_2^{0.55}}{r^{5.5}}$  erő-törvény alapján kiszámítom egyetlen vegyület párolgás-hőjét,

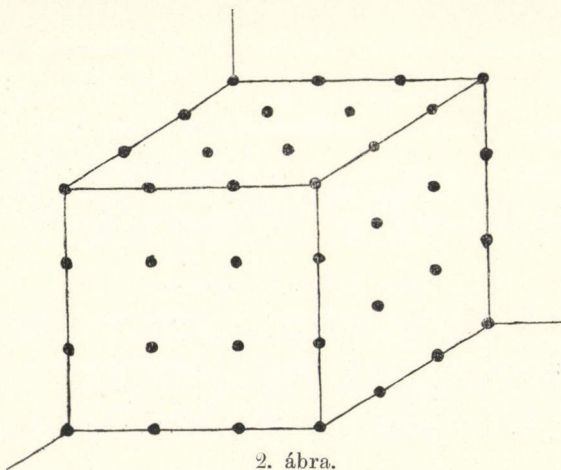
<sup>1</sup> NADEJDINE adata. WINKELMANN: Handbuch d. Physik.

<sup>2</sup> JOUNG és RAMSAY adatai. Phil. Mag. [5] 34. 595. 1892.

(tehát nem mint eddig két vegyület párolgás-hőjének viszonyát); ezen számított és a kísérletileg meghatározott párolgás-hő alapján a  $\beta$  értéke kiszámítható.

Számítsuk ki azon munkát, midőn a felszínen levő molekulák közül az egyik eltávozik a vegyületből a végtelenbe.

A vegyület molekuláit képzeljük szabályosan elrendezkedve oly módon, hogy a molekulák a három egymásra merőleges irányban egymástól egyenlő távolságokban sorakoznak, a mint az ábra mutatja:



2. ábra.

(Az egyes pontok a molekulákat ábrázolják.)

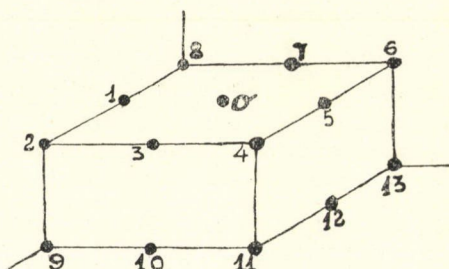
Megjegyzem, hogy a molekuláknak bármily módon való csoportosítása önkényes dolog, minthogy — folyadékról lévén szó — a molekulák a legnagyobb összevisszaságban vannak, a használt csoportosítás azonban a legjobban közelíti meg a valóságot.

Kiszámítom a molekuláknak ilyen csoportosítása mellett azt a munkát, mely egy molekulának eltávolítására kell.

Ezen munka igen hosszadalmas számítás útján határozható meg. Ki kell ugyanis számítani a reá még hatást gyakorló egyes molekuláktól való eltávolodásakor végzett munkát.

A számítást az eltávozó molekulához legközelebb eső közel 8000 molekulára nézve végeztem el, a többi molekula hatása már elhanyagolható.

A számítást egynéhány molekulára nézve itt is elvégzem.



3. ábra.

Legyen az eltávozó molekula az  $O$ .

A molekula tömege  $(a_1 + a_2 + \dots) = m$ . Midőn az  $O$  az 1-től a végtelenig megy, a végzett munka:

$$\mu_1 = \beta (a_1^{0.55} + a_2^{0.55} + \dots)^2 \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^{5.5}} = \beta \frac{(a_1^{0.55} + a_2^{0.55} + \dots)^2}{4 \cdot 5 r^{4.5}}.$$

Midőn az  $O$  a 2-től távozik el, a végzett munka:

$$\mu_2 = \beta (a_1^{0.55} + a_2^{0.55} + \dots)^2 \int_{r\sqrt{2}}^{\infty} \frac{dr}{r^{5.5}} = \beta \frac{(a_1^{0.55} + a_2^{0.55} + \dots)^2}{4 \cdot 5 r^{4.5} (\sqrt{2})^{4.5}},$$

(a 2 távolsága az  $O$ -tól  $r\sqrt{2}$ ).

Midőn az  $O$  a 3-tól távozik, a végzett munka:

$$\mu_3 = \beta \frac{(a_1^{0.55} + a_2^{0.55} + \dots)^2}{4 \cdot 5 r^{4.5}}.$$

A 4-től

$$\mu_4 = \beta \frac{(a_1^{0.55} + a_2^{0.55} + \dots)^2}{4 \cdot 5 r^{4.5} (\sqrt{2})^{4.5}}.$$

És így tovább.

Midőn pl. a 9-től távozik el az  $O$ , minthogy a távolság  $r\sqrt{3}$ , a végzett munka:

$$\mu_9 = \beta \frac{(a_1^{0.55} + a_2^{0.55} + \dots)^2}{4 \cdot 5 \cdot r^{4.5} (\sqrt{3})^{4.5}}.$$

Ugyanilyen módon számítottam ki közel 8000 legközelebbi molekulától való eltávozás munkáját.

Ezen munkák összege adja meg az egy molekula eltávozásához szükséges munkát:

$$\mu = \beta \frac{(a_1^{0.55} + a_2^{0.55} + \dots)^2}{4.5 r^2} \left( \frac{5}{1^2} + \frac{8}{2^2} + \frac{4}{3^2} + \frac{5}{4^2} + \frac{16}{5^2} + \dots \right).$$

Fölöslegesnek tartom azt a rendkívüli sok számot leírni, hanem mindjárt a zárójelben levő számok összegét írom:

$$\mu = \beta \frac{(a_1^{0.55} + a_2^{0.55} + \dots)^2}{4.5 r^2} 8.65.$$

Legyen a vegyület molekulasúlynyi mennyiségében  $N$  számú molekula. Midőn az  $N$  számú molekula elpárolog, a végzett munka (a molekula-párolgás-hő):

$$Q = N \cdot \frac{8.65}{4.5} \beta \frac{(a_1^{0.55} + a_2^{0.55} + \dots)^2}{r^2}. \quad (14)$$

Ha pedig tekintetbe vesszük, hogy

$$r = \sqrt[3]{\frac{v}{N}},$$

továbbá

$$(a_1^{0.55} + a_2^{0.55} + \dots)^2 = \frac{(A_1^{0.55} + A_2^{0.55} + \dots)^2}{N^{1.1}} = \frac{(H_1 + 3.93C_1 + \dots)^2}{N^{1.1}}$$

és

$$N = 4.69 \cdot 10^{23}, *$$

végül pedig:

$$\frac{Q r^3}{(H + 3.93C + \dots)} = 7000 \text{ cal.} = 7000,42000000 \text{ erg.}$$

és ezen értékeket behelyettesítjük a 14) egyenletbe, kapjuk, hogy

$$\beta = 1.067 \cdot 10^{-22}.$$

A  $\beta$  értéke ismeretes lévén, elvégezhetjük az atomok között működő vonzó erő összehasonlítását azon erővel, mely a NEWTON törvény alapján működnek az atomok között.

---

\* THAN: Chemia. I. köt. 158. old.

Legyen a két atom között működő vonzó erő a newtoni törvény értelmében  $f_N$ , a talált törvényem értelmében  $f_a$ ,

$$f_N = \frac{6.48 \cdot 10^{-8} a_1 a_2}{r^2},$$

$$f_a = \frac{1.067 \cdot 10^{-22} (a_1 a_2)^{0.55}}{r^{5.5}}.$$

(Hol  $a_1, a_2$  grammban,  $r$  centiméterekben,  $f$  pedig dyneekben van kifejezve.)

A két erő viszonya

$$\frac{f_a}{f_N} = \frac{1.63 \cdot 10^{-15}}{r^{\frac{7}{2}} (a_1 a_2)^{0.55}}.$$

De

$$a_1 = \frac{A_1}{N}, \quad a_2 = \frac{A_2}{N},$$

hol  $A_1$  és  $A_2$  a kísérleti atomsúlyok

$$r = \sqrt[3]{\frac{v}{N}}$$

és

$$N = 4.69 \cdot 10^{23};$$

ezeket tekintetbe véve

$$\frac{f_a}{f_N} = \frac{1.66 \cdot 10^{-15} \cdot N^{2.067}}{(A_1 A_2)^{0.45} r^{\frac{7}{2}}} = \frac{1.33 \cdot 10^{34}}{(A_1 A_2)^{0.45} v^{\frac{7}{2}}}.$$

Az  $\frac{f_a}{f_N}$  értéke a különféle atomok között más és más; olyan távolságban, minőben a molekulák folyós állapotukban vannak, körülbelül  $10^{30}$ -nal egyenlő a fenti viszony.

Tehát folyékony állapotban két szomszédos molekulában levő atomok  $10^{30}$ -szor oly erővel vonzzák egymást, mint a NEWTON-törvény értelmében kellene.

Ha az atomok  $R = nr$  távolságban vannak egymástól, a két erő viszonya a fentiek alapján:

$$\frac{f_a}{f_N} = \frac{10^{30}}{n^{\frac{7}{2}}}.$$

Ha a távolságot cm-ben fejezzük ki, minthogy 1 cm-ben az  $r$  körülbelül  $10^7$ -ikénszer van meg,

$$\frac{f_a}{f_N} = \frac{10^{5.5}}{R_{cm}^2}.$$

Ezen összefüggés alapján következik, hogy 1 méter távolságban a NEWTON-törvény szerint működő erő már mintegy 30-szor akkora, mint a talált törvény szerint működő erő. 10 méter távolságban pedig már 100,000-szer akkora a newtoni erő.

Azaz, nagy távolságokon csak a newtoni erő, kis távolságokon csak az atom erő működik, a mint ezt az eddigi tapasztalatok és fenti számításaim tanúsítják.

Igaz ugyan, hogy a tapasztalat szerint 1 méternél kisebb távolságnál is még a newtoni erő működik, azonban ezt is ki lehet magyarázni, vagy azzal, hogy a számításnál használt  $r$  érték nem volt helyes, vagy azzal, hogy az atom erő gyorsabban csökken a távolsággal, mint a hogy levezetett törvényem követeli.

Ha az utóbbi eset állana fenn, akkor az erőnek olyannak kell lenni, mely kis távolságokon a talált  $f = \beta \frac{(a_1 a_2)^{0.55}}{r^{5.5}}$  törvényt követi (minthogy a párolgás-hő stb. értékkel ez egyezik meg), és csak a nagyobb távolságokon csökken gyorsabban az erő. Ezen feltevéseknek például a következő alak is megfelel:

$$f = \beta \left( \frac{a_1 a_2}{r^{5.5}} \right)^{0.55} e^{-cr},$$

hol  $c$  egy pozitív szám.

Hogy valóban ilyen törvényt követ az atom erő, és hogy mi a  $c$  értéke, azt eldönteni csak akkor lehetne, ha absolut pontos kísérleti értékek birtokában lennénk.

Ha tehát felteszszük, hogy a két atom között működő erő:

$$F = f_a + f_N = \beta \frac{(a_1 a_2)^{0.55}}{r^{5.5}} e^{-cr} + a \frac{a_1 a_2}{r^2},$$

úgy egyszerűen következik, hogy nagyobb távolságokon a newtoni törvény, kisebb távolságokon pedig a talált törvény érvényesülhet.



Kis távolságokon a  $f_N$  elenyésző az  $f_a$ -hoz képest, nagy távolságokon az  $f_a$  az  $f_N$ -hez képest.

Az a körülmény, hogy a távolság növekedtével gyorsabban csökken az atom-erő, mint a levezetett törvény kívánná, valószínűvé teszi, hogy a távolság csökkenésével gyorsabban is növekszik.

Erre vall különben az a körülmény is, hogy azok a vegyületek, melyeknek molekulái sokkal közelebb vannak egymáshoz, mint a többi vegyületeknél, a levezetett 9), 10) és 12) összefüggésektől olyan irányú eltérést mutatnak, mely arra vall, hogy a kisebb távolságok atomjai között nagyobb vonzó erő működik, mint a mely a levezetett törvénynek megfelelne.

(Ilyen vegyület, illetőleg anyag például a higany, melynek molekulatérfogata  $16 \text{ cm}^3$ , stb.) Hogy a kisebb távolságokon milyen törvényt követ az atom vonzó erő, azt a kísérleti adatok bizonytalansága folytán eldönteni nem lehet.

Ezek után visszatérek a levezetett törvény további alkalmazásaira. Minthogy ismeretes a törvény, mely szerint az atomok vonzzák egymást, tehát mindazon értékek és jelenségek, melyek az atomvonzáson alapulnak, kiszámíthatók, illetőleg megállapíthatók.

Így kiszámítható a folyadékok felületi feszültsége. Kiszámítható a testek szilárdsága, a vegyületek fajmelege, oldási hője stb.

### A folyadékok felületi feszültsége.

A felületi feszültség az atom vonzó erő ismerete alapján elméleti úton kiszámítható. Az elméleti számítást egyelőre nem végzem el, hanem egy ismeretes összefüggés felhasználásával kapcsolatban a levezetett törvénnyel számítom ki a felületi feszültséget és a számított értéket ellenőrzöm a kísérleti értékekkel.

A felhasznált összefüggés a következő:

$$\frac{\lambda}{\gamma v^2} = \text{const.}, \quad \text{I)}$$

hol  $\lambda$  a molekula párolgási hő,  $\gamma$  a felületi feszültség,  $v$  a molekulatérfogata.

Ezen összefüggést WATERSTON 1858-ban állapította meg. azonban hibásan, mert szerinte az összefüggés minden hőfokon érvényes, holott, mint Eötvös levezeti,<sup>1</sup> csakis a megfelelő állapotokban érvényes az összefüggés.

Az I) összefüggésből következik, hogy a megfelelő hőfokokon :

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad \text{Ia)}$$

A 9) egyenletből következik :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \left( \frac{H_1 + 3 \cdot 93 C_1 + \dots}{H_2 + 3 \cdot 93 C_2 + \dots} \right)^2 \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad \text{II)}$$

Az Ia) és a II) egyenletből következik :

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \left( \frac{H_1 + 3 \cdot 93 C_1 + \dots}{H_2 + 3 \cdot 93 C_2 + \dots} \right)^2 \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{\frac{4}{3}}. \quad \text{III)}$$

Ezen összefüggés alapján a folyadékok felületi feszültsége kiszámítható. Minthogy az I) és II) egyenlet kísérletileg helyes, a III) összefüggés kísérleti igazolása tulajdonképen fölösleges. Mindamellett egynéhány vegyületre nézve elvégzem a III) egyenlet alapján számított értékek kísérleti ellenőrzését.

Minthogy a III) egyenlet a megfelelő állapotú vegyületeknél érvényes, a kísérleti értékeket is ezen állapotra vonatkoztatom. A jelen esetben a vegyületek a megfelelő hőfokokon megfelelő állapotban vannak. A megfelelő hőfokot a kritikus hőfok alapján, a VAN DER WAALS-féle összefüggéssel határozom meg.

Legyen  $T_1$  valamely vegyület tetszésszerű hőfoka abszolút értékben,  $T_2$  valamely más vegyületnek az ehhez tartozó megfelelő abszolút hőfoka,  $\vartheta_1$  és  $\vartheta_2$  a két vegyület kritikus hőfoka abszolút értékben, akkor a megfelelő hőfokon :

$$\frac{T_1}{\vartheta_1} = \frac{T_2}{\vartheta_2}. \quad a)$$

ennek alapján kiszámíthatjuk a megfelelő hőfokot :

$$T_2 = \frac{T_1}{\vartheta_1} \vartheta_2. \quad b)$$

<sup>1</sup> Wiedemann Annalen. 27. 454. 1886.

Legyen  $T_1$  az æthylformiat ( $C_3H_6O_2$ )  $0^\circ$ -a = 273, minthogy pedig  $\vartheta_1 = 506 \cdot 1$  \*

$$T_2 = 0 \cdot 539 \vartheta_2. \quad c)$$

Ha tehát valamely vegyület kritikus hőfoka ismeretes, a c) egyenlet alapján kiszámíthatjuk az æthylformiat  $0^\circ$ -hoz tartozó megfelelő hőfokot.

Az így számított hőfokokra azután elvégeztem a III) egyenlet kísérleti ellenőrzését és tekintve az itt szereplő kísérleti értékek bizonytalanságát, a talált eredmények — mint előre várható volt — a III) egyenlet helyességét bizonyítják.

Vegyület neve	Összetétel	Megfelelő hőfok**	Molekula- térfogat	$\gamma_1$ - $\gamma_2$ számított	$\gamma_1$ - $\gamma_2$ kísérleti
Aethylformiat	$C_3H_6O_2$	0 <sup>1</sup>	78·93 <sup>2</sup>	1·0349	1·0247 <sup>8</sup>
Propylformiat	$C_5H_8O_2$	14·9 <sup>1</sup>	97·51 <sup>2</sup>		
Methylacetat	$C_3H_6O_2$	0·1 <sup>1</sup>	77·26 <sup>2</sup>	1·084	1·094 <sup>8</sup>
Aethylacetat	$C_4H_8O_2$	8·8 <sup>1</sup>	96·24 <sup>2</sup>		
Methylvalerat	$C_6H_{12}O_2$	32·7 <sup>1</sup>	133·75 <sup>2</sup>	1·119	1·133 <sup>9</sup>
Methylpropionat	$C_4H_8O_2$	12·2 <sup>1</sup>	95·40 <sup>2</sup>		
Methylacetat	$C_3H_6O_2$	-0·1 <sup>1</sup>	77·26 <sup>2</sup>	1·1934	1·2398 <sup>8</sup>
Aethyl i. butirát	$C_6H_{12}O_2$	25·5 <sup>1</sup>	133·70 <sup>3</sup>		
Methylpropionat	$C_4H_8O_2$	12·2 <sup>1</sup>	95·40 <sup>2</sup>	1·1237	1·1227 <sup>8</sup>
Aethylbutirat	$C_6H_{12}O_2$	32·1 <sup>1</sup>	133·70 <sup>2</sup>		
Propylacetat	$C_5H_{10}O_2$	23·8 <sup>1</sup>	115·0 <sup>2</sup>	1·0564	1·0510 <sup>8</sup>
i. Butylacetat	$C_6H_{12}O_2$	29·8 <sup>1</sup>	134·3 <sup>3</sup>		
Methylbutirat	$C_5H_{10}O_2$	24·2 <sup>1</sup>	113·95 <sup>2</sup>	1·067	1·053 <sup>8</sup>
i. Butylformiat	$C_5H_{10}O_2$	24·3 <sup>1</sup>	118·2 <sup>3</sup>		
Hexan	$C_6H_{14}$	9·3 <sup>4</sup>	128·45 <sup>5</sup>	0·9905	1·016 <sup>8</sup>
Octan	$C_8H_{18}$	20·3 <sup>4</sup>	164·5 <sup>5</sup>		
Benzol	$C_6H_6$	31·5 <sup>6</sup>	89·12 <sup>5</sup>	1·355	1·372 <sup>8</sup>
Octan	$C_8H_{18}$	20·3 <sup>4</sup>	164·5 <sup>5</sup>		
Cloroform	$CHCl_3$	14·6 <sup>7</sup>	79·35 <sup>5</sup>	1·418	1·502 <sup>8</sup>
Hexan	$C_6H_{14}$	9·3 <sup>4</sup>	118·2 <sup>5</sup>		
Diallyl	$C_6H_{10}$	0·7 <sup>4</sup>	117·15 <sup>5</sup>	1·344	1·280 <sup>8</sup>
Széntetrachlorid	$CCl_4$	28·2 <sup>5</sup>	97·71 <sup>5</sup>		
Methylacetat	$C_3H_6O_2$	-0·1 <sup>1</sup>	77·26 <sup>2</sup>	1·552	1·419 <sup>8</sup>
Hexan	$C_6H_{14}$	9·3 <sup>4</sup>	118·2 <sup>5</sup>		

\* NADEJDINE adata. \*\* Celsius fokokban.

<sup>1</sup> NADEJDINE adatából számítva. <sup>2</sup> GARTENMEISTER adata. <sup>3</sup> ELSÄSER adata. <sup>4</sup> PAWLEWSZKI adatából számítva. <sup>5</sup> Berichte 16. 2633. (1883). <sup>6</sup> SCHIFF adata. <sup>7</sup> JOUNG és RAMSAY adatából számítva. <sup>8</sup> SAJOTSCHIEWSKY adata. LANDOLT Tabellen. <sup>9</sup> SCHIFF adatából számítva. (LIEBIG Annalen. 223.)

A számított és tapasztalt értékek között 10%-nyi eltérés is előfordul. Ezen eltérést a fentemlített okokon kívül az esetleges csekély associatio is okozhatja. Különben is az  $I_a$  összefüggés is mutat hasonló eltéréseket.

Az eddig megállapított összefüggések, mint már említettem, felhasználhatók újabb összefüggések megállapítására. Ezen újabb összefüggéseknek kísérleti ellenőrzése a levezetett atomvonzás törvényének helyességét ismételten tanúsítja.

Ezen összefüggések beható vizsgálatával most foglalkozom.

Végezetül nem mulaszthatom el hálás köszönetemet kifejezni RÉTHY MÓR műegyetemi tanár úrnak azon szives fáradozásáért, melyet e dolgozatom érdekében tett.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1905 május 15.-én tartott üléséből.)

## HALAKBAN ÉLŐSKÖDŐ ÚJ ÁZALÉKÁLLATKA.

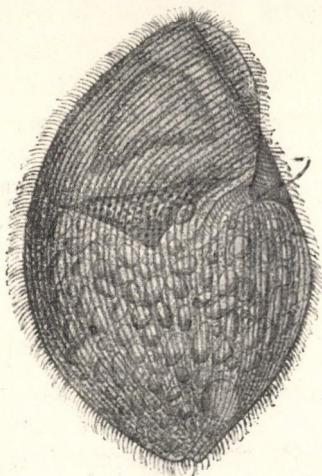
DADAY JENŐ I. tagtól.

A *Ciliata-infusoriumok* közül eddig még csupán négy oly faj volt ismeretes, névszerint az *Ichthyophthirius multifiliis* FOUQUET, *Ichthyophthirius cryptostomus* Z., *Chilodon Cyprini* MOROFF és *Cyclochaeta Domerguei* WALLENGREN, a melyek halakon élőködnek s ezek is mindannyian bőr- és esetleg kopoltyúparaziták, míg olyan fajt, mely a halak belében élőködik, ez ideig, tudtommal, egyet sem irtak le.

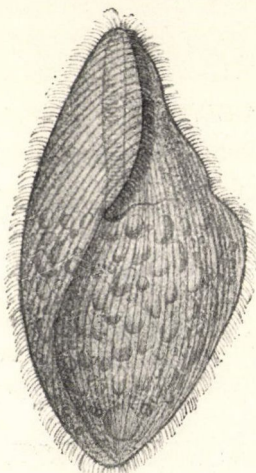
Prof. ANISITS J. D. Asuncionból egy a paraguayi vizekből halászott *Colossoma brachypoma* belének spiritusban konzervált darabkájával ajándékozott meg, a mely telve volt a *Paranphistomidák* családjába tartozó *Chiorchis papillatus* DAD., *Chiorchis dilatatus* DAD., és egy még meghatározásra váró *Nematoda* számos példányával. A bétartalom átvizsgálása során azonban, az említett fajokon kívül, nagy meglepetésemre, egy *Ciliata-infusorium* számos példányát is találtam, a mely a *Nyctotherus*-genus egy képviselőjének bizonyult. E lelet annyival meglepőbb volt, mert a genus fajai ez ideig csupán mint az *Amphibia*, *Insecta* és *Myriopoda* parazitái voltak ismeretesek. Már maga ez a körülmény is elég volt arra, hogy a rendelkezésemre állott példányokat behatóbb tanulmány tárgyává tegyem és azokat egy, eddig még le nem irt faj képviselőinek tekintsem. A genusnak eddig ismert négy fájával, a *Nyctotherus cordiformis* STEIN, *Nyct. ovalis* LEIDY., *Nyct. Gyoeryanus* STEIN és *Nyct. velox* LEIDY.-val való összehasonlítás után pedig sikerült véglegesen megállapítanom, hogy a rendelkezésemre állott példányok tényleg egy eddig még le nem irt új fajnak a képviselői,

a melyet *Nyctotherus piscicola* n. sp. név alatt az alábbiakban kívánok ismertetni.

A test egészben véve tojásforma, mellső végén meglehetősen hegyes ívben kerekített, hátulsó végén, épen közepén, többé-kevésbé tompán kicsúcsosodott, illetőleg kraterszerű kiemelkedésbe megy ki (1. ábra). A teljesen kinőtt példányok baloldala a test mellső végétől a hátulsóig rendesen szabályosan íves



1. ábra.



2. ábra.

(1. ábra), néha azonban a test hátulsó végének közelében kissé bemélyedt. A fiatalabb példányok baloldala kevéssel a test közepe táján, a szájnyílással majdnem átellenesen gyengén mélyedt, a mélyedés előtt a baloldali szegély csak kis mértékben, a mögött ellenben feltűnőbben íves. A jobboldal úgy az idős, valamint a fiatal példányokon is a szájnyílásig, illetőleg a peristommező orális végéig majdnem egyenes vonalban és lejtősen halad ki-meg hátrafelé, a szájnyíláson túl ellenben a test hátulsó végéig meglehetősen feltűnően íves (1. ábra). A jobb- és baloldal különben oldalról fektetett példányokon sem mutat egyenes lefutást, mert a szájnyíláson túl a hátoldal felé ívelt (2. ábra). A hátoldal egyenesen, de tompán íves, a test mellső vége felé azonban kissé el-

lapul (2. ábra). A hasoldal közepén erősen kiemelkedett, a test hátulsó vége felé meredeken, mellső vége felé sekélyen lejtősdött, úgy, hogy a test elöl kissé lapítottá válik. Ilyenformán a test dorsoventralis legnagyobb átmérője épen a test közepére esik, míg a legkisebb a test mellső végére (2. ábra). A hátoldal nem fut mindenütt a test hossztengelyével párhuzamosan, mert a makronucleus hátulsó határától kezdve jobbra hajlik és mellső határa tulajdonképpen a jobboldalon fekszik, a hol a peristommezőt befödő, íves lemezt alkot, a mi különösen az idősebb példányokon tűnik fel jobban.

A test hossza 0·122—0·23 mm. között ingadozik; a test legnagyobb laterális átmérője 0·08—0·146 mm.; a legnagyobb dorsoventralis átmérő 0·12 mm.

A testet borító cuticula meglehetősen merev, mintegy 0·001—0·0015 mm. vastag. A csillangó sorok a hátoldalon a baloldallal párhuzamosan és így legnagyobb részben ívesen futnak, még pedig a jobboldalon kiemelkedő karélynak a szegélyéről (1. ábra); a hasoldal csillangó-sorai ellenben egyenes vonalban haladnak a test mellső végétől a hátulsóig.

A peristom csaknem a test mellső végének közelében ered, a fiatalabb példányokon gyengén íves, míg az idősebb példányokon lejtős, egyenes vonalban fut kissé ki- és hátrafelé (1. ábra) a szájnnyílásig, a hol kerekített zúgban megtörik (1. ábra). A peristommezőn a szájnnyílás felé fokozatosan hosszabbodó adorális csillangók emelkednek, a melyek azonban valószínűleg nem egyebek, mint egy hullámszóhártyának elpamatolódása révén keletkezett termékek, a mennyiben egyik-másik példányon még felismerhettem a hullámszóhártyának egyes darabkait. A peristommező két szegélye mentén erősebb, apró csillangók sorakoznak, a melyek bizonyára nem egyebek, mint a hát- és hasoldalnak itt megerősödött csillangói.

A szájnnyílás a hátoldal öbölszerű bemélyedésében fekszik, némileg orsóforma részhez hasonlít, belőle egy vezető sörte emelkedik ki. A garat csőforma, fiatal példányokban néha többé-kevésbé egyenesen, vagy pedig gyengén ívesen hátrafelé fut az alfelnyílástól 0·03 mm. távolságig; idős példányokban kissé S-formán hátra és a test középvonala felé fut a makronucleus há-

tulsó csúcsa irányában, de nem éri el a test középvonalát, a makronucleus csúcsától 0·02 mm., a test hátulsó végétől 0·115 mm. távolságban végződik, vége felé fokozatosan vékonyodik, belsejében fokozatosan rövidülő csillangók sora emelkedik (1. ábra).

A test protoplasma tömegét a makronucleus két egyenlőtlen, alak és szerkezet tekintetében egymástól különböző, mellső és hátulsó félre osztja. A mellső részlet, az úgynevezett szemecskés terület, némileg kúpforma, alapja majd egyenes, majd közepén kissé emelkedett vagy bemélyedt (1. ábra), mindenik csúcsa kerekített; alapját a makronucleus alkotja, a melynek jól fejlett burka, különösen fiatalabb példányokban, oldalnyújtányaival meglehetősen éles határvonalat alkot. A szemecskés terület egész tömege két részletre, nevezetesen egy külső kéregrétegre s egy belső központi részletre különült. A kéregréteg körületén valamivel durvábban és sötétebben szemecskés, befelé a szemecskék finomodnak és mind átlátszóbbá válnak, legsötétebben szemecskés a kéregréteg különben a makronucleus mentén és szomszédságában. (1. ábra) A bélrészlet egészben véve kúpforma, határvonalai meglehetősen élesek, pikrokarminnal való festés után erősen kiválnak; egész tömege finoman szemecskés, de a szemecskék körületén tömöttebben állanak, sötétebbek s így a kéregréteg felé határa annál élesebbé válik (1. ábra). Az egész szemecskés terület hossza 0·048—0·088 mm. A test protoplasma tömegének hátulsó fele szintén kúpforma, de szélesebb és csúcsán hegyesebb, mint a mellső részlet (1. ábra); alapját szintén a makronucleus alkotja, de itt nem egyenes, hanem a makronucleus befogadására csúcsosan bemélyedt, tömegét hálózatos, finoman szemecskés protoplasma alkotja, a melyben fiatal példányokban vagy semmi, vagy igen kevés, idős példányokban ellenben igen sok, különböző mekkoraságú és különböző alakú zsírcsepp van, a melyek egészen sötétté és átlátszatlanná teszik (1. és 2. ábra). A test cuticulaburka alatt a hátulsó részlet protoplasmátömege keskeny, világos réteget alkot.

A pulsella a test jobboldala mellett fekszik a végbélnek szomszédságában. A végbél ferdén emelkedik fölfelé. A végbél-nyílás a test hátulsó csúcsán nyílik kraterszerűleg és mindenik példányon könnyen felismerhető (1. ábra).



A *makronucleus* egy fordított háromszöghöz hasonlít, a szemecskés terület s a protoplasma test hátulsó fele között fekszik, a kettő között mintegy a határt alkotja; fekvése transversalis, a mennyiben a test hossz tengelyére harántirányban helyezkedik el; alapvonalával a szemecskés terület felé, átellenes csúcsaival a jobb- és baloldal-, míg néha kissé tompán kerekített és nagyobbbszögű páratlan csúcsával hátrafelé tekint (1. ábra). Egész tömege meglehetősen durván szemecskésnek látszik; burka jól fejlett. Egy fiatal példány makronucleusának a szemecskés terület felé tekintő oldala mentén kolbászforma, világos, szemecskétlen területet találtam, a mely valószínűleg nem egyéb, mint az elkülönült magnedv, de lehet a magburok elemelkedése révén keletkezett üreg is. A makronucleus transversalis átmérője 0.03—0.09 mm., sagittalis átmérője 0.012—0.03 mm.

A mikronucleus mindig a makronucleusnak jobboldalán fekszik e fölött olyformán, hogy felerésze mintegy beföldni látszik a makronucleust; leggyakrabban tojás-, ritkábban gömbforma, tömege egyneműnek látszik, de mindig tartalmaz egy kis nucleolust, a melynek alakja szintén tojás- vagy gömbforma. (1. ábra). A mikronucleus hossza 0.005—0.01 mm.

A fejlődés különböző phasisai felől említésre méltó adatok birtokába jutnom nem sikerült. A megfigyelt legfiatalabb példányok is már majdnem mindenben egyeznek az idősebbekkel s legfeljebb abban különböznek, hogy a makronucleusuk hátra tekintő csúcsa meglehetősen tompán kerekített, továbbá protoplasma testüknek hátulsó fele vagy egyáltalán nem, vagy csupán igen kevés zsírcseppet tartalmaz s ezzel kapcsolatosan kisebb-nagyobb mértékben egyezik a szemecskés területtel.

E faj testének alakjával nagy mértékben emlékeztet a *Nyctotherus ovalis* (LEIDY) fajra, míg protoplasma-testének tagoltságával a *Nyctotherus ovalis* (LEIDY) és *Nyctotherus Gyoerianus* (STEIN) fajokat juttatja eszünkbe, de szemecskés területének alakja és szerkezete feltűnően elütő. A garat vezető sörtéjének jelenléte révén egyezik e faj a *Nyctotherus cordiformis* (STEIN)-nal, míg az említett fajoktól különbözik. A genusnak eddig ismert valamennyi fajtától különbözik azonban makronucleusának alakja és szerkezete alapján, a mennyiben például a *Nyctotherus cordifor-*

*mis* (STEIN) makronucleusa sarlóforma, a *Nyctotherus ovalis*-é ellenben csónakhoz és még inkább kétszer domború lencséhez hasonló.

Hogy e faj, mint belső élősködő, van-e valami feltűnő hatással a gazdaállat egészségi viszonyaira, azt természetesen a rendelkezésemre állott anyag alapján eldönteni nem tudom és meg sem kísérlém, de hogy teljesen közömbös nem lehet, tömeges jelenléte miatt majdnem kizártnak tekinthető.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1905. június 20.-án tartott üléséből.)

## A GÁZOK BELSŐ SURLÓDÁSI EGYÜTTHATÓJÁNAK ÚJ KISÉRLETI MÓDSZERREL VALÓ MEGHATÁROZÁSA.

ZEMPLÉN GYŐZŐ-től.

A «Mathematikai és Physikai Lapok»<sup>1</sup> 1901. évfolyamában kifejtettem, mily fogyatkozásban szenvednek a gázok belső surlódási együtthatójának meghatározására szolgáló eddigi módszerek, nevezetesen a MAXWELL-féle lengő korongok és a GRAHAM-O. E. MEYER-féle transpiráció módszere; e fogyatkozások indítottak arra, hogy a MAXWELL által alkalmazott korongok helyett *gömbhőjnek* torziólengéseit figyeljem meg a kérdéses gázban. Ugyane dolgozatban már néhány tájékoztató kísérlet eredményeit is közöltem, melyek a módszert gyakorlati szempontból is életképesnek tüntették föl; a kísérleti berendezésnekakkori tökéletlen volta azonban nem engedte meg, hogy valamely gáz surlódási együtthatójának abszolút értékét pontosan meghatározzam.<sup>2</sup> A M. T. Akadémia támogatásával sikerült azóta a gázok surlódási együtthatójának mérésére a hasonló kényes vizsgálatok igényeinek megfelelő eszközt összeállítanom; a következőkben az eszköz leírásán kívül beszámolok ama méréseim eredményeiről, melyeket ezen új eszközzel a *levegő* surlódási együtthatójának meghatározására a budapesti tudomány-egyetem fizikai intézetének laboratóriumában végeztem. A módszer elméletét csak röviden ismertetem, mint-hogy a részletes számításokat már a Math. és Phys. Lapok említett évfolyamában közöltem. E dolgozat tehát a következő részekből fog állani:

---

<sup>1</sup> Próbamérések a gázok belső surlódásának egy új kísérleti módszerrel való megvizsgálásához, Math. és Phys. Lapok 10. k.

<sup>2</sup> E dolgozat rövid kivonata megjelent a «Math. és Természettudományi Értesítő» 1901. évfolyamában és a «Math. und Naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn» 1901. évi kötetében.

- I. A módszer elve és matematikai elméletének ismertetése.
- II. Az eszköz és a megfigyelések leírása.
- III. A kísérletek eredményei; a levegő surlódási együtthatója.

### I. A módszer elve és matematikai elméletének ismertetése.

Fémdrótra függesztünk  $g$  rézgömbhéjat, úgy hogy nyugalmi helyzetben a drót tengelyének folytatása a gömbhéj középpontjába essék; a gömbhéjat  $G$  üres gömbbel vesszük körül (l. a rajzot), melynek középpontja a gömbhéj középpontjával összeesik. Ha a gömbhéjat és a gömbhéj és külső gömb közti teret gázzal töltjük meg és a lengő rendszert a drót körül egyensúlyi helyzetből kiforgatjuk, tapasztalat szerint csillapodó harmonikus mozgás fog végbemenni. E mozgásnak differenciálegyenlete:

$$K \frac{d^2\vartheta}{dt^2} - F \frac{d\vartheta}{dt} + \tau\vartheta = 0, \quad (1)$$

a hol  $K$  jelenti a lengő rendszer tehetetlenségi nyomatékát,  $\vartheta$  a nyugalmi helyzettől számított elfordulási szöget a  $t$  időpillanatban,  $F \frac{d\vartheta}{dt}$  a (szögsebességgel arányos) surlódó erők összes forgató nyomatékát,  $\tau\vartheta$  a drót csavarodási rugalmasságának forgató nyomatékát.

Kísérletileg megfigyelhetők: a szögamplitudók fogyási viszonya  $k$  (valamely szögamplitudónak viszonya az utána következőhöz) és a  $T$  lengési idő, s ezek segítségével meghatározható  $F$ , ugyanis (1)-ből:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + 2\beta \frac{d\vartheta}{dt} + \frac{\tau}{K} \vartheta = 0, \quad (2)$$

a hol  $\beta$  az ú. n. időegységre eső természetes logaritmusos dekrementum:

$$\beta = \frac{\log \text{nat } k}{T} = \frac{\lambda}{T}, \quad (3)$$

(1) és (2)-ből tehát

$$F = -2\beta K, \quad (4)$$

a hol  $\beta$  és  $K$  kísérletileg meghatározható mennyiségek.

Ha  $F$  kizárólag a gáznak a gömbhéj falaira gyakorolt surlódásától függene,  $k$  és  $T$  megfigyelése és  $K$  meghatározása által

a probléma már meg volna oldva;  $F'$ -et ugyanis a gáz mozgásegyenletei segítségével, mint a surlódási együtthatónak  $\gamma$ -nak oly függvényét tudjuk előállítani, melyben együtthatókként a gáz állapotát és mozgását jellemző kísérletileg meghatározható adatok (a gáz sűrűsége  $\rho$ ,  $h$ ,  $T$ , a gömbhéj méretei) szerepelnek; (4) e szerint oly egyenletet szolgáltat, melyben  $\gamma$  kivételével csupa kísérletileg lemérhető mennyiség van.

$F'$  azonban csak részben származik a levegőnek a gömbhéj falaira gyakorolt surlódásától: része van  $F'$ -ben a drót belső surlódásának, a gáznak a lengő rendszer egyéb részeire (a megfigyeléshez szükséges tükörré, egyéb elkerülhetetlen mellékreszekre) gyakorolt surlódásának is.  $F'_g$ -vel jelölve a gáznak a gömbhéjra gyakorolt hatását,  $F'$  így írható

$$F' = F'_g + F_e. \quad (5)$$

$F'_e$  kiszámítása nem igen lehetséges, mert matematikailag szabatosan nem definiálható körülményektől függ, így hát *kiküszöbölésére* fogunk törekedni.

Távolítsuk el a gömbhéjat a lengő rendszerről és gondoskodjunk arról, hogy  $F'_e$  ne szenvedjen változást (a drót összes *megterhelése* és a gömbhéj kívüli részének *alakja és méretei* ne változzanak), akkor ezen új rendszer mozgásegyenlete a következő lesz:

$$K' \frac{d^2\vartheta}{dt^2} - F_e \frac{d\vartheta}{dt} + \tau\vartheta = 0, \quad (6)$$

a hol  $K'$  jelenti az új rendszer tehetetlenségi nyomatékát.

Legyenek  $h'$ ,  $\lambda'$ ,  $T'$ ,  $\beta'$  az új rendszer mozgásának jellemzői, akkor ismét:

$$F_e = -2\beta'K'. \quad (7)$$

(4), (5) és (7)-ből tehát

$$F_g = -2(\beta K - \beta'K'). \quad (I)$$

Ez most már oly egyenlet, melyben  $\gamma$ -n kívül csupán kísérletileg meghatározható mennyiségek szerepelnek s így ezen egyenletből  $\gamma$  valóban kiszámítható, ha  $F_g$ -t a mozgásegyenletek alapján  $\gamma$  függvényeképpen előállítottuk.

A mozgásegyenleteket külön kell megintegrálnunk a gömbhéj belsejére és külsejére nézve. Feltéve, hogy a szilárd testtel

közvetlenül érintkező gázréteg mozgását a szilárd testtel együtt végzi (hogy csuszamlás nincs), maga a szilárd test mozgása szolgáltatja a mozgásegyenletek integrációjánál betartandó határfeltételeket. E föltevés, különösen KUNDT és WARBURG gondos kísérletei alapján, a nyomásnak nem túlkicsiny értékéig jogosultnak mondható.

Feladatunk tehát a következő analitikai problémára vezethető vissza:

Előállítandók a sebességnek

$$u(x, y, z, t), \quad v(x, y, z, t), \quad w(x, y, z, t)$$

derékszögű összetevői, a  $\rho(x, y, z, t)$  sűrűség és a  $p(x, y, z, t)$  nyomás (a gömbhéj középpontja az  $x, y, z$  rendszer kezdőpontja, a  $z$  tengely függélyes) úgy, hogy minden időpillanatban ki legyen elégítve a

$$\begin{aligned} \rho \frac{du}{dt} &= \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left\{ \nabla^2 u + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\}^* \\ \rho \frac{dv}{dt} &= \rho Y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left\{ \nabla^2 v + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \\ \rho \frac{dw}{dt} &= \rho Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta \left\{ \nabla^2 w + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \\ 0 &= \frac{d\rho}{dt} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ v &= \varphi(\rho, \theta) \end{aligned} \quad (\text{II})$$

egyenletrendszer (a hol  $\eta$  általában a gáz  $p$  nyomásától és  $\theta$  hőmérsékletétől függő belső surlódási együttható,  $p = \varphi(\rho, \theta)$  pedig a gáznak állapotegyenlete), azonkívül

a) a gömbhéj belsejére nézve, ha  $r_1$  a gömbhéj belső sugara, be kell tartanunk a következő határfeltételt: ha

$$x^2 + y^2 + z^2 = r_1^2,$$

akkor a szögsebesség

$$\phi = -\frac{u}{y} = \frac{v}{x} = De^{-\mu t} \cos \omega t = \Psi, \quad (\text{IIa})$$

---


$$* \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z};$$

$X, Y, Z$  a térfogat egységre ható külső erők összetevői.

a hol  $\psi$  a gömbhéj szögsebességét jelenti, mely kísérletileg megfigyelhető.

b) A gömbhéj és a nyugvó gömb közti gáztömegre nézve pedig, ha  $r_2$ -vel a gömbhéj külső sugarát,  $R$ -rel a nyugvó gömb sugarát jelöljük, a következő két határfeltételnek kell teljesülni:

Ha

$$x^2 + y^2 + z^2 = r_2^2,$$

akkor

$$\phi = \psi,$$

és ha

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2,$$

akkor

$$\phi = 0. \quad (\text{IIb})$$

A (II) alatti egyenletek, tekintettel a jelen kísérleti berendezésre, nagy mértékben egyszerűsíthetők.

Először is oly lassú mozgásokat fogunk a gázban előidézni, hogy a sebességi összetevők másodrendű kifejezései az elsőrendűekhez képest elhanyagolható kicsinyek legyenek; ugyanezt tesszük fel a  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial y}$ , ... deformációsebességekről is (ez utóbbi feltétel különben szükséges a (II) rendszer érvényességéhez).

E föltevések folyománya:

1-szor. A  $\frac{d}{dt}$  jel a  $\frac{\partial}{\partial t}$  jellel helyettesíthető.

2-szor. A surlódási hő, mely a deformáció-sebességek másodrendű kifejezése, elhanyagolható; ha tehát a gáz a kísérlet kezdetén egyenletes hőmérsékleten volt, ezen állapot a kísérlet folyamán nem fog változást szenvedni.

$\gamma$  tehát már csak  $p$  függvénye lehet. (Előző kísérletekből különben tudjuk, hogy  $\gamma$  tág határok közt független a nyomástól).

Tekintettel arra, hogy a gázban egy forgási test forog forgási tengelye körül és hogy a  $p$  hidrosztatikai nyomás a surlódás feszültségi összetevőitől független, föltehetjük, hogy  $p$  minden egyens vizszintes síkban állandó, azaz

$$3\text{-szor} \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0.$$

Ha a gáz kezdetben nyugalomban volt, a gömbhéj mozgása

nem fog benne függélyes sebességet előidézni, tehát mindenütt és minden időben

$$4\text{-szer} \quad w=0.$$

A gázban lassan forgó forgási test nem fogja befolyásolni a sűrűség eredeti eloszlását, tehát

$$5\text{-ször} \quad \frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0.$$

E föltevések mellett a (II) rendszer harmadik egyenlete a  $p$  nyomásnak a földnehézség folytán való változását adja meg ( $X=0$ ,  $Y=0$ ,  $Z=-g$ ), a mely, tekintettel a nyugvó gömb kicsiny méreteire ( $R$  körülbelül 6 cm), elhanyagolható, úgy, hogy

6-szor  $p$  és  $\rho$  állandók, állandó  $e$  szerint  $\gamma$  is.

A (II) rendszer ez által a következő rendszerbe megy át:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} &= \gamma \nabla^2 u \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} &= \gamma \nabla^2 v \\ 0 &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \\ w &= 0. \end{aligned} \quad (\text{II}^*)$$

Tekintettel a határfeltételek alakjára, tanácsosnak látszik megkísérelni, vajjon nem végeznek-e a gömbhéj falaival koncentrikus gázrétegek a gömbhéjjal egyenlő lengési idejű és egyenlő dekrementummal bíró csillapodó harmonikus mozgást, melyeknél azonban a szögsebesség, melylyel a gázrétegek a nyugalmi helyzetben átvonulnak, a réteg  $r$  sugarával változik. Keressük tehát, van-e a (II $^*$ )-nek ily alakú megoldása a szögsebességre nézve:

$$\phi = \varphi(r) e^{-\beta t} \cos \omega t, \quad (8)$$

a hol  $\varphi$  csupán  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ -nak függvénye, és a mely a határfeltételeknek is eleget tesz.

Ha (II $^*$ )-be bevezetjük a  $\phi$  szögsebességet  $u$  és  $v$  helyére, a harmadik egyenlet ama föltevés mellett, hogy  $\phi$  csak  $r$  és  $t$  függvénye, azonosan ki lesz elégítve, az első két egyenlet mindegyike pedig a következő egyenletbe megy át, melyben  $x, y, z$  csak az  $r$  kombinációban fordulnak elő:



$$\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\gamma}{\rho} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{4}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = 0. \quad (9)$$

Ha fölteszük, hogy a (8) alatti  $\phi$  ezen egyenletnek eleget tesz,  $\varphi$  számára a következő közönséges differenciálegyenletet kapjuk:

$$\beta \varphi + \frac{\gamma}{\rho} \left( \frac{4}{r} \frac{d\varphi}{dr} + \frac{d^2 \varphi}{dr^2} \right) = 0. \quad (10)$$

Ezen egyenletnek általános megoldása: <sup>1</sup>

$$\varphi = A \left( \frac{im}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right) e^{imr} + B \left( \frac{im}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) e^{-imr}, \quad (11)$$

itt

$$i = \nu - 1, \quad m = \frac{\beta^{\frac{1}{2}} \rho^{\frac{1}{2}}}{\gamma^{\frac{1}{2}}},$$

$A$  és  $B$  általában komplex állandók.  $\varphi$  valós része és képzetes része külön eleget tesz a (10) egyenletnek, tehát  $\varphi$  általános valós alakja:

$$\varphi = \frac{1}{r^3} \{ A_1 (\cos mr + mr \sin mr) + B_1 (mr \cos mr - \sin mr) \}. \quad (12)$$

Itt  $A_1$  és  $A_2$  már valós állandók, melyek a határfeltételek segítségével határozandók meg. E meghatározásnál már külön kell tárgyalnunk a gömbhéj belsejében és külsejében lévő gáztömegeket.

A belső tömegekre csak egy határfeltételünk van; másodiknak azt választjuk, hogy  $r=0$ -nál  $\varphi$  ne legyen végtelen;  $\psi$  tényleg meghatározható e határfeltételeknek megfelelően és a belső gáztömegekre nézve:

$$\psi = \frac{r_1^3 (mr \cos mr - \sin mr)}{r^3 (mr_1 \cos mr_1 - \sin mr_1)} D e^{-\beta t} \cos \omega t, \quad (13)$$

a külsőre pedig a (IIb) alatti két határfeltételből:

$$\psi = \frac{r_2^3 \{ m(R-r) \cos m(R-r) - (m^2 R r^2 + 1) \sin m(R-r) \}}{r^3 \{ m(R-r_2) \cos m(R-r_2) - (m^2 R r_2^2 + 1) \sin m(R-r_2) \}} D e^{-\beta t} \cos \omega t. \quad (14)$$

<sup>1</sup> L. HELMHOLTZ és PIETROWSKI, I. HELMHOLTZ, Wiss. Abh. I. 172. 1.

Ismerve a sebesség eloszlását a gázban, kiszámíthatjuk a gömbhéj falaira gyakorolt surlódási erőknek forgató nyomatékát.

Legyenek  $\Xi_s df$ ,  $H_s df$ ,  $Z_s df$  annak az erőnek derékszögű összetevői, melyet a gáz belső surlódása a gömbhéjnak egy  $x$ ,  $y$ ,  $z$  koordinátákkal bíró  $df$  nagyságú,  $s$  pozitív normálisú felület-elemére gyakorol, akkor a keresett összes  $z$  tengely körüli forgató nyomaték

$$\Phi = \int_1 (x_1 H_{s_1} - y_1 \Xi_{s_1}) df_1 + \int_2 (x_2 H_{s_2} - y_2 Z_{s_2}) df_2. \quad (15)$$

Az 1 indexű mennyiségek a gömbhéj belső, a 2 indexűek külső felületére vonatkoznak és az integrációk az egész gömbfelületre terjesztendők ki:

Ha  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$   $s$  iránykoszinuszai,

$$A_x, B_y, C_z, B_z = C_y, C_x = A_z, A_y = B_x$$

pedig a belső surlódás feszültségi összetevői, akkor

$$\begin{aligned} -\Xi_s &= A_x \lambda + A_y \mu + A_z \nu \\ -H_s &= B_x \lambda + B_y \mu + B_z \nu \\ -Z_s &= C_x \lambda + C_y \mu + C_z \nu. \end{aligned} \quad (16)$$

A belső surlódás feszültségi összetevői pedig a deformáció-sebességeknek következő függvényei:

$$\begin{aligned} -A_x &= 2\eta \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \\ -B_y &= 2\eta \left\{ \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \\ -C_z &= 2\eta \left\{ \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} -B_x &= \eta \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \\ -C_x &= \eta \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right), \\ -A_y &= \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

$u$ ,  $v$ ,  $w$  ismereteseik lévén,  $\Phi$  a (15), (16), (17), (18) képletek alapján kiszámítható; a számítás eredménye:

$$-\phi = \frac{8}{3} \pi \gamma \left\{ r_1^4 \left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_1 - r_2^4 \left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_2 \right\}. \quad (19)$$

Másrészt

$$\phi = F_g \frac{d\vartheta}{dt} = F_g D e^{-\beta t} \cos \omega t$$

és behelyettesítve  $\phi$  (13) és (14) alatti alakját:

$$-\frac{1}{2} F_g = \beta K - \beta' K' = \frac{4}{3} \pi \gamma \left( m^2 r_1^5 \frac{\sin m r_1}{\sin m r_1 - m r_1 \cos m r_1} - 3 r_1^3 - \right. \\ \left. - m^2 r_2^5 \frac{m R \cos m(R-r_2) - \sin m(R-r_2)}{m(R-r_2) \cos m(R-r_2) - (m^2 R r_2^2 + 1) \sin m(R-r_2)} + 3 r_2^3 \right) \quad (\text{III})$$

Ez egy transzcendens egyenlet  $\gamma$  meghatározása, mint-hogy  $\gamma$   $m$ -ben is előfordul. Megoldása történhetik fokozatos megközelítés által, olyanformán, mint a hogy az algebrai egyenleteket szokás pl. HORNER módszerével közelítőleg megoldani. E célból az egyenletet következő alakban írjuk fel:

$$\gamma = \frac{\frac{3}{4\pi} (\beta K - \beta' K')}{r_1^5 \frac{m^2}{1 - m r_1 \cotg m r_1} + r_2^5 \frac{m^3 R - m^2 \tang m(R-r_2)}{(m^2 R r_2^2 + 1) \tang m(R-r_2) - m(R-r_2)} + 3(r_2^3 - r_1^3)} \quad (\text{III}^*)$$

A jelen kísérletnél  $\rho < 0.0015$ ,  $\gamma > 0.00015$ ,  $\beta < 0.0005$ , minden c. g. s. rendszerben, úgy, hogy

$$m = \left( \frac{\rho \beta}{\gamma} \right)^{\frac{1}{2}} < 0.08,$$

a (III\*)-ból tehát  $\gamma$  számára egy első közelítő képletet kaphatunk, ha  $m$ -et az egyenlet jobboldalán 0-nak vesszük; L'HÔPITAL szabályát alkalmazva, azt találjuk, hogy

$$\left( \frac{m^2}{1 - m r_1 \cotg m r_1} \right)_{m=0} = \frac{3}{r_1^2}$$

és

$$\left( \frac{m^3 R - m^2 \tang m(R-r_2)}{(m^2 R r_2^2 + 1) \tang m(R-r_2) - m(R-r_2)} \right)_{m=0} = 0.$$

Ez azt mutatja, hogy első közelítésben a gáznak a gömbhéj *belső* falára gyakorolt surlódási nyomatéka elhanyagolható s az első közelítő képlet  $\gamma$  számára a következő:

$$\eta = \frac{\beta K - \beta' K'}{4\pi r_2^3}. \quad (20)$$

Az innen nyert  $\eta$  értékből kiszámítjuk  $m$ -et és betesszük (III\*) jobb oldalába, ezáltal  $\eta$  számára egy újabb, pontosabb értéket nyerünk, ebből ismét kiszámítjuk  $m$ -et és (III\*)-ból  $\eta$ -t s i. t. mindaddig, míg a (III\*)-ba *behelyettesített*  $\eta$  érték a kísérleti hibák határain belül megegyezik a belőle *kiszámított*  $\eta$  értékkel.

Sokkal kényelmesebb és hamarabb célhoz vezet azonban a következő *grafikus* eljárás:

Vezessük be (III\*)-ba  $m$ -et mint ismeretlent  $\eta$  helyébe, akkor ez az egyenlet így írható:

$$\frac{3(\beta K - \beta' K')}{4\pi \rho \beta} = \frac{r_1^3}{1 - m r_1 \cot g m r_1} + \\ + r_2^3 \frac{m R - \tan g m(R - r_2)}{(m^2 R r_2^3 + 1) \tan g m(R - r_2) - m(R - r_2)} + \frac{3}{m} (r_2^3 - r_1^3). \quad (\text{III}^{**})$$

Jelöljük a baloldalt rövidség kedvéért  $N_1$ -gyel, a jobboldalt  $N_2(m)$ -mel, akkor  $N = N_2$  a  $(mN)$  síkban bizonyos görbével ábrázolható, ugyancsak e síkban a  $N = N_1$  egyenlet képe egy az  $m$  tengelylyel párhuzamos egyenes; e két vonal metszéspontjának abszcisszája a keresett  $m$  értéket szolgáltatja.

Az  $N = N_2$  görbe kizárólag az *eszköz méreteitől* függ, úgy, hogy egyazon eszközzel végzett méréseknél egyszersmindenkorra megszerkeszthető,  $N_1$  kiszámítása pedig a kísérlet szolgáltatatta  $\beta$ ,  $\beta'$ ,  $\rho$  alapján történik.

A jelen kísérletek értékesítését e második, grafikus eljárással végeztem.

## II. Az eszköz és a megfigyelések leírása.

Az eszköz SÜSS NÁNDOR mechanikai intézetében készült Budapestben.

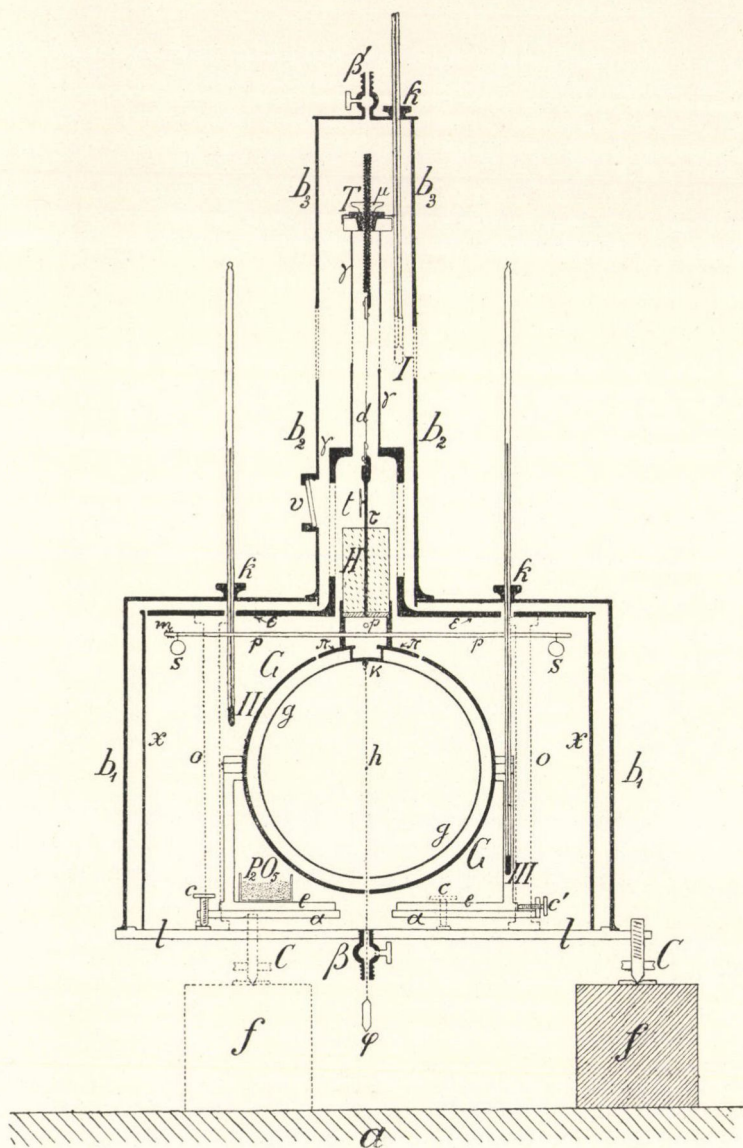
Leglényegesebb része a  $g$  lengő gömbhéj; minthogy a számításoknál e gömbhéjat matematikai pontosságúnak tételezzük föl, különös gondot kellett fordítanunk arra, hogy a gömbhéj e követelménynek lehetőleg meg is feleljen. E miatt nem lehetett

a gömbhéjat esztergapadon előállított két félgömbhéjből összeilleszteni. Dr. M. TH. EDELMANN, müncheni fizikus és mechanikus tanácsát követve, a gömbhéjat a következő úton állítottam elő:

Jó kemény paraffinból esztergályoztattam egy körülbelül 5 cm sugarú gömböt: ez volt a munka legkényesebb része, mert a gömb szolgált a gömbhéj előállítására. A paraffingömböt kathetometerrel megvizsgáltam: a lemért átmérők közt észlelhető legnagyobb eltérés nem haladta meg a 0.04 millimetert, a mi igen kielégítő eredménynek mondható. A paraffingömböt finom bronzporral bevontam és vele lehetőleg koncentrikusan elhelyezett 10 cm sugarú vörösrézgömbhéjjal együtt rézgáliczoldatba helyeztem és a paraffingömb felületét körülbelül másfél mm-nyi rézréteggel elektrolitikus úton bevontam. Az áramsűrűség a katódon négyzetdeciméterenkint 0.4—0.5 Ampère volt úgy, hogy az elektrolizis körülbelül egy hétig tartott. A lerakódott réz igen egyenletes, összeálló tömeget alkotott úgy, hogy külső felületét újból pontosan gömbalakúra lehetett esztergályozni. Egyik átmérőjének két végpontja körül most a rézből egy-egy másfél centiméternyi sugarú környilást metszettem ki, a melyeken keresztül a kissé felmelegített gömbhéjből a paraffin egyszerűen kifolyt és megmaradt a gömbhéj, melynek külső felülete ép oly pontosnak mutatkozott, mint a paraffingömb, illetőleg a belső felület, mely pontosan a paraffingömb alakját vette fel. A két nyilást megfelelő fedőcskékkal lezárattam, melyek egyike közepén csavartokot, a másik apró (1.5 mm átmérőjű) környilást viselt. A csavartok, melynek tengelye a környílás középpontján átmenő gömbhéjátmérő volt, a felfüggesztésre szolgált, míg a környílásra a lengő rendszer pontos beállításánál volt szükség.

Az eszköz többi részeinek előállítása már nem járt jelentékeny nehézségekkel: az eszköz keresztmetszete a mellékelt rajzon látható.

A *G* nyugvó gömbhéj két részből volt összeállítható, melyek kis számonkon voltak összetolhatók és csavarok segítségével pontosan beállíthatók. A *G* gömbhéjnak már távolról sem kellett oly pontosnak lenni mint a lengő gömbhéjnak, minthogy a két gömbhéj közti gázréteg vastagságának befolyása a surlódásra bizonyos vastagságon túl már lassan változik. Kiszámítottam  $\gamma$



eddig ismert értékének felhasználásával az amplitudók fogyási viszonyát  $r_2=5$  cm-nél  $R-r_2=0.5$  cm és  $R-r_2=1.0$  cm-nél: a rétegvastagságnak  $\frac{1}{2}$  cm-rel való megváltoztatása az amplitudók fogyási viszonyát csak  $\frac{1}{400}$ -adrészával változtatja meg. A jelen kísérleteknél  $R-r_2$  körülbelül 1 cm volt, így tehát a külső gömbhéj apróbb pontatlanságai nem idéztek elő észrevehető hibákat.

Még különös gondot kellett fordítani a számításba nem vehető ( $F_0$ ) surlódások kiküszöbölésére; megjegyeztük, hogy e célból előbb a lengő gömbhéj mozgását kellett megfigyelni, azután egy másik rendszerét, mely a gömbhéj levétele után maradt meg: a két rendszerben azonban a *megterhelésnek* és a *gömbhéjon kívüli rész alakjának* ugyanannak kellett lenni. Ezt azáltal értem el, hogy alumíniumból és ólomból két egyforma nagyságú és alakú hengert készítettem, a melyeknek súlykülönbsége a gömbhéj súlyával volt egyenlő. Mikor a gömbhéj mozgását figyeltem meg, az alumíniumhengert a gömbhéj fölé a lengő rendszerhez erősítettem úgy, hogy a henger tengelye a forgási tengellyel egybeesett; azután levettem a gömböt s az alumíniumhengert és ez utóbbi helyére erősítettem az ólomhengert s ennek a rendszernek a mozgását figyeltem meg. Ezáltal elértem a megterhelésnek és a gömbhéjon kívüli részek alakjának változtatatlanságát.

A második esetben azonban a lengési idő igen kicsiny lett volna s a mozgás nem lett volna elég pontosan megfigyelhető, a miért is a rendszerek tehetetlenségi nyomatékát megnagyobbítottam azáltal, hogy a hengerek alá vízszintes sárgaréz-szárakkal ( $p$ ) bíró keresztet alkalmaztam, melyeken apró hurkokon lógó sárgarézsúlyok ( $s$ ) voltak eltolhatók. A keresztteken milliméter beosztás segítségével a súlyok tömegközéppontjának a forgási tengelytől való távolságát le lehetett olvasni s így módunkban volt a súlyok eltologatásával a tehetetlenségi nyomatékokat könnyű szerrel meghatározni.

Az eszköz összeállítása következőképen történt (l. a rajzot):

Az eszköz váza a  $C$  állítócsavarokkal ellátott 40 cm átmérőjű, 1 cm vastag  $l$  sárgarézkorongból állott, melyre négy 18—18 cm magas oszlopocska volt erősítve, melyek az  $\varepsilon$  körasztalkát tartották. Az asztalka közepén környílás volt alkalmazva, e fölött

nyúlt ki a  $\gamma$  rézcső, mely tetején a  $T$  torziófejet viselte; a torziófej távolsága az  $\varepsilon$  asztalkától 60 cm volt.

Az eszközt az intézet egyik száraz pinczehelyiségében a főfalba erősített asztalkára állítottam három ( $f$ ) kemény fakoczkára, azután vízszinteztem az  $I$  korongot, kicsavarva közepéből a  $\beta$  csappal ellátott csövet. A korongra állítottam a közepén nyílással ellátott  $a$  körasztalkát, mely a korongra erősített  $c$  csavarokkal volt vízszintezhető. Most behúztam a  $d$  drótot és ráfüggesztettem a  $\tau$  tengelyt, mely a  $t$  tükröt, a  $H$  aluminiumhengert, a  $p$  keresztet, a  $\pi$  gömbi övet és a  $k$  kampóban végződő csavart tartotta. A  $g$  gömbhéjon most átfűztem a  $h$  kettős hajszálat, melynek végén a  $\varphi$  függőön lógott, a kettős hajszal másik végét a  $k$  kampóra akasztottam és a gömbhéjat a  $k$  csavarjára rácsavartam. A kereszt szárain lévő  $s$  súlyokat most úgy helyeztem el, hogy a  $h$  hajszal a gömbhéj alján lévő környílás középpontján menjen át. Ezáltal elértem azt, hogy a lengő rendszer *forgási tengelye a gömbhéj átmérője legyen*. Az  $s$  súlyoknak két ily helyzetét határoztam meg, leolvassa a súlyok távolságát a forgási tengelytől: egyik helyzetben valamennyi súly a kereszt szárainak végéhez közel állott, a másik helyzetben valamennyi lehetőleg közel jutott a forgási tengelyhez. E két helyzetre a tehetetlenségi nyomaték meghatározásánál volt szükségem.

Az egyik kereszt szár végére állandóan apró  $m$  lágyvas-tekercs volt erősítve, melyre a lengő rendszer megindításánál volt szükség.

Ezután, eltávolítva a  $h$  hajszálat, az  $a$  asztalkán csúszó  $e$  szánek segítségével két oldalt a  $g$  gömbhéj köré toltam a két  $G$  félgömbhéjat, melyek egymásba kapcsolódva zárt gömbhéjat alkottak. A gömbhéjak koncentrikus beállításánál a  $\pi$  perem épen beleillett a  $G$  gömbhéj felső kivágásába és a gömbhéj folytatását képezte; a torziófej  $\mu$  csavarjával tehát előbb a kellő magasságba állítottam be az egész lengő rendszert, azután az  $e$  szánek eltologatásával elértem azt, hogy a  $\pi$  perem és a  $G$  gömbhéj közti gyűrűalakú nyílás köröskörül egyenlő széles legyen, a mit tekintettel arra, hogy e nyílás pontos beállításnál körülbelül 1 mm széles volt, a  $c'$  állítócsavarok segítségével igen pontosan elérhettem. Így történt a *gömbhéjaknak koncentrikus beállítása*.



Most az  $e$  asztalkára helyeztem egy nyitott csésze foszfor-pentoxidot és körülvettem az eszköz alsó részét az  $\alpha$  hengerrel, azután elzártam az egész eszközt a  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  darabokból álló sárgarézbu-rokkal és a  $\beta$  csapos csővel. Az alsó rész ( $b_1$ ) az  $l$  korong karimájára volt rákösztörülve; e karimát jól megkentem csapkenőccsel s úgy fektettem rá a  $b_1$  burkot; ebbe belecsavar-tam azután a  $b_2$  csövet, mely a  $\gamma$  csövet vette körül és a mely a tükör leolvasáshoz szükséges  $v$  ablakkal volt ellátva, végre a  $b_2$ -re rácsavartam a  $b_3$  süveget, mely  $\beta'$  csapos kivezető csővel volt ellátva. Az összes csavarmeneteket jól megkentem csapkenőccsel.

Hátra volt még a gáz hőmérsékletét jelző hőmérők elhelye-zése. E hőmérők (I, II és III) számára a külső fémburok és az  $\varepsilon$  asztal megfelelő nyílásokkal voltak ellátva; a hőmérők fémcsa-varokba voltak foglalva, melyek a  $b$  burokbba légmentesen voltak becsavarhatók. A hőmérők hagymája mélyen benyúlt az eszköz belsejébe, míg a higanyszál kiállott belőle és kényelmesen volt leolvasható. A II. és III. hőmérő a gáz hőmérsékletét mutatta a gömbhéjakhoz lehetőleg közel, az egyik a felső, a másik az alsó rétegekben, az I. hőmérő hagymája a  $d$  drót közepéig nyúlt le s így különösen a drót hőmérsékletének változásairól adott számot.

Az így összeállított eszközt most már a  $\beta$   $\beta'$  csapok segít-ségével bármely gázzal meg lehetett tölteni. A  $b$  fémburok 5—6 cm higany nyomáskülönbségnél még igen jól zárt, nagyobb nyomás-különbségeknek azonban természetesen nem lehetett kitenni. Célom azonban úgy sem az volt, hogy a surlódásnak a gázok állapotával való változását figyeljem meg, minthogy ily relativ mérésekre egyéb módszerek alkalmasabbak, hanem inkább az, hogy a gáznak valamely ismert állapota mellett  $\gamma$  abszolút érté-két lehetőleg kifogástalanul meghatározzam. Eddigi méréseim szobahőmérsékletű normális nyomású levegőre vonatkoznak.

A  $\beta$  csapot kalciumchloriddal és nedves natriumhydroxyddal töltött U csövekkel kötöttem össze, melyek az intézet kertjének szabad levegőjével közlekedtek; közbe több vattadugót helyeztem, nehogy a por az eszköz belsejébe jusson, a  $\beta'$  csapot pedig higanybarometerrel és kalciumchloridos csővel ellátott vízszivaty-tyúval kötöttem össze, és lassú légáramlatot létesítettem (az ösz-szes nyomáskülönbség a vezetékben 5—6 cm higany volt).

A levegő a nátriumhydroxydnak leadta a benne foglalt széndioxydot, a kalciumchloridnak a nedvességet s így jutott az eszközbe a  $\beta$  csapon át; a foszforpentoxyd elnyelte a még benne lévő vizgőzt. Hogy a zegzugos eszközt a levegő jól átjárja, mindenfelé alkalmaztam szelelő lyukakat, különösen pedig átfurtam a  $k$  csavart és a kereszt függélyes hengeralakú foglalványát.

A tiszta levegővel való öblítés így tartott rendesen 24 óráig, akkor elzártam a csapokat és miután a hőmérők járásából meggyőződtem, hogy a hőmérsékleti egyensúly bekövetkezett, mágnessel az  $m$  lágyvas közvetítésével kitérítettem a lengő rendszert és miután a kilengések kellően csillapodtak, hozzáláttam az amplitudók és lengési idők megfigyeléséhez.

Az összes megfigyelések 3—4 méter távolságból távcsövek segítségével történtek (a hőmérők leolvasása is); a hőmérsékleteket mindig közvetlenül az első fordulópont észlelése előtt és az utolsó fordulópont észlelése után olvastam le.

Rendszerint a megfigyeléseket azonnal megkezdtem, mihelyt a fordulópontok a skálán leolvashatók voltak, az első háromból meghatároztam az egyensúlyi helyzetet, megjelöltem a skálán és 40 átvonulási időt észleltem, leolvasva mindig a közbeeső fordulópontokat is. A leolvasott fordulópontokat a szögelmozdulásokkal arányosakká javítottam és kiszámítottam  $\lambda$ -t és  $T$ -t.

### III. A kísérletek eredményei; a levegő surlódási együtthatója.

Mint hogy a számításba nem vehető fékező nyomaték ( $F_e$ ) kiküszöbölése ama föltevés alapján történt, hogy e nyomaték a kísérletek folyamán nem változik, különös gondot kellett fordítani arra, hogy a felfüggesztési drót belső surlódása, melytől  $F_e$  jó része származik, a kísérletek folyamán változatlan maradjon.

A drótot másrészt úgy kellett kiválasztanom, hogy hordképessége lehetőleg nagy és csavarási rugalmassága lehetőleg kicsiny legyen, hogy lehetőleg nagy lengési időket kapjak.

E második követelménynek igen jól megfelel a nikkel s így kísérleteimet hónapokon át kicsavarodott,  $\frac{1}{30}$  mm vastag nikkel-dróttal kezdtem, melylyel — a különböző berendezések szerint —

111 és 74 mp közt ingadozó lengési időket kaptam. A drót csavarodási rugalmassága is igen kielégítően állandónak mutatkozott, belső surlódása azonban igen jelentékeny ingadozásokat mutatott: ugyanazon összeállításnál egymásután végzett méréseknél az amplitudók fogyási viszonyának természetes logaritmusa ( $\lambda$ ) 10—15%-kal változott, mivel pedig a surlódási együttható ily  $\lambda$ -knak közel lineáris függvénye (l. a 20) alatti képletet), ezen ingadozás  $\gamma$  pontos meghatározását lehetetlenné tette.

Még nagyobb ingadozásokat tapasztaltam aczéldrótoknál.

Kénytelen voltam tehát kisebb lengési időkre szorítkozni azért, hogy  $\frac{1}{10}$  mm vastag platinadrótot használtam. A kívánt eredmény eleinte itt sem mutatkozott, később azonban a drótot kellően kezelve a kísérletek előtt, sikerült a dekrementumokat annyira a mennyire állandósítanom.

A drót belső surlódása (rugalmas utóhatása) ugyanis nagy mértékben függ a drót «előéletétől», így tehát arra törekedtem, hogy ez az előélet legalább közvetlen a kísérletek előtt ugyanaz legyen, ezért a következő eljárást alkalmaztam, mely czélszerűnek mutatkozott:

Miután az eszközt száraz levegővel megtöltöttem, egy napig nyugodni hagytam, azután bizonyos szöggel (kb. 40°-kal) kitérítettem az egyensúlyi helyzetből és vagy 3 óráig vártam míg a lengések egészen aprók lettek; ugyanezt végeztem még kétszer és csak akkor (a harmadik kitérítés után) kezdtem megfigyelni a fordulópontokat, mihelyt a skálán belül megjelentek.

A hőmérséklet állandósításáról nem kellett külön gondoskodnom, minthogy az eszköz a fizikai intézetnek egyik állandóan besötétített, igen állandó hőmérsékletű pinczehelyiségében állott. Minthogy azonban a levegő surlódásának mérésére szolgáló végleges kísérletsorozat egy egész hónapot vett igénybe (1904 aug. 27-től szept. 29-ig), némi változás mégis mutatkozott, a mi azonban nem okozott nehézséget, minthogy a méréseket következőképen rendeztem be:

I.) 6 lengéssorozatot észleltem úgy, hogy a lengő szerkezet a gömbhéjjal és az alumíniumhengerrel volt megterhelve,

II.) 6 lengéssorozatot úgy, hogy az alumíniumhengert és a

gömbhéjat levettem és az ólomhengert helyeztem a lengő szerkezetre;

III.) ismét 6 lengéssorozatot észleltem az I.) összeállításban.

Az I.) és III.) mérések eredményeinek középértékét kombináltam a II.) mérés eredményeivel és így a hőmérsékletnek bekövetkezett *egyirányú* változása ki volt küszöbölhető és nem volt szükség külön változási együttható meghatározására.

A következőkben táblázatosan adom a mérési adatokat:  $k$ -t és  $T$ -t minden lengéssorozatnál 41 fordulópont-, ill. 40 átvonulási időpontból számítottam ki; a fellépő mennyiségekhez mindig odacsatolom a mérésüknél fellépő maximális hibát (a középértéktől való legnagyobb eltérést).

Kísérlet száma	$k$		$T$ (sec.)		$t$ (hőmérséklet)		Egyensúlyi helyzet eltolódása skálarészekben
	számérték	maximális hiba	számérték	max. hiba	számérték	max. hiba	
I, 1	1·01075	0·00023	32·431	0·019	21·35	0·01	0·2
2	1086	24	412	13	50	02	0·3
3	1074	22	404	21	39	04	0·5
4	1078	26	399	21	19	03	1·1
5	1074	18	398	27	14	02	0·2
6	1080	16	399	11	14	01	0·3
II, 1	1·01159	0·00014	28·441	0·034	20·61	0·10	0·5
2	1160	16	439	29	59	01	0·2
3	1172	19	437	13	34	02	0·2
4	1157	22	435	15	32	08	0·1
5	1155	23	433	17	50	04	0·8
6	1165	21	436	14	60	04	0·9
III, 1	1·01071	0·00022	32·396	0·012	19·62	0·03	0·2
2	1079	22	382	08	69	04	0·3
3	1088	18	375	20	41	01	0·1
4	1087	22	378	23	21	02	0·1
5	1087	20	395	21	20	05	0·6
6	1076	23	401	19	57	02	0·8

A skálátávolság 330 cm (= 3300 skálarész) volt, úgy hogy egy skálarész 31·3"-nek felelt meg.

Az amplitudók viszonya egyazon sorozatnál — a mint az A) táblázatból látható — nem mutatott  $\frac{1}{40}$  százaléknál nagyobb in-

gadozást, a lengési idő pedig a legkedvezőtlenebb esetben egy tized százaléknyi pontossággal volt meghatározható; a hőmérséklet ingadozása a legrosszabb esetben  $0.1^\circ \text{C}$ , míg az egyensúlyi helyzet legfőlegb egy fél skálárészszel, azaz egy negyed perczezel tolódott el.

A következő táblázatban összeírtam az I., III.) és a II.) alatti méréssorozatok eredményeinek középértékéből kiszámított  $k$ ,  $T$ ,  $\lambda = \log n$ at  $k$  és  $\beta = \frac{\lambda}{T}$  értékeket; a II.) mérésekre vonatkozó mennyiségeket ' jellel különböztetem meg; a maximális hibák az A / táblázatban szereplő középértékektől való legnagyobb eltérést jelentik.

$k = 1.01080 \pm 0.00009$	$\lambda = 0.01074 \pm 0.00009$
$k' = 1.01161 \pm 0.00011$	$\lambda' = 0.01154 \pm 0.00011$
$T = 32.397 \pm 0.034$	$\beta = 0.0003316 \pm 0.00000328$
$T' = 28.437 \pm 0.004$	$\beta' = 0.0004059 \pm 0.0000039$

Az I.) mérési sorozat középhőmérséklete  $21.28 \pm 0.22$ , a II.) sorozaté  $20.49 \pm 0.17$ , a III.)-é pedig  $19.45 \pm 0.24$ ; az I.) és III.) méréseket kombinálva  $20.37^\circ \text{C}$ -t kapunk, úgy, hogy  $\eta$ -nak kiszámított értéke  $20.4^\circ \text{C}$ -ra vonatkozik.

A B) táblázatból látható, hogy az  $\eta$  kiszámításában szereplő  $\lambda$  és  $\beta$  viszonylagos pontossága már jelentékenyen kisebb, mint magáé a mérésekből kiadódó  $k$ -é;  $k$  ugyanis közelítőleg  $= 1 + \lambda$ ,  $\lambda$  pedig körülbelül 0.01 s így ha  $k$   $\frac{1}{100}$  százalékig pontos,  $\lambda$  és  $\beta$  már csak egy százalékig lesznek pontosak; ugyanily pontosságúnak tekintendő a (20) közelítő képlet alapján a kiszámított  $\eta$  érték is.

Itt ismét látható, mennyire kívánatos nagy lengési idők létesítése:  $k$ , a kísérletileg lemerő mennyiség  $\frac{1}{100}$  százalékig pontos, ez körülbelül a kísérletileg elérhető pontosságnak határa; ha  $\lambda$  nagyobb volna,  $k$  ugyanazon pontosságánál  $\lambda$  pontosabbnak adódnék ki;  $\lambda$  pedig — az egy lengésre eső logaritmikus dekrementum — ugyanazon gáz és lengő szerkezet esetén annál na-

gyobb lesz, minél nagyobb a lengési idő, minthogy — ceteris paribus —  $\beta$  ugyanazon lengő szerkezetnél állandó marad. Így pl. mikor a lengő szerkezetet nikkeldrőtra függesztettem,  $k$  1·038-nak,  $\lambda$  tehát több mint háromszor akkora adódott ki, mint a jelen berendezésnél s így  $\gamma$ -t is háromszor akkora pontossággal kaphattam volna meg, ha a drót belső surlódásának változása nem gördített volna újabb akadályokat e mérések elé.

Világos ebből, mily irányban kell a jelen berendezést tökéletesíteni: lehetőleg nagy hordképességű, kis csavarodási rugalmasságú és állandó belső surlódású drótot kell keresni, a mi által a módszer pontossága nagy mértékben fokozható.

A *B*) alatti adatok alapján a fentebb vázolt grafikus eljárással meghatároztam  $\gamma$  értékét száritott és széndioxydtól tisztított, 20·4° hőmérsékletű normális nyomású levegőre:

Millimeterpapíron megszerkesztettem az  $N=N_2(m)$  görbének öt pontját:

$$\begin{array}{ccccccccc} m & = & 0\cdot045, & 0\cdot046, & 0\cdot047, & 0\cdot048, & 0\cdot049 \\ N_2(m) & = & 234006, & 224003, & 214617, & 205700, & 197293 \\ & & r_1=4\cdot885, & r_2=5\cdot007, & R=6\cdot084 \text{ cm} & \text{mellett.} \end{array}$$

Az öt megszerkesztett pont közel egy egyenesbe esett.

Az  $N=N_1$  egyenes szerkesztésénél a következő adatokat használtam:

A keresztnek  $s_1=14\cdot5$ ,  $s_2=14\cdot5$ ,  $s_3=14\cdot9$ ,  $s_4=12\cdot5$  cm hosszú szárain az  $m_1=9\cdot892$ ,  $m_2=9\cdot887$ ,  $m_3=9\cdot921$ ,  $m_4=9\cdot888$  gr tömegű sárgarézgolyók lógtak, a miből a tehetetlenségi nyomatékokra nézve azt kaptam, hogy:

$$K=18161, \quad K'=13905 \text{ gr cm}^{-2}.$$

Továbbá

$$\begin{array}{l} \rho_{20\cdot4}=0\cdot001202, \\ \beta = 0\cdot0003316, \quad \beta'=0\cdot0004059. \end{array}$$

$N_1$ -t 214782-nek találtam s a két vonal metszéspontjából  $m$ -et pontosan 0·046988-nak kaptam, és innen:

$$\gamma=0\cdot0001794 \text{ cm gr}^{-1} \text{ sec}^{-1} (1\% \text{ max. hibával}).$$

Legközelebb esetleg alkalmasabb drót választásával meg

fogom vizsgálni a levegő belső surlódási együtthatójának változását a levegő nedvességével, a mi a jelen kísérleti berendezéssel kényelmesen tanulmányozható.

★

Öszinte köszönetet mondok a Magyar Tudományos Akadémia matematikai és természettudományi bizottságának, mely anyagi támogatásával a költséges eszköz előállítását lehetővé tette, azonkívül tanáromnak, báró Eötvös Lorándnak, a budapesti egyetemi fizikai intézet igazgatójának, kinek szives engedelmével és állandó érdeklődése mellett e méréseket az említett intézetben végeztem.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1905. október 23.-án tartott üléséből.)

# VIZSGÁLATOK A TRYPSINEMÉSZTÉSRŐL.<sup>1</sup>

HÁRI PAL-tól.

(Kivonat.)

Kísérleteimnek célja volt a trypsinemésztés reactionhőjének megállapítása azon elv alapján, mely Lengyel Lórándot<sup>2</sup> vezette a pepsinemésztésre vonatkozó munkájában. Ezen elv lényege a következő: Megállapítani valamely emésztési keverék kémiai energiatartalmát az emésztés elején és bizonyos emésztési időszak végén. Ha emésztésközben kémiai energiát tartalmazó anyagok nem távolodnak el, vagy az energiatartalom meghatározásához szükséges műveletek közben kémiai energia nem vesz el, úgy az észlelhető különbség megfelel a kémiai energia azon mennyiségének, mely emésztésközben elhasználtatott, illetőleg más energiává, hővé, alakult át. Ez az emésztési folyamatnak reactionhője.

Kísérleteimről másutt részletesen fogok beszámolni; e helyen csak az eredményeket akarom röviden ismertetni.

A trypsinemésztés a pepsinemésztésnél sokkal mélyebbre ható folyamat lévén, arra kellett elkészülve lennem, hogy vagy már az emésztés közben, vagy az emésztési keverék bepárologatása közben, a mi az energiatartalomnak a Berthelot-féle bombával való meghatározását megelőzi, kémiai energiát még tartalmazó, illó vegyületek távolodnak el. (Ilyen illó termékek az  $NH_3$

---

<sup>1</sup> A budapesti kir. m. tud. egyetem élet- és kórvegytani intézetében készült dolgozat.

<sup>2</sup> Lengyel Lóránd. Adat a pepsinemésztés thermodynamikájához. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XXIII. kötet, 2. füzet, 255. oldal.



és szerves vegyületek.) Ezen energiaveszteség természetesen nem tudható be az emésztés reakcióhőjének.

De arra is kellett gondolnom, hogy energiaveszteséggel járhatnak olyan bomlások is — illóanyagok eltávolodása nélkül —, melyeket esetleg maga a bepárlás okoz. Ezen energiaveszteség szintén nem tartozik a reakcióhőhöz.

De mindezenkívül még azért is komplikáltabb a kísérletezés trypsinnel, mert külön kell gondoskodni arról, hogy bacteriumok ne szaporodhassanak az emésztőkeverékben. Kísérleteimben erről toluollal gondoskodtam, mely bepárologtatás közben teljesen elillan és így nem zavarja a calorimetriás meghatározást.

Kísérleteimet ezek szerint tehát úgy kellett berendeznem, hogy eldönthessem, vajjon emésztés közben távoznak-e el energiátartalmú anyagok s ha igen, milyenek, s hogy a bepárologtatás maga nem okoz-e energiaveszteséggel járó bomlásokat.

Összesen három kísérleti sorozatom van. Mindegyikben meghatároztam az emésztési keverék szárazanyag-, hamu-,  $N$ - és energiátartalmát az emésztés előtt és különböző hosszú ideig tartó emésztés után. Az emésztés fokát minden megvizsgált időszakban a coagulálható fehérje, illetőleg az ebben levő  $N$  meghatározásával állapítottam meg az emésztési keveréknek külön e célra szolgáló részleteiben. Ezenkívül még a tryptophanreactio intenzitása is tájékoztató az emésztés előrehaladásáról. Nem mulasztottam el soha minden kísérletben methylenkével festett fedőlemez készítményekkel megvizsgálni, vajjon nem fejlődtek-e bacteriumok. Három kísérleti sorozatomban egyszer sem találtam.

Ezekon kívül a második kísérleti sorozatban megfelelő készülékkel úgy az emésztés, mint a bepárologtatás közben elillanó  $NH_3$ -at is felfogtam és meghatároztam. A harmadik kísérleti sorozatban pedig ugyancsak az emésztés, valamint a bepárologtatás közben eltávolodó  $CO_2$ -t fogtam fel és határoztam meg és azonkívül az emésztési keverék szárazanyagának  $C$  és  $H$  tartalmát emésztés előtt és emésztés után elementáris elemzéssel megállapítottam, hogy megtudjam, veszett-e el szerves anyag.

Az emésztési keverék összetétele az egyes kísérleti sorozatokban a következő volt:

1. kísérleti sorozat. Merck-féle vérsavófehérje-por, Merck-féle

trypsin 74 : 26 arányban ; ezen keverékből egy-egy próbára négy grammot oldottam 50 cm<sup>3</sup> toluolos vízben.

2. *kísérleti sorozat.* Az intézetben készült friss toluolos vizes pankreaskivonatból két rész, 7 %-os fehérjeoldatból egy rész ; egy-egy próba 150 cm<sup>3</sup> keverékből állott.

3. *kísérleti sorozat.* Merck-féle tojásfehérjepor, Merck-féle pankreatin a II—V. sz. kísérletekben 75 : 25, a többiben 70 : 30 arányban ; egy-egy próbára 4—6 grammot oldottam 150 cm. toluolos vízben.

E három sorozat eredményei a következő 1—5. sz. táblázatokban van összeállítva :

1-ső táblázat.

*Bepárlás előzetes emésztés nélkül.*

Kísérlet száma	Hamumentes szárazanyag				N				A keverék energia-tartalma				A kísérlet végén az energia-meghatározásra használt anyag víztartalma %	A hamumentes szárazanyag spec. energia-tartalma	
	bepárlás előtt		bepárlás után		bepárlás előtt		bepárlás után		bepárlás előtt		bepárlás után			bepárlás előtt	bepárlás után
	gr.	gr.	gr.	%	gr.	gr.	gr.	%	cal.	cal.	cal.	%		cal.	cal.
1-ső sorozat I-ső kísérlet	2·5818	2·5473	—0·0345	—1·34	0·3839	0·3728	—0·0111	—2·89	14983	14909	—74	—0·49	6·98	5803	5853
3-ik sorozat Ia kísérlet	5·0086	4·9237	—0·0849	—1·70	0·6389	0·6379	—0·0010	—0·16	28248	28105	—143	—0·51	12·96	5640	5708
3-ik sorozat Ib kísérlet	5·2842	5·2308	—0·0534	—1·01	0·6741	0·6801	+0·0060	+0·89	29802	29730	—72	—0·24	13·00	5640	5684

2-ik táblázat.

1-ső sorozat.

Kísérleti szám	Az emésztés tartama	Hamumentes szárazanyag				N				A keverék energia-tartalma				A kísérlet végén az energia meghatározására használt anyag viztartalma %	A hamumentes szárazanyag spec. energia-tartalma	
		emésztés előtt	emésztés után	súlyváltozása		emésztés előtt	emésztés után	hiány		emésztés előtt	emésztés után	változás			emésztés előtt	emésztés után
		gr.	gr.	gr.	%	gr.	gr.	gr.	%	cal.	cal.	cal.	%		cal.	cal.
IIa	19 nap	3.3641	3.5458	+0.1817	+5.40	0.5001	0.4757	0.0244	4.88	19522	19194	—328	—1.68	7.06	5803	5413
IIb	19 nap	3.3739	3.5415	+0.1676	+4.97	0.5019	0.4685	0.0334	6.65	19579	19040	—539	—2.75	6.53	5803	5377
VIa	42 nap	3.3947	3.5130	+0.1183	+3.48	0.5050	0.4650	0.0400	7.92	19699	18914	—785	—3.99	5.50	5803	5284

3-ik táblázat.

2-ik sorozat.

Kísérleti szám	Az emésztés tartama	A bepárolt keverék hamu-mentes szárazanyaga				N						Energia-tartalom				A kísérlet végén az energia-meghatározásra használt anyag víztartalma %	A bepárolt maradék hamu-mentes szárazanyagának spec. energia-tartalma		
		emésztés előtt		súlyváltozása	emésztés után		hiány		az elillant N-ből felfogtam		a bepárolt keverékben		változás		emésztés előtt		emésztés után		
		gr.	gr.		gr.	gr.	gr.	%	gr.	gr.	cal.	cal.	cal.	%	cal.		cal.		
IIa	23 nap	5.4655	5.7534	+0.2879	+5.27	0.7821	0.7594	0.0227	2.90	0	0.0090	30408	29640	-768	-2.52	10.74	5563	5150	
IIb	23 nap	5.4655	5.7322	+0.2667	+4.88	0.7821	0.7577	0.0244	3.12	0	0.0110	30408	29765	-643	-2.11	10.36	5563	5190	
IIIa	45 nap	5.4655	5.7753	+0.3098	+5.67	0.7821	0.7356	0.0465	5.95	0	0.0130	30408	29691	-717	-2.36	10.33	5563	5134	
IVa	65 nap	5.4655	5.8010	+0.3355	+6.14	0.7821	0.7288	0.0533	6.81	0	0.0064	30408	29267	-1146	-3.77	10.24	5563	5034	

4-ik táblázat.

3-ik sorozat.

Kísérleti szám	Emész- tés tartama	Hamumentes szárazanyag				N				Energia-tartalom				A kísérlet végén az energiameghatározásra használt anyag viz- tartalma ‰	A hamu- mentes szárazanyag spec. energia- tartalma	
		emésztés előtt	emésztés után	súlyváltozása		emésztés előtt	emésztés után	hiány	emésztés előtt	emésztés után	változása		emésztés előtt		emésztés után	
				gr.	%						gr.	%				cal.
IIa	4 nap	3.8083	3.8142	+0.0059	+0.15	0.4690	0.4693	+0.0003	+0.06	21523	21512	—21	—0.10	6.53	5652	5640
IIb	4 „	3.8169	3.8762	+0.0593	+1.55	0.4700	0.4619	—0.0081	—1.72	21572	21234	—338	—1.57	8.68	5652	5478
IIIa	8 „	3.7709	3.8123	+0.0414	+1.10	0.4644	0.4583	—0.0061	—1.51	21312	20972	—335	—1.57	8.60	5652	5501
IIIb	8 „	3.5409	3.6038	+0.0629	+1.77	0.4360	—	—	—	20008	19573	—435	—2.24	10.36	5652	5416
IVa	12 „	3.5154	3.6722	+0.1568	+4.46	0.4329	0.4213	—0.0116	—2.68	19868	19596	—272	—1.38	10.53	5652	5336
IVb	12 „	3.7630	3.8494	+0.0864	+2.30	0.4634	0.4583	—0.0051	—1.10	21268	20636	—632	—2.97	7.32	5652	5361
Va	16 „	3.5918	3.7320	+0.1402	+3.90	0.4423	0.4359	—0.0064	—1.45	20299	19894	—405	—1.99	11.83	5652	5331
Vb	16 „	3.3316	3.3756	+0.0440	+1.32	0.4091	0.3953	—0.0138	—3.37	18776	18232	—544	—2.90	7.07	5652	5401
VIa	18 „	5.8332	6.0876	+0.2544	+4.36	0.7422	0.7362	—0.0060	—0.80	32899	32290	—609	—1.85	10.88	5640	5304
VIb	18 „	5.0040	5.1904	+0.1864	+3.72	0.6383	0.5981	—0.0101	—1.58	28222	27670	—552	—1.96	9.08	5640	5331
VIIa	34 „	4.9854	5.2516	+0.2662	+5.34	0.6359	0.6413	+0.0054	+0.85	28117	27793	—324	—1.15	24.55	5640	5292
VIIb	34 „	5.2475	5.5892	+0.3417	+6.51	0.6694	0.6667	—0.0027	—0.40	29596	29097	—499	—1.69	21.03	5640	5206
VIIIa	51 „	5.9114	6.3606	+0.4492	+7.60	0.7541	0.7393	—0.0148	—1.96	33340	33020	—320	—0.96	15.83	5640	5191
VIIIb	51 „	5.0710	5.4343	+0.3633	+7.16	0.6468	0.6412	—0.0056	—0.86	28600	28205	—395	—1.38	22.15	5640	5190

5-ik táblázat.

3-ik sorozat. A C- és H-tartalom változása emésztés és bepárlás közben.

Kísérleti szám	Emész- tés tartama	Szárazanyag emésztés után	C										Energia veszteség	H			
			emésztés előtt	emésztés után	hiány		felfogott CO <sub>2</sub> mennyisége		CO <sub>2</sub> -nak összes mennyisége	a CO <sub>2</sub> -ban foglalt C mennyisége	a CO <sub>2</sub> -ban foglalt C-n túl még hiányzó C						
							emész- közben	bepár- lás közben									
														gr.	gr.	gr.	gr.
			gr.	gr.	gr.	‰	gr.	gr.	gr.	gr.	gr.	‰	‰	gr.	gr.	gr.	‰
VIa	18 nap	6·4141	3·1236	2·9890	0·1346	4·31	0·0594	0·0968	0·1562	0·0426	0·0920	2·95	1·85	0·4540	0·4779	+0·0239	+5·26
VIIa	34 "	5·5306	2·6695	2·5717	0·0978	3·66	0·1631	0·0330	0·1961	0·0535	0·0443	1·66	1·15	0·3880	0·4137	+0·0257	+6·62
VIIb	34 "	5·8829	2·8099	2·6767	0·1332	4·74	0·1342	0·0367	0·1709	0·0466	0·0866	3·08	1·69	0·4084	0·4236	+0·0152	+3·72
VIIIa	51 "	6·6914	3·1654	3·0780	0·0874	2·76	0·1570	0·0396	0·1966	0·0535	0·0399	1·26	0·96	0·4600	0·4938	+0·0338	+7·35
VIIIb	51 "	5·7181	2·7154	2·6744	0·0410	1·51	—	—	—	—	—	—	1·38	0·3946	0·4346	+0·0400	+10·13

Ezen kísérleti sorozatok főbb eredményei a következők:

Az oldott emésztési keverékek egyszerű bepárlása előzetes emésztés nélkül körülbelül 0·5 %-nyi energiaveszteséggel jár. E bepárlásnál a  $N$ -nek egy része is illó vegyület alakjában elvész. (L. 1-ső tábl.)

A két első sorozatban az emésztés előrehaladásával növekedő  $N$  veszteség mutatható ki. Ezen  $N$ -veszteség legnagyobb része magának az emésztésnek tudandó be s csak csekély része a bepárlásnak.

Az emésztés közben elveszett  $N$  nem  $NH_3$ , hanem más illóvegyület alakjában tűnt el. (2. kis. sorozat.) Bepárologatás közben tényleg egy része a  $N$ -nek  $H_3N$  alakjában illan el.

Ezzel szemben a harmadik sorozatban az emésztés haladásával fokozódó  $N$ -veszteség *nem* mutatkozott, a  $N$  mennyisége emésztés után csak valamivel volt kevesebb, mint emésztés előtt.

Az emésztés, valamint a bepárlás közben a harmadik kísérleti sorozat tanúsága szerint  $CO_2$  távolodik el, de kimutatható, hogy a  $C$ -nek egy része még más, még pedig szerves vegyület alakjában távolodik el az emésztési keverékből a bepárologatás közben.

Mind a három kísérleti sorozatban az emésztés után kevesebb chemiai energiát találunk, mint emésztés előtt. Az első két sorozatban az emésztés előrehaladásával párhuzamosan növekedő energiaveszteség észlelhető, mely pl. az első sorozatban 42 nap alatt 4 %-ra emelkedett. Ezzel szemben azonban a leghosszabb és legtökéletesebb 3-dik kísérleti sorozatban az energiaveszteség még nyomát sem mutatja az emésztés haladásával párhuzamos fokozódásnak. A négy napig emésztett II. b) számú keverékben az energiának 1·6 %-a, az 51 napig emésztett VIII. a) sz. keverékben pedig csak 0·9 %-a hiányzik, daczára annak, hogy kétségtelenül meggyőződtem arról, hogy ezen utóbbi keverékben az emésztés sokkal előrehaladottabb volt, mint a II. b) számú keverékben.

*Már ezen tény egymagában is bizonyítandá, hogy az észlelhető energiaveszteség nem lehet magának az emésztésnek következménye vagyis nem az emésztés reactionhője. De különben is az energiaveszteség forrása is megállapítható.*

A magában véve csekély energiaveszteségből — 20—30,000



cal.-ból összesen 273—632 cal. vész el — egy rész az elkerülhetetlen kísérleti hibákra esik. Ez mintegy 100—200 cal.-t tesz ki, a másik része kétségtelenül azon bomlásokra vezetendő vissza, melyeket a bepárologatás okoz, mely bomlások következménye bizonyos illóvegyületek eltávolodása. Be lehet bizonyítani, hogy az energiaveszteség, mely a 3-dik kísérleti sorozatban nem arányos az emésztés fokával, fordítva arányos a calorimetriás meghatározáshoz használt anyag víztartalmával, vagyis arányos az emésztési keverék beszárításának fokával. Szépen látszik ez a 4-ik táblázat adataiból, melyek szerint

7.07—7.32 % víztartalomnak átlag 2.93% energiaveszteség,

8.60—11.83 % víztartalomnak átlag 1.86% energiaveszteség,

15.83—14.55 % víztartalomnak átlag 1.20% energiaveszteség

felel meg.

Ugyanez tűnik ki különben az 1. és 2. sorozat adataiból is. Itt a hosszabb ideig emésztett keverékek csak véletlenül lettek erősebben beszárítva, úgy hogy az energiaveszteség látszólag az emésztés tartamával arányos.

A 3-dik sorozat adataiból azonkívül kétségtelenül kitűnik, hogy a mint azt az elementáris elemzés számai mutatják, néhány centigramm szerves anyag tényleg eltűnik a bepárologatás közben. Tekintélyes mennyiségű *C* hiányzik, több mint a felfogott  $CO_2$ -ban foglaltatik. A *H* veszteség biztosan nem állapítható meg, mert a hydrolysis-sal járó vízfelvétel következtében megemésztett száraz anyag *H* tartalma nagyobb lesz. (L. 5-dik tábl.) De tekintetbe véve a hydrolysis *O*-gyarapodást, kiszámítható, hogy tényleg *H* is elvész az eredeti száraz anyagból.

Ezenkívül még egy 4-dik kísérleti sorozatban, melyet nem dolgoztam tovább fel, directe kimutathattam, hogy illó szervesanyagok távolodnak el bepárologatás közben: a destillátumot hig kénsavban fogtam fel, melyet azután kaliumpermanganáttal meg-titráltam.

E jelentékeny *C*- és *H*-veszteségek, mint szervesanyag-veszteségek, melyek legnagyobb része a bepárologatás következménye és melyek nagysága a bepárlás fokával arányos, megmagyarázzák az energiaveszteség azt a részét, mely nem egyszerű kísérleti hiba.

*Mindezek alapján kimondható, hogy maga a trypsinemésztés nem jár chemiai energia elhasználásával, vagyis a trypsinemésztés reactionhője zérus.*

Magyarázatra szorul még azon tény, hogy az első két sorozatban az emésztés közben észlelt *N*-vesztesség sokkal nagyobb, mint a 3-dik sorozatban. Ennek okát biztosan nem tudom, de nem tartom kizártnak, hogy ezen vesztések autolysises folyamatokkal függenek össze, melyek a trypsinemésztéssel egyidejűleg folytak le, s melyek a 3-dik sorozatban használt pankreatinnal nem mutatkoztak. Az autolysises folyamatokra e nagyobb *N*-vesztések állítólag jellemzők.

Végezetül megemlítem még, hogy különösen a 3-dik kísérleti sorozatban igen szépen látható az emésztés előrehaladását jelző szárazanyag-gyarpodás:

Az emésztés tartama.	A hammentes szárazanyag gyarpodása.
4 nap .....	0·85 %
8   " .....	1·43 "
12  " .....	3·38 "
16  " .....	2·61 "
18  " .....	4·02 "
34  " .....	5·92 "
51  " .....	7·38 "

Ez a hydrolysis következménye, melynek folyamán víz vétetik fel a széthasadó anyag molekulájába, úgy hogy a víz elemei a hasadási termékek alkotó részeivé lesznek. Miután az emésztendő anyag ilyen módon emésztésközben vízzel mintegy higitatik, természetes, hogy emésztés után a szárazanyag specificus energiatartalma (egy gramm energiatartalma = égési melege) kisebb, mint az emésztés előtt. Ezt tényleg találtam is. (L. 2., 3. és 4. táblázat.)

A vizsgálatokat Tangl Ferencz tanár kezdeményezésére és vezetésével végeztem.

# AZ ÉRETT MAGZAT VÉRÉNEK HYDROXYLION- ÉS TITRÁLHATÓ ALKALI-TARTALMÁRÓL.<sup>1</sup>

SZILI SÁNDOR-tól.

(Kivonat.)

Általánosan ismeretes, hogy a folyadékok valódi lugosságát, azaz szabad hydroxylion-tartalmát titrálással nem lehet meghatározni.<sup>2</sup>

HÖBER<sup>3</sup> volt az első, a ki az u. n. koncentrációs gázelemekkel a vér hydroxylion-tartalmát megállapította, a mely alkalommal egyúttal a hydroxylionok physiologiai fontosságára is rámutatott.

Fölöslegesnek tartom e helyen ezen módszert, melyet HÖBER, FARKAS GÉZA<sup>4</sup> és FRÄNKEL<sup>5</sup> kidolgoztak és újabban PFAUNDLER is részletesen leírt, újból behatóan tárgyalni s ezért csak az említett szerzők munkáira utalok.

Ezen vizsgálatok között a legfontosabbak FARKAS GÉZA és FRÄNKEL eredményei. E szerzők t. i. azt találták, hogy az állati vér hydroxylion-tartalma a destillált vizének felel meg ( $0.8 \times 10^{-7}$ ), vagyis az állati vér neutralis folyadék. Ugyanily eredményre

---

<sup>1</sup> A budapesti kir. m. tud. egyetem élet- és kórvegytani intézetében készült dolgozat.

<sup>2</sup> OSTWALD: Grundlinien der anorg. Chemie 1904. év. 198 l. 255 l.

<sup>3</sup> PFLÜGER's Archiv. 81 köt. 522 l., HÖBER: Physik. Chemie d. Zelle u. Gewebe 1902. 218 l.

<sup>4</sup> FARKAS GÉZA: A vérsavó hydroxylion tartalmáról. Matematikai és természettudományi Értesítő XXI. k. 1903 és PFLÜGER's Archiv 903. Bd 96. Über die Concentration der Hydroxylionen im Blutserum.

<sup>5</sup> FRÄNKEL: Eine neue Methode zur Bestimmung der Reaction des Blutes, PFLÜGER's Archiv Bd. 96. 1903.

jutott HÖBER<sup>1</sup> második közleményében, ellentétben első közleményével,<sup>2</sup> melyben a vér hydroxylion-tartalmát hibásan  $0.1 \times 10^{-5}$ -nek találta.

Az emberi vérsavó OH'-tartalmát FARKAS GÉZA és SCIPIADES<sup>3</sup> terheseknél ( $1.10^{-7}$ ), szülő nőknél ( $1.6 \times 10^{-7}$ ) és gyermekágyasoknál ( $1.9 \times 10^{-7}$ ), továbbá PFAUNDLER<sup>4</sup> újszülötteknél, idősebb gyermekeknél és felnőtteknél vizsgálták meg. E vizsgálatok eredményei megegyeznek az állati vérre megállapított adatokkal, vagyis az emberi vér is neutralis vegyhatású. PFAUNDLER az első életévre vonatkozólag általában kisebb értékeket ( $1.10 \times 10^{-7}$ , vagy azon aluliakat) talált, mint az első életév után (többnyire  $1.5 \times 10^{-7}$ , vagy ezen felül) és mint felnőtteknél ( $2.5 - 3.5 \times 10^{-7}$ ). Érdekes továbbá PFAUNDLER-nek azon észlelete, mely szerint életgyengeség folytán elpusztult csecsemők a legalacsonyabb hydroxylionconcentrátiót ( $0.23 - 0.25 \times 10^{-7}$ ) mutatják. Szerinte lehetséges, hogy ez az erősen leszállított anyagforgalommal áll bizonyos összefüggésben.

Tekintetbe véve PFAUNDLER-nek csecsemőkre és FARKAS-SCIPIADES-nek felnőttekre vonatkozó észleleteit, igen érdekesnek ígérkezett a *foetalis vérnek* eddig ismeretlen hydroxyl-tartalmát megállapítani, annál is inkább, mert tudjuk, hogy a magzatban egyes szervek nem működnek, mások működése pedig alig jön számba: ilyenek a mozgató szervek, a gyomor-, bélrendszer, a tüdő stb.

Ez irányú vizsgálataimat kiviselt magzatok placentaris vérével végeztem, melyet a magzat születése után közvetlen a köldökzsinórból<sup>5</sup> nyertem. A köldökzsinóron spontán kifolyt vér mennyisége 5—20 cm<sup>3</sup>-nek felelt meg.

<sup>1</sup> HÖBER: Über die Hydroxylionen des Blutes. PFLÜGER's Archiv 1903 Bd. 99. s. 581.

<sup>2</sup> HÖBER, l. c. 539. lap.

<sup>3</sup> FARKAS G. és SCIPIADES E.: Vizsgálatok terhesek, szülők és gyermekágyasok vérsavójának s a magzatvíznek moleculás concentratio viszonyáról. Math. és természettud. Értesítő 1904. év és PFLÜGER's Archiv 1904.

<sup>4</sup> PFAUNDLER: Archiv f. Kinderheilkunde 1905. 41 Bd. s. 162.

<sup>5</sup> Habár a foetalis vért a placentában csak vékony sejtréteg választja el a decidua capillarisaitól keringő anyai vértől, előbbeni mégis tiszta, nem kevert magzati vér.

Az ilyen módon nyert vér serumában meghatároztam a hydroxylionconcentrátiót, továbbá a titrálható alkalimennyiséget. A titrálás  $2 \text{ cm}^3$  savóban  $\frac{1}{20}$  n. sósavval történt; indicatorul GLASER<sup>1</sup> előírása szerint készített lakmoid-papírt használtam, melyből apró csíkokat vágtam le, a melyeket a serumba mártogattam; már a gyenge rózsaszínt végreactionnak tekintettem. Meg kell még jegyeznem, hogy czélszerű nagyobb mennyiségű papirost előállítani, mely jól eldugaszolt sötétbarna üvegben sokáig változatlanul eltartható.

A hydroxylionconcentrátiót FARKAS GÉZA<sup>2</sup> módszere szerint határoztam meg és pedig ama kis elektródok segítségével, melyeket FARKAS és újabban PFAUNDLER is használt (utóbbi le is irt). Az elektródokat módosítottam; e módosítást más helyen fogom részletesen leírni, a hol egyúttal mindazon cautelákra is kiterjeszkedem, melyeket ezen methodusnál szem előtt kell tartanunk. hogy megbízható eredményekre jussunk.

Ezen új alakú elektródokkal FARKAS GÉZA szerint állítottam össze a koncentrációs gázelemet, mely minden kísérletemben a következő volt:



FRIEDENTHAL<sup>3</sup> és FRÄNKEL-nek azon aggodalma, hogy a hydrogén átvezetése alkalmával a vérből szénsavat üzünk ki, csak HÖBER methodusánál jöhet szóba, a ki a serumon órákon át vezette keresztül a hydrogént, a mi, a mint ezt először FARKAS G. kimutatta, a savó hydroxyltartalmát tényleg megváltoztatja. Másrészt azonban FARKAS kimutatta, hogy, ha az elektródokat egyszerűen megtöltjük hydrogénnel, a szénsavvesztés oly minimalis, hogy mérhetetlen hydroxylionváltozást idéz elő.

Hiszen FRÄNKEL eredményeivel teljesen megegyeznek úgy FARKAS-nak adatai, mint HÖBER-nek újabb eredményei.

<sup>1</sup> FRITZ GLASER: Indicatoren. 1904. év 118. lap.

<sup>2</sup> FARKAS G. l. c.

<sup>3</sup> H. FRIEDENTHAL: Über die Reaction d. Blutserums usw. Zeitschr. f. allg. Phys. Bd I. s. 56. 1902.

Ezen koncentrációs elemekkel méréseket az u. n. Poggen-dorff-féle compensatiós módszerrel végeztem, a midőn is egy Deprez-d'Arsonval-féle galvanometert alkalmaztam mint mérő eszközt. Összehasonlító elemül egy accumulator-cellát vettem igénybe, melynek elektromotoros erejét minden mérés alkalmával egy Weston-féle normal elemmel határoztam meg.

Összesen 31 vért vizsgáltam meg ilyen irányban; a vizsgálatok eredményei a következő tabellában vannak csoportosítva:

Vérsavó száma Nr.	$\pi$ Elektro- motoros erő voltokban	$C_{OH}$ Hydroxyllion concentr. gr.-aequiv. pr. 1 liter	Titrálható alkali gr.-aequiv. pr. 1 liter	Vérsavó száma Nr.	$\pi$ Elektro- motoros erő voltokban	$C_{OH}$ Hydroxyllion concentr. gr.-aequiv. pr. 1 liter	Titrálható alkali gr.-aequiv. pr. 1 liter
1	0.2956	0.78.10 <sup>-7</sup>	—	20	0.3197	2.03.10 <sup>-7</sup>	—
2	0.3064	1.2.10 <sup>-7</sup>	—	21	0.3096	1.42.10 <sup>-7</sup>	0.040
3	0.3023	1.0.10 <sup>-7</sup>	—	22	0.322	2.29.10 <sup>-7</sup>	0.047
4	0.2939	0.73.10 <sup>-7</sup>	—	23	0.3164	1.77.10 <sup>-7</sup>	0.049
5	0.2908	0.64.10 <sup>-7</sup>	—	24	0.322	2.23.10 <sup>-7</sup>	0.050
6	0.2948	0.76.10 <sup>-7</sup>	—	25	0.322	2.23.10 <sup>-7</sup>	0.046
7	0.3031	1.08.10 <sup>-7</sup>	—	26	0.316	1.76.10 <sup>-7</sup>	0.049
8	0.311	1.44.10 <sup>-7</sup>	—	27	0.3095	1.43.10 <sup>-7</sup>	0.044
9	0.3074	1.25.10 <sup>-7</sup>	0.045	28	0.3174	1.86.10 <sup>-7</sup>	0.045
10	0.3187	1.95.10 <sup>-7</sup>	0.043	29	0.3008	0.96.10 <sup>-7</sup>	0.049
11	0.3129	1.57.10 <sup>-7</sup>	—	30	0.3160	1.77.10 <sup>-7</sup>	0.050
12	0.313	1.56.10 <sup>-7</sup>	0.036	31	0.3068	1.1.10 <sup>-7</sup>	0.046
13	0.313	1.56.10 <sup>-7</sup>	0.048	minimális érték maximális érték közép érték	0.291	0.64.10 <sup>-7</sup>	0.036
14	0.313	1.56.10 <sup>-7</sup>	—		0.322	2.3×10 <sup>-7</sup>	0.050
15	0.3089	1.33.10 <sup>-7</sup>	0.050		0.309	1.5.10 <sup>-7</sup>	0.045
16	0.3204	2.09.10 <sup>-7</sup>	0.044				
17	0.2945	0.94.10 <sup>-7</sup>	0.037				
18	0.2945	0.94.10 <sup>-7</sup>	0.048				
19	0.3096	1.42.10 <sup>-7</sup>	—				

<sup>1</sup> Erősen asphyxiás vér.

A táblázaton feltüntetett  $\pi$ -értékeken nem alkalmaztam még a FARKAS-féle correctiót, mely a különböző folyadékok, illetőleg a HCl és NaCl oldat érintkezési helyén mutatkozó elektromos potential különbségnek felel meg és  $0.0056$  volt értékű. E correctióval  $\pi$  és az ennek megfelelő hydroxylionconcentratio következőkép módosul:

	<i>H</i>	<i>COH</i>
Minimális érték	$0.2964$	$0.81.10^{-7}$
Maximalis érték	$0.3146$	$2.6.10^{-7}$
Közép érték	$0.3146$	$2.1.10^{-7}$

Az eltérés tehát oly csekély, hogy a correcturát számításon kívül hagyhatjuk.

Ezen vizsgálatokból kitűnik tehát az, hogy a placentavér hydroxylionconcentrációja  $0.64—2.23 \cdot 10^{-7}$  gr.-äquiv.-nak pr. 1 l. felel meg; az értékek többnyire  $1.1—1.6 \times 10^{-7}$  között mozognak; középértékben  $= 1.5 \times 10^{-7}$  (corrigálva  $2.1 \times 10^{-7}$ ).

*A magzati vérsérumnak hydroxyliontartalma a destillált vizéhez közel áll, tehát ép oly neutralis folyadék, mint az anyai, általában a felnőtt vére.* A fenti értékek meg is egyeznek FARKAS G. és SCPIADES-nek szülő-nőknél ( $1.6 \times 10^{-7}$ ) és PFAUNDLER-nek az első életéven túl levő gyermekeknél talált értékeivel ( $1.5 \times 10^{-7}$ ); magam pedig 2 szülő-nőnél a hydroxylconcentrációra  $1.5$  és  $2.29 \times 10^{-7}$  értékeket nyertem.

A vérsérumba vonatkozó eredmények a teljes vérre is érvényesek, miután FARKAS és HÖBER kimutatták, hogy e kettőnél hydroxylconcentrációban alig lelhető különbség.

A titrálható alkali mennyisége  $0.036—0.050$  gr.-aequiv.-nak 1 l.-ben felel meg. Az értékek leginkább  $0.046—0.050$  gr. aequiv. nr. l. között mozognak; a középérték:  $0.0448$  gr. aequiv.

A placentavér titrálható alkali tartalmáról az irodalomban csak kevés adattal találkozunk. BEREND<sup>1</sup> egy esetben az emberi placenta vérsérumának 1 l.-ében  $0.050$  gr. äqu.-t, HAMBURGER és UBBEL<sup>2</sup>

<sup>1</sup> BEREND: Über eine neue klin. Methode zur Bestimmung der Blutalkal. usw. Ztschrift f. Heilkunde Bd. 17. 1896. p. 378. — Magyar Orvosi Arch. 1896. évf.

<sup>2</sup> HAMBURGER: Osmot. Druck u. Jonenlehre 904. Bd III. p. 201.

(egy vizsgálat) borjúplacenta vérserumában 0·051 gr. äquiv.-t találtak.

Ujszülöttek vérsavójának titrálható alkali tartalma BEREND szerint 0·030—0·042 gr. äqu. (pro lit.) között ingadozik; középértékben: 0·036. HAMBURGER és UBBEL szerint ujszülött borjué (6 eset) 0·017—0·034 gr. äqu. (pro lit.) között váltakozik; középérték: 0·0301.

A foetalis vérhez hasonló alkali tartalmat mutat terhesek, szülő-nők és gyermekágyasok vérseruma. — FARKAS GÉZA és SCIPIADES 3 szülő-nő serumában: 0·12, 0·046 és 0·050, én pedig a már fentebb említett két esetben: 0·039 és 0·043 gr. äqu.-t találtam.

*A placentaris vérserumnak titrálható alkali tartalma tehát ép oly nagy, mint az anyai vére.* HAMBURGER és UBBEL ezt szarvasmarhán is kimutatták. BEREND (csak egy esetet vizsgált) az anyai serum 1 l.-ében 0·040 gr. äqu.-t, a placentaris vérserumban pedig 0·050 gr. äqu.-t talált.

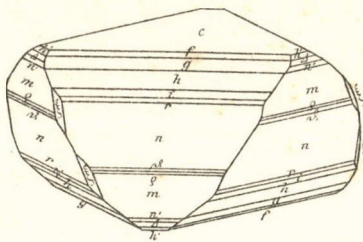
A mi a foetalis vér hydroxylion és titrálható alkali tartalma közti összefüggést illeti, úgy ugyanaz észlelhető, mint a felnőttek vérénel, t. i. ingadozásaik nem mindig párhuzamosak; korántsem felel meg a legkisebb hydroxylion mennyiségnek, a legkisebb alkali mennyiség (l. FARKAS és SCIPIADES dolgozatát).

A foetalis és anyai vér titrálható alkali tartalmára ezek szerint ugyanazon megegyezés mutatható ki, mint az osmosisos nyomásra, a molekuláris koncentrációra. KRÖNIG, FUETH, MATHES, ZANGENMEISTER, MEISELS, HAMBURGER, UBBEL és ujabban GRÜNBAUM vizsgálatai kimutatták ugyanis, hogy az anyai és placentaris vér osmosisos egyensúlyban van.

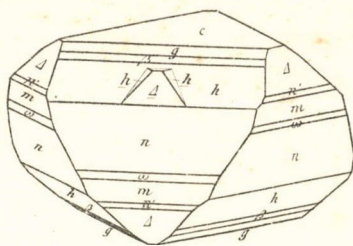
A vizsgálatokat TANGL FERENCZ tanár vezetésével végeztem.



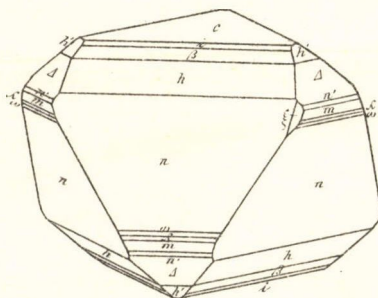
1.



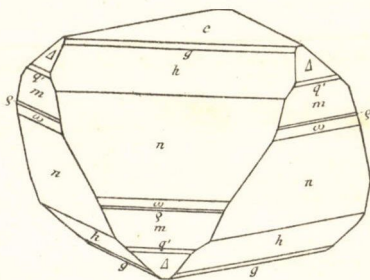
2.



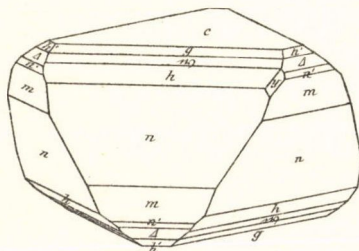
3.



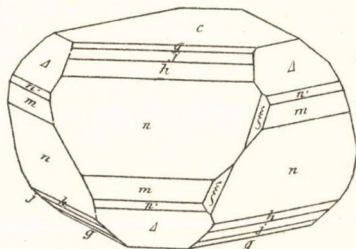
4.



5.

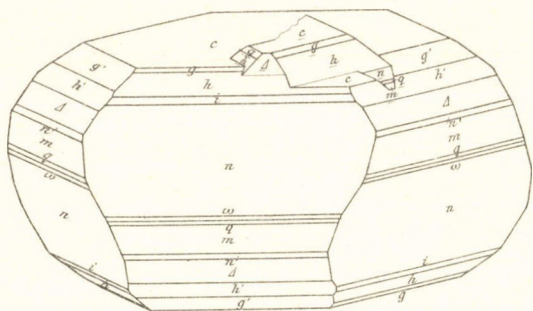


6.

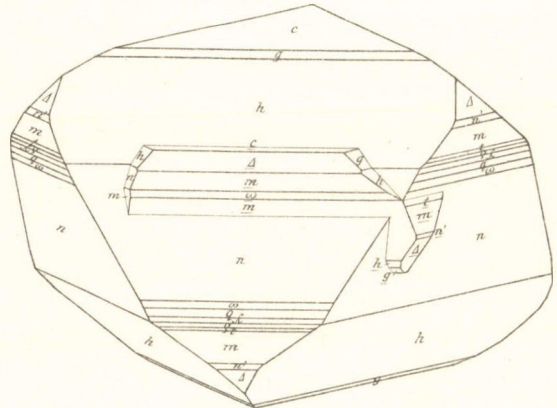




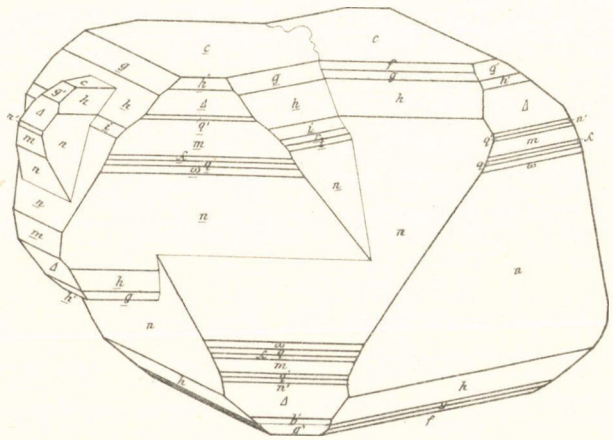
7.



8.

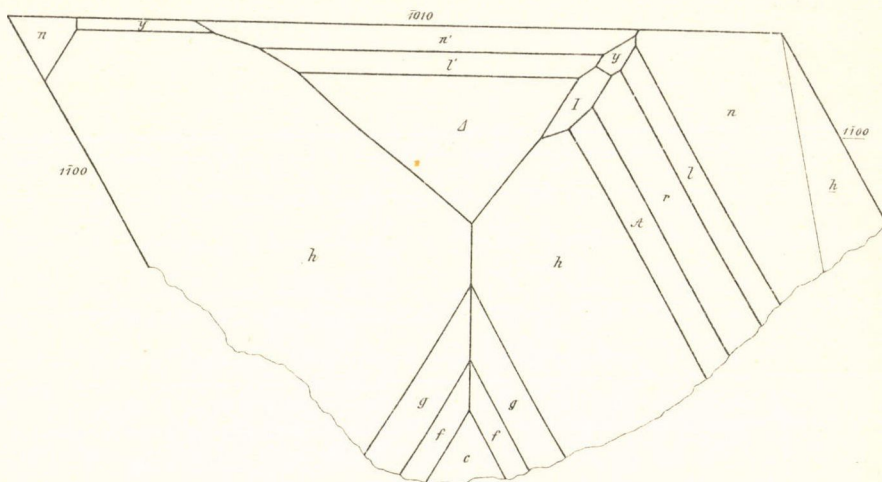


9.





10.



11.

